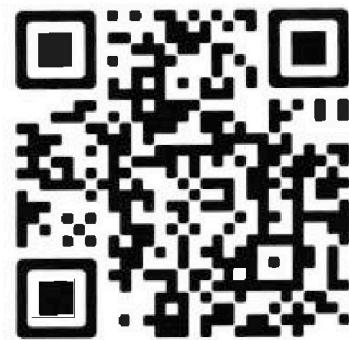




МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1
<input checked="" type="checkbox"/> | 2
<input type="checkbox"/> | 3
<input type="checkbox"/> | 4
<input type="checkbox"/> | 5
<input type="checkbox"/> | 6
<input type="checkbox"/> | 7
<input type="checkbox"/> |
|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Пусть первый член данной геометрической прогрессии равен b , а её знаменатель q

$$b_k = b q^{k-1} \quad k \in \mathbb{N}$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad b_9 = (x+3) \quad b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$\frac{b_{15}}{b_9} = \frac{b \cdot q^{14}}{b \cdot q^8} = q^6 \quad \frac{b_9}{b_7} = \frac{b \cdot q^8}{b \cdot q^6} = q^2$$

$$\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = \sqrt{\left(\frac{(x+3)}{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}\right)^3}$$

$$\frac{(25x-9)^4 \cdot (x-6)^3}{(x-6)^3} = (x+3)^4$$

~~$$\frac{(25x-9)^2}{(x-6)^2} = (x+3)^4$$~~

$$(25x-9)^2 = (x+3)^4$$

$$(x+3)^2 = 25x-9 \quad (1)$$

$$(x+3)^2 = -(25x-9) \quad (2)$$

$$(1) \quad x^2 + 6x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$(2) \quad x^2 + 6x + 9 = -25x + 9$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31) = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = -31 \end{cases}$$

Все корни подобраны.
Благодарю за проверку.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При $x = \underline{1}$ подкоренное выражение
 $(2\sqrt{x-8})(x-6) = (2\sqrt{-7}) \cdot (1-6) = -5 \cdot 16 < 0 \Rightarrow x \neq 1$

Ответ: $\begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 18 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x = 6 \cos 2x - 12 \cos x + 10$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 6(\cos 2x - 2 \cos x) + 10$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos x \cdot \cos 2x - \sin x \cdot \sin 2x = \\ &= \cos x (\cos 2x - 2 \cdot \sin x \cdot \sin 2x) = \cos x (2 \cos^2 x - 1 + \\ &+ 2 - 2 \sin^2 x - 2) = \cos x (4 \cos^2 x - 3) \end{aligned}$$

$$2 \cos^2 x$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 4p \cos^3 x = 6(2 \cos^2 x - 1 - 2 \cos x) + 10$$

$$\cos x = t \quad t \in [-1; 1]$$

$$4pt^3 = 12t^2 - 12t - 6 + 10$$

$$pt^3 = 3t^2 - 3t + 1$$

$$t^3 - 3t^2 + 3t - 1 + (p-1)t^3 = 0$$

$$(t-1)^3 = (p-1)t^3$$

$t=0$ — ни при каких p не является решением
данного ур-я

$$\left(\frac{t-1}{t}\right)^3 = p-1 \quad t \neq 0$$

$$1 - \frac{1}{t} = \sqrt[3]{p-1}$$

$$1 - \sqrt[3]{p-1} = \frac{1}{t}$$

$$t = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}$$

$$-1 \leq \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \geq -1$$

При $1 - \sqrt[3]{p-1} > 0$
 $1 > \sqrt[3]{p-1}$
 $p > 2$

$$1 \geq -1 \cdot (1 - \sqrt[3]{p-1})$$

$$1 \geq -1 + \sqrt[3]{p-1}$$

$$8 \geq p-1$$

$$p \leq 9$$

При $1 - \sqrt[3]{p-1} \leq 0$
 $1 \leq \sqrt[3]{p-1}$
 $p \geq 2$

~~$$1 \leq -1 \cdot (1 - \sqrt[3]{p-1})$$~~

$$1 \leq -1 + \sqrt[3]{p-1}$$

$$8 \leq p-1$$

$$p \geq 9$$

$$\begin{cases} p < 2 \\ p \leq 9 \\ p \geq 2 \\ p \geq 9 \end{cases} \quad p \in (-\infty; 2) \cup [9; \infty)$$

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

Аналогично при $p < 2$

$$1 \leq 1 - \sqrt[3]{p-1}$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq 0$$

$$p \leq 1$$

$$\begin{cases} p < 2 \\ p \leq 1 \\ p \geq 2 \\ p \geq 1 \end{cases} \quad p \in (-\infty; 1] \cup (2; \infty)$$

при $p > 2$

$$1 \geq 1 - \sqrt[3]{p-1}$$

$$p \geq 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} p \in (-\infty; 2) \cup [3; \infty) \\ p \in (-\infty; 1] \cup (2; \infty) \end{cases}$$

$$p \in (-\infty; 1] \cup [3; \infty)$$

$$\cos x = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}$$

$$\begin{cases} p \in (-\infty; 1] \cup [3; \infty) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi \cdot n \quad n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \in (-\infty; 1] \cup [3; \infty) \end{cases}$$

Ответ: $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z} \\ p \in (-\infty; 1] \cup [3; \infty) \end{cases}$

$$\begin{cases} x = -\arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n \quad n \in \mathbb{Z} \\ p \in (-\infty; 1] \cup [3; \infty) \end{cases}$$



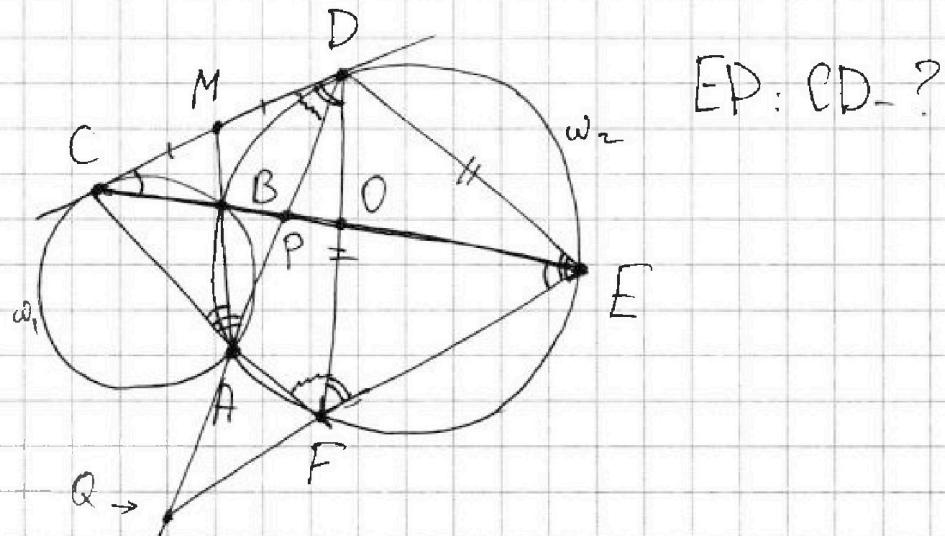
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



Решение:

Точка пересечения диагоналей четырёхугольника $ACDE - P$ по ул. $CP:PE = 2:5$

~~точка пересечения~~ F вторая точка пересечения CA и w_2

$$M \in AB \cap CD \quad Q \in DA \cap EF$$

$MC = MD$ - т.к. ~~М~~ М лежит на радиусах w_1 и w_2 , а MC и MD - касательные к ним

$$\angle BCM = \angle BAC \quad \text{-(хорда и касательная)}$$

$$\angle BEF = \angle BAC \quad \text{-(BEFA - вписанний четырёхугольник)}$$

$$\underline{\angle BCM = \angle BAC = \angle BEF} \Rightarrow CM \parallel EF$$

$$\angle MDF = \angle DEF \quad \text{-(хорда и касательная)}$$

$$\angle DFE = MDF \quad \text{-(CD} \parallel EF)$$

$$\underline{\angle MDF = \angle DFE = \angle DEF} \rightarrow \triangle FDE - равн. / бедр. \Rightarrow DF = PE$$

$$\angle AFD = \angle CDA \quad \text{-(хорда и касательная)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\triangle CFD \sim \triangle CDA$$

$$1. \angle CDA = \angle CFD$$

2. $\angle DCA$ - общий

$$\triangle CFP \sim \triangle CDA \Rightarrow$$

$$CD : EQ - \text{пропорция} \Rightarrow CP : PE = DP : PQ = 2 : 5$$

По теореме Менелая ($\triangle QDF$ секущая EP)

$$\frac{QP : PD}{PE : DF} \cdot \frac{QE}{QE} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

Найдём меньшей средней линии параллельную стороне длины 100, соответствующую большей 2 стороне 400

А - множество раскрасок симметричных относительно меньшей средней линии

В - большой

С - симметричных относительно центра

$|A \cup B \cup C|$ - общ. раскрасок обладающих хотя бы одним из свойств

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|$$

Введём систему координат, где центр прямоугольника имеет координату $(0;0)$. Соответственно его вершины имеют координаты + Большая сторона // параллельна оси Ox

Пусть закрашена некоторая клетка центр которой имеет координаты $(x; y)$. Предположим, что раскраска симметрична относительно обеих ср. линий.

Тогда также должны быть закрашены клетки с координатами $(-x; y)$, $(x; -y)$, а также $(-x; -y)$. Точки $(x; y)$ и $(-x; -y)$, $(-x; y)$ и $(x; -y)$ - центрально симметричны \Rightarrow раскраска симметрична относительно обеих ср. линий, также симметрична относительно центра прямоугольника. По аналогичным соображениям, если раскраска симметрична относительно центра и одной из средних линий симметр. эта и отм. другой ср. линии.

$$\Rightarrow |A \cap B| = |B \cap C| = |C \cap A| = |A \cap B \cap C| = m$$



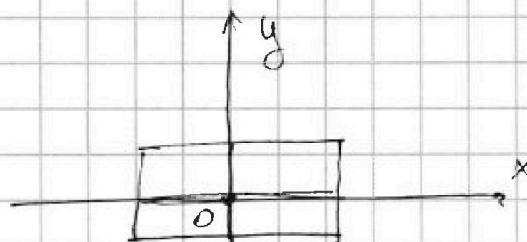
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|AvBvC| = |A| + |B| + |C| - 2m$$



1) $|A|$ – если в левой полуплоскости ($x \geq 0$) кол-во закрашенных клеток не совпадает с числом клеток в правой полуплоскости, то картинка не может быть симметрична относительно оси Oy (может быть симметричной относительно Ox). Тогда в каждой полуплоскости по 4 клетки закрашены, ~~то есть определено~~. 4 клетки в ~~одной~~ ~~области~~ одной четверти определяют и 4 клетки закрашенные в другой четверти. \Rightarrow кол-во вариантов $C_{100-200}^4 = |A| = C_{20000}^4$

2) Аналогичны рассуждения для B , $|B| = C_{50-400}^4 = |B| = C_{20000}^4$

3) $|C|$ – Аналогичны рассуждения и для центрально-симметричных раскрасок 4 точки в левой полуплоскости определяют 4 в правой. $|C| = C_{100-200}^4 = C_{20000}^4$

4) $|AvBvC|$ 2 закрашенные клетки в четверти определяют все возможные (в каждой четверти равное кол-во закрашенных клеток $\frac{8}{4} = 2$)

$$|AvBvC| = m = C_{100-50}^2$$

$$|AvBvC| = 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 C_{10000}^2 = 3 C_{20000}^4 - 9999 \cdot 10000$$

$$\text{Ответ: } 3 C_{20000}^4 - 99990000$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$8q^4 \quad 8q^3 \quad 8q^6$$

$$q^6$$

$$q^2$$

$$\frac{\sqrt{25x-9}}{(x-6)^3} = \frac{(x+3)^3}{(\sqrt{25x-9})(x-6)}^3$$

$$(25 - 31 - 9)(-37)$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 31 \\ \hline 25 \\ 75 \\ \hline 725 \end{array}$$

$$\sqrt{784 \cdot 37}$$

$$\sqrt{\frac{784}{37^2}}$$

$$\sqrt{16}$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6q \cos 2x + 10$$

~~$$p \cos^3 x + 3p \cos x$$~~

$$\begin{matrix} \sqrt{1} \\ 4 \end{matrix}$$

$$\cos 2x \cos x$$

$$\sqrt{x+5}$$

$$\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\cos x (\cos 2x - 2 \sin^2 x) \\ \neq (\cos^2 x - 1 - 2(1 - \cos^2 x))$$

$$3 \cos^3 x - 3$$

$$3 \cos^3 x - 3 \cos^2 x$$

$$p \cos 3x + 3p \cos x$$

$$p(\cos 3x + 3 \cos x) = 6(\cos 2x - 2 \cos x) + 10$$

$$(\cos 3x + 3 \cos x)^2 = 2 \cos^2 x - 2 \cos x - 1$$

$$3 \cos^3 x$$

$$3p \cos^3 x$$

$$12(\cos^2 x - 2 \cos x) - 2 = 3p \cos^3 x$$



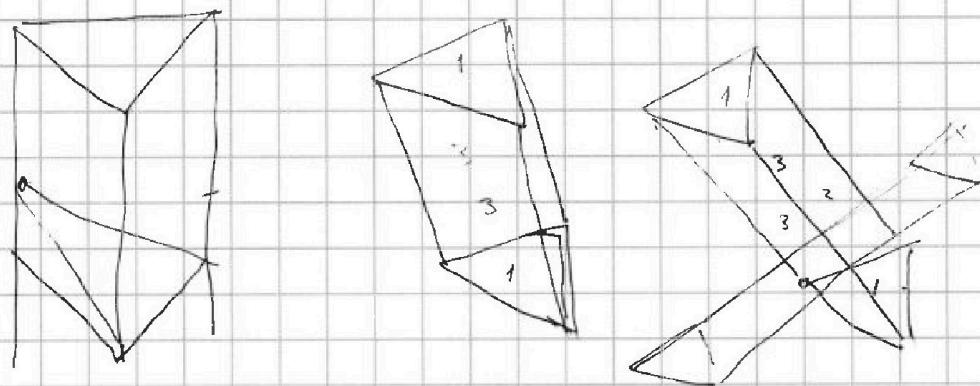
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

31



$$6 + 8$$

$$\sqrt{(25x - 9)(x-6)} = (x+3) \Rightarrow \sqrt{\frac{(25x - 9)}{(x-6)^3}} = x+3$$

$$\sqrt{25x - 9} = (x+3)\sqrt{x-6} \quad x \neq 6$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

$$z \in [-9; 9)$$

$$y=5 \quad z=0$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2}$$

$$6(8x - (1-x)(x+5))$$

$$t - d + 4 = 2td$$

$$(2t+1)(d-\frac{1}{2})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

число p^2 раскладывается на произведение двух чисел, след образом $p^2 = 1 \cdot p^2 = p^2 \cdot 1 = -1 \cdot (-p^2) = (-p^2) \cdot (-1) = p \cdot p = -p \cdot (-p)$
мы рассмотрели все случаи

$$\begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -27 \\ b = -19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a-c = -p^2 \\ b-c = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} a-c = p \\ b-c = p^2 \end{cases}$$

$$26 - c = -p^2$$

$$c = 9 + 26 = 35$$

$$-27 - c = 1$$

$$c = -28$$

$$(a; b; c) = (26; 34; 35)$$

$$(a; b; c) = (-27; -19; -28)$$

$$\text{Ответ: } (26; 34; 35) \text{ и } (-27; -19; -28)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

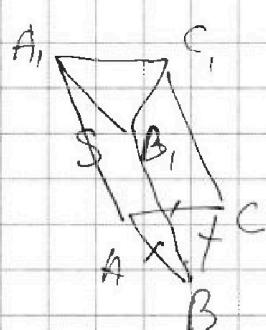
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

Боковые грани призмы - параллелограммы.
У любых двух боковых граней есть общая сторона.



$$S_{AA_1B_1B} = S_{CC_1A_1A} = 3$$

$AA_1B_1B = CC_1A_1A$ т.к. площади равны

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$a < b \quad b - a \neq 3 \quad (a-c)(b-c) = p^2 \quad p \text{-нестрое} \\ a^2 + b = 710$$

$$a - c < b - c \quad (*)$$

$$\begin{cases} (a-c) = p^2 \\ (b-c) = 1 \end{cases} \quad \text{- нет решений т.к. (*)}$$

$$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - c = p \\ b - c = p \end{cases} \quad \begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases} \quad \text{- нет решений т.к. (**)}$$

$$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \quad | -$$

$$(b - c) + (a - c) = -1 - (-p^2)$$

$$b - a = p^2 - 1 \quad \text{Пуск } p \neq 3, \text{ тогда или } p-1 : 3 \quad \text{или } p+1 : 3$$

$$\text{но } b - a \neq 3 \Rightarrow p=3$$

$$\text{т.к. } p \neq 3,$$

$$b - a = 3^2 - 1 = 8$$

$$b = a + 8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$\Delta = 1 + 4 \cdot 702 = 2809 = 53^2$$

$$a = \frac{-1 \pm 53}{2} = \begin{cases} 26 \\ -27 \end{cases} \quad b = 26 + 8 = 34 \\ b = -27 + 8 = -19$$

$$\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases}$$

$$b - a = p^2 - 1 - \text{такое же равенство}$$

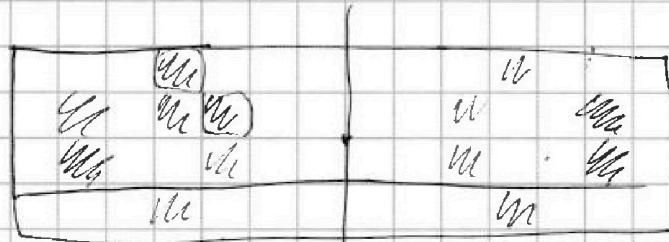
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2809

$$a^2 + b^2 = 710$$

$$(a - c)(b - c)$$

$$\begin{array}{r} \cancel{47} \\ \times 53 \\ \hline 159 \\ 2650 \\ \hline 2809 \end{array}$$

$$2 \cdot 50 \cdot 200 = 10000$$

$$C^2_{10000} \cdot 2 = 10000 \cdot 9999$$



(a - c)

$$(26 - c)(34 - c) = P^2$$

$$\Leftrightarrow 26 - c = 1$$

$$P \cos 3x$$



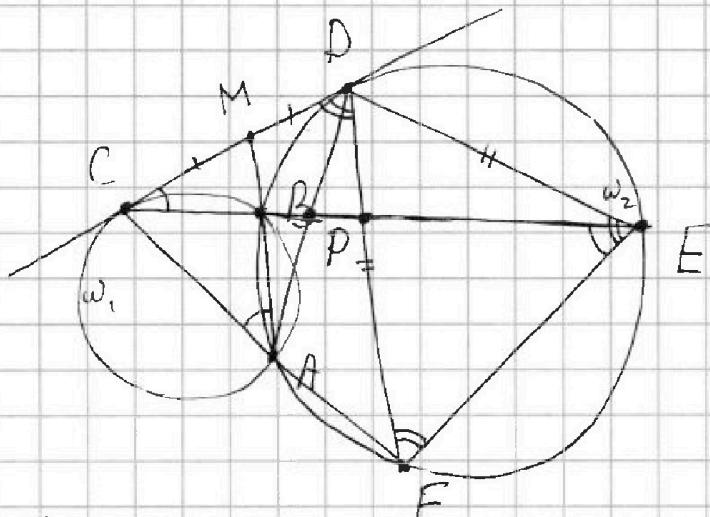
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



Решение:

Точка пересечения диагоналей четырехугольника $ACDE$ — P , тогда CP

$$\left(1 - \frac{1}{t}\right)^3 = p-1$$

(1000 ~~б~~)

$$\left(1 - \frac{1}{t}\right)^3 = 10$$

$$1 - \frac{1}{t} = \sqrt[3]{(p-1)}$$

$$1 - \sqrt[3]{(p-1)} = \frac{1}{t}$$

$$-1 \leq t \rightarrow \frac{1}{1 - \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$$

$$1 \leq 1 - \sqrt[3]{p-1}$$

$$\sqrt[3]{p-1} \leq 0$$

$$\sqrt[3]{p-1} - 1$$

$$\begin{cases} p-1 \leq 0 \\ p \leq 1 \end{cases}$$

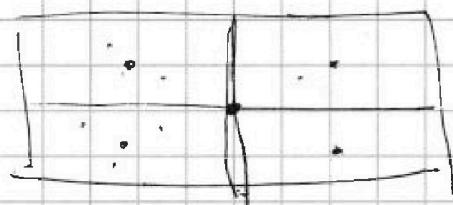
$$\sqrt[3]{p-1} < 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$2 \cdot C_{200}^8 + \frac{C_{400}^8}{2}$$

$$2 C_{2000}^4 + \frac{C_{400}^4}{2^4} -$$

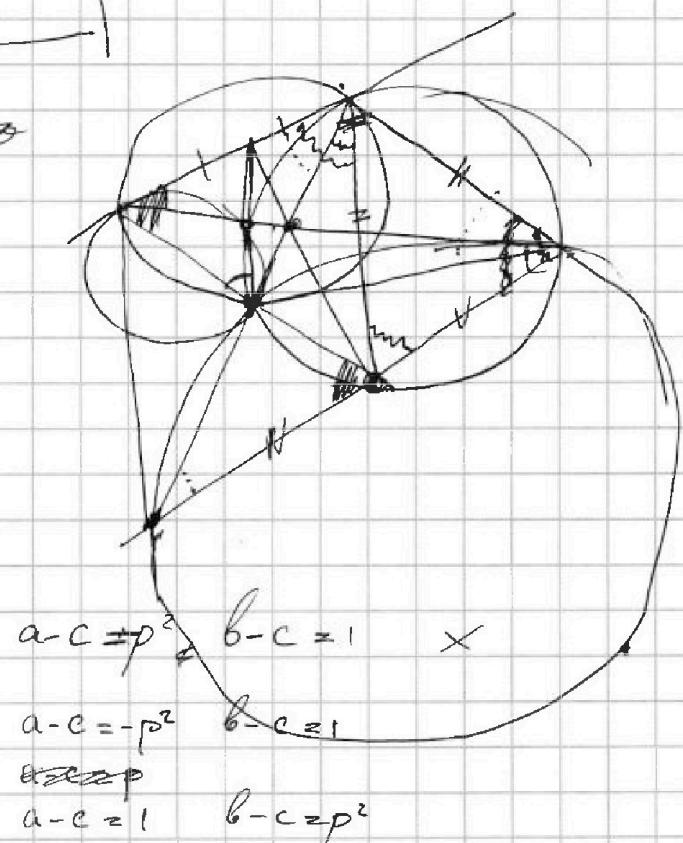
$$a < b$$

$$b - a / 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b^2 = 710 = 2 \cdot 5 \cdot 71$$

$$ab + c^2 - c(a+b)$$



$$a - b = p^2 - 1$$

~~xxx~~

$$a - b = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

