



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$$\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}, \text{ девятый член равен } x + 3, \text{ а пятнадцатый член равен } \sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}.$$

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть b_1, b_2, \dots - эта геом прогрессия с дел. $q \neq 0$

Прогрессия состоит из действ. чисел $\Rightarrow q^2 > 0$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}; \quad b_9 = x+3; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2; \quad b_7 \neq 0, \quad q^2 > 0 \Rightarrow b_9 > 0 \Rightarrow x > -3.$$

$$b_{11}^2 = b_7 \cdot b_{15} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{(25x-9)}{(x-6)^3} = \sqrt{\frac{(25x-9)^2}{(x-6)^2}} = \left| \frac{25x-9}{x-6} \right| =$$
$$= \frac{25x-9}{x-6}, \quad \text{т.к. числа } (25x-9) \text{ и } (x-6) \text{ - одного знака,}$$

потому что $(25x-9)(x-6) > 0 \Rightarrow b_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$, т.к. $b_{11} = b_7 \cdot q^4 > 0$

$$b_9^2 = b_7 \cdot b_{11} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = \sqrt{(25x-9)^2} = |25x-9|$$

$$(x+3)^2 = |25x-9|$$

Случай 1: $x < \frac{9}{25}; \quad 25x-9 < 0$

$$(x+3)^2 = 9-25x$$

$$x^2 + 31x = 0 \Rightarrow x_1 = 0; \quad x_2 = -31 \text{ (не подходит, т.к. } x > -3).$$

Случай 2: $x > \frac{9}{25}; \quad 25x-9 > 0$

$$(x+3)^2 = 25x-9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow x_3 = 1; \quad x_4 = 18.$$

x_3 не подходит, т.к. $(25x_3-9)(x_3-6) = -5 \cdot 16$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка:

• $x_1 = 0$

- подходит

$$b_7 = \sqrt{(-9) \cdot (-6)} = 3\sqrt{6}; \quad b_9 = 3; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{(-9)}{(-6)^3}} = \frac{1}{2\sqrt{6}}; \quad q = \pm \sqrt[4]{6}$$

• $x_4 = 18$

- подходит.

$$b_7 = \sqrt{\frac{784 \cdot 12}{12}} = \sqrt{441 \cdot 12} = 21\sqrt{12}; \quad b_9 = 21; \quad b_{15} = \sqrt{\frac{441}{12^3}} = \frac{441}{12} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}}; \quad q = \pm \sqrt[4]{12}$$

В решении не рассматривались случаи $q=0$, $(25x-9)=0$, $(x-6)=0$, т.к. тогда геом. прогрессия не имеет смысла.

Ответ: $x_1 = 0$; $x_2 = 18$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\rho \cos^3 x + 3(\rho + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\rho(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3\rho \cos x + 12 \cos x - 6(2 \cos^2 x - \overset{1}{\cancel{\sin^2 x}}) - 10 = 0$$

$$4\rho \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$\rho \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 = (1 - \rho) \cos^3 x$$

$$1 - \rho = \frac{(\cos x - 1)^3}{\cos^3 x} \quad \cos^3 x \neq 0, \text{ т.к. иначе } -1 = 0$$

$$\rho = 1 - \left(1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

Рассмотрим функцию $F(t) = 1 - \left(1 - \frac{1}{t}\right)^3$. На отрезке

$[-1; 0)$ она убывает, $F(-1) = -7$. Значит на этом отрезке

она принимает все значения $(-\infty; -7]$

и на отрезке $(0; 1]$ она убывает, принимая все значения

на $[1; +\infty)$, т.к. $F(1) = 1$.

Значит, если $\rho \in (-7; 1)$, то у уравнения нет корней,

а при всех остальных значениях — есть хотя бы один.

(т.к. функция непрерывна на отрезках $[-1; 0)$ и $(0; 1]$ и для

каждого значения $\rho \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ найдётся такое

$-1 \leq t \leq 1$, что $F(t) = \rho \Rightarrow$ найдётся и x , такой, что $\cos x = t$).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(\cos x - 1)^3 = (1-p)\cos^3 x$$

$$(1 - \cos x)^3 = (p-1)\cos^3 x$$

$$1 - \cos x = \sqrt[3]{p-1} \cos x$$

$$\cos x (1 + \sqrt[3]{p-1}) = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}$$

$$x = \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение для каждого

$p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$

Покажем, что $-1 \leq \frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \leq 1$

Пусть $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} < -1 \Rightarrow \frac{2 + \sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} < 0 \Rightarrow -2 < \sqrt[3]{p-1} < -1 \Rightarrow$

$\Rightarrow -8 < p-1 < -1 \Rightarrow -7 < p < 0$, это неверно

Пусть $\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}} > 1 \Rightarrow \frac{-\sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} > 0 \Rightarrow -1 < \sqrt[3]{p-1} < 0 \Rightarrow$

$-1 \leq p-1 < 0 \Rightarrow 0 < p < 1$, это тоже неверно

Ответ: $p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$;

$$x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 + \sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$b_9 = x+3$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$$

$$b_{11} = b_7 \cdot b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3} \cdot (25x-9)(x-6)} =$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}} = \frac{\sqrt{25x-9}}{x-6}$$

$$b_{11} = \sqrt{\frac{25x-9}{x-6}}$$

$$(x+3)^2 = b_9^2 = b_7 \cdot b_{11} = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{\sqrt{25x-9}}{x-6}$$

$$(x+3)^4 = (25x-9)(x-6) \cdot \frac{25x-9}{(x-6)}$$

$$(x+3)^4 = (25x-9)^2$$

$$b_7^2 = 25x-9$$

$$(x+3)^2 = |25x-9| = 25x-9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-18)(x-1) = 0$$

$$18, 1$$

$$(x+3)^2 = |25x-9| = 9-25x$$

$$x^2 + 31x = 0$$

$$x(x+31)$$

$$0, -31$$

$$25 \cdot 18 - 9$$

$$b_7 = 21\sqrt{12}$$

$$b_9 = 21$$

$$b_{15} = \frac{21}{12}\sqrt{12}$$

$$b_7 > 0 \quad b_9 = 9^2 \cdot b_{15} > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$25x-9 > 0 \Rightarrow x > 3$$

$$x > 3 \Rightarrow \frac{25x-9}{(x-6)^3} > 0 \Rightarrow \frac{25x-9}{(x-6)^3} > 0$$

$$-784, -37$$

1) > 0	> 0	18
2) < 0	< 0	31

$$-784$$

$$18, 31$$

$$21^2 = 3 \cdot 49 = 21^2 \checkmark$$

3) > 0	< 0	31, 0, 1, 18
--------	-----	--------------

$$b_7 = \sqrt{784 \cdot 37} = 28\sqrt{37}$$

$$b_9 = 28$$

$$b_{15} = \frac{28}{3} \sqrt{37}$$

$$b_7 = 3\sqrt{6}$$

$$b_9 = 3$$

$$b_{15} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{6} \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

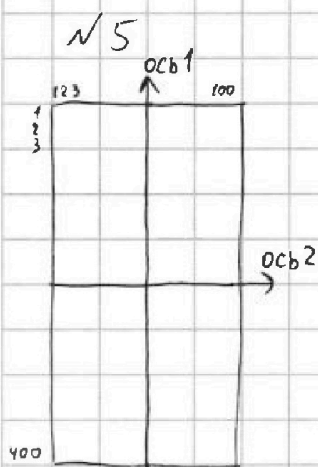


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сначала докажем, что если ~~какая~~ закрашенное множество ~~симметрично~~ обладает двумя из 3-х симметрий - то оно обладает и третьей. Для этого введём систему координат, где в координаты левой верхней клетки - $(1, 1)$; правой нижней - $(100; 400)$. Будем называть вертикальную

~~ось~~ ~~ось 1~~ среднюю линию осью 1, горизонтальную - осью 2. Заметим, что если клетки симметричны относительно

оси 1 - они имеют координаты $(x; y)$ и $(101-x; y)$. Если симм. относительно оси 2: $(x; y)$ и $(x; 401-y)$. Если относ. центра:

$(x; y)$ и $(101-x; 401-y)$. Тогда если, например, множество симметрично относительно оси 1 и оси 2 и закрашена клетка

$(x; y)$, то закрашена и клетка $(101-x; y)$, а значит и

клетка $(101-x; 401-y)$ из сим. 2 \Rightarrow закрашена и центрально-

симм. клетка. Аналогично доказывается, что если симметричны

центральная и осевая, то и другая ~~из~~ осевая тоже: $((x; y) \Rightarrow$

$(101-x; 401-y) \Rightarrow (101-x; 401-(401-y)) \Rightarrow (101-x; y)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем кол-во множеств ^(из 8 клеток), которые симметричны относительно оси 1. Для этого поставим 4 клетки в "левый" прямоугольник 50×400 , а затем в "правый" прямоугольник 50×400 отметим 4 клетки, симметричные им относительно оси 1. (C_{20000}^4 способов). Очевидно, что такие множества не будут совпадать, т.к. "левые" прямоугольники разные. А также это будут все симм. относительно оси 1 множества, т.к. в каждом таком множестве ровно по 4 клетки в "левом" и "правом" прямоугольниках 50×400 . Аналогично доказывается, что симметричных относительно оси 2 и симм. относительно центра множеств также по C_{20000}^4 , с точностью до преобразования, переводящее 4 поставленные клетки в 4 добавленные. (в симм. относительно оси 2 следует брать "верхний" и "нижний" прямоугольники 100×200 , а в центральном - любую из пар прямоугольников)

Теперь найдем кол-во множеств симметричных относительно оси 3-х объектов \Rightarrow симметричных относительно всех 3-х.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Для этого поставим 2 кетки из 8 в «верхний левый» прямоугольник 50×200 (C_{10000}^2 способов), а затем отметим оставшиеся 6, отразив их поочерёдно относительно каждой из осей и точки центра. Аналогично, это будут все «трёхкратно симметричные» множества по одному разу. Но в каждом из случаев одиночной симметрии мы также считали эти «трёхкратно симметричные» множества \Rightarrow 2 раза их посчитали зря

Итого, к-во способов равно $C_{20000}^4 + C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - 3 \cdot C_{10000}^2 + C_{10000}^2 = 3C_{20000}^4 - 2C_{10000}^2$

Ответ: $3C_{20000}^4 - 2C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 $(a; b; c)$ такие, что

$$a < b; (b-a) \neq 3; (a-c)(b-c) = p^2, a^2 + b = 710$$

$p^2 : (a-c) \Rightarrow (a-c)$ может принимать одно из этих

значений: $1, p, p^2, -1, -p, -p^2$. Рассмотрим 6 случаев:

Случай 1: $(a-c) = p \Rightarrow (b-c) = p \Rightarrow a = b$ Противоречие

Случай 2: $(a-c) = -p \Rightarrow (b-c) = -p \Rightarrow a = b$ Противоречие.

Случай 3: $(a-c) = p^2 \Rightarrow (b-c) = 1 \Rightarrow b-a = 1-p^2 < 0$, т.к.

$p \geq 2$. Противоречие

Случай 4: $(a-c) = -1 \Rightarrow (b-c) = -p^2 \Rightarrow b-a = 1-p^2 < 0$. Противоречие

Случай 5: $(a-c) = 1 \Rightarrow (b-c) = p^2 \Rightarrow b-a = p^2 - 1 = (p-1)(p+1)$.

Если $p \neq 3$, то одно из чисел $p-1$ и $p+1$ делится на 3, а

значит и $b-a : 3$, что не так $\Rightarrow p : 3 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow b-c = 9 \Rightarrow$

$$\Rightarrow b-a = 8 \Rightarrow b = a+8 \Rightarrow a^2 + b = a^2 + a + 8 = 710 \Rightarrow a^2 + a - 702 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a-26)(a+27) = 0$$

• $a = 26 \Rightarrow b = a+8 = 34 \Rightarrow c = a-1 = 25$. $(26; 34; 25)$

• $a = -27 \Rightarrow b = a+8 = -19 \Rightarrow c = a-1 = -28$ $(-27; -19; -28)$

Случай 6: $(a-c) = -p^2 \Rightarrow (b-c) = -1 \Rightarrow b-a = p^2 - 1 = 8$

(Аналогично со случаем 5) $\Rightarrow (a-26)(a+27) = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\bullet a = 26 \Rightarrow b = a + 8 = 34 \Rightarrow c = b + 1 = 35 \quad (26; 34; 35)$$

$$\bullet a = -27 \Rightarrow b = a + 8 = -19 \Rightarrow c = b + 1 = -18 \quad (-27; -19; -18)$$

Для каждой из троек все условия выполняются \Rightarrow все подходит

Ответ: $(a; b; c) = (26; 34; 25), (26; 34; 35), (-27; -19; -28), (-27; -19; -18)$

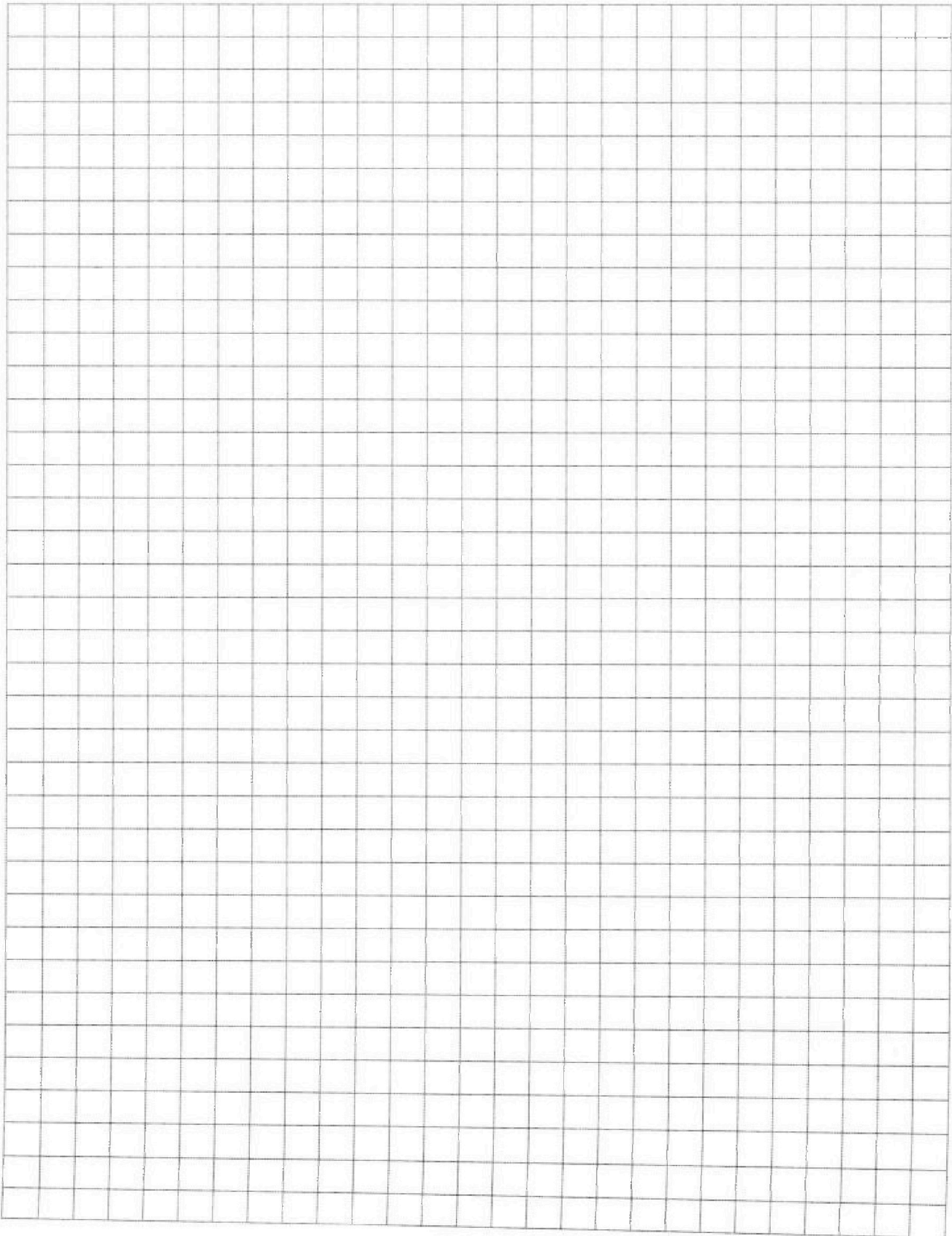


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3) $a - c = -1$
 $b - c = -p^2$

$b - a = 1 - p^2 \geq 0$

$(a - c)(b - c)$

$\cos x = -p$

4) $a - c = -p^2$
 $b - c = -1$

$b - a = p^2 + 1 \Rightarrow p \leq 3$

$p \leq 1$

$\cos x > 0$

$a - c = -9$

$c - a = 9$

$a - b = 9$

$\cos x - 1 = x \cos^2 x$

$b - c = -1$

$c - b = 1$

$a - b = 9$

$1 - \cos x =$

$b - a = 8$

$(1 + p)^2 = 4p^2$

$a - c = -p^2$

$-1 \leq p - 1 \leq 0$

$b - c = -1$

$26, 34, 35$

$\cos x - 1 = \frac{1}{2} \cos^2 x$

$b - a = 8$

$-23, -19, -18$

$-1 \leq p - 1 \leq 0$

$-1/1 \text{ perm} \rightarrow \text{Opem?}$

$b - c = -1$

$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$

$(t-1)^2 = \frac{1}{2} t^3$

$1 - p = \frac{\cos x - 1}{\cos x^3}$

≤ 16

$\leq 4(p+3)$

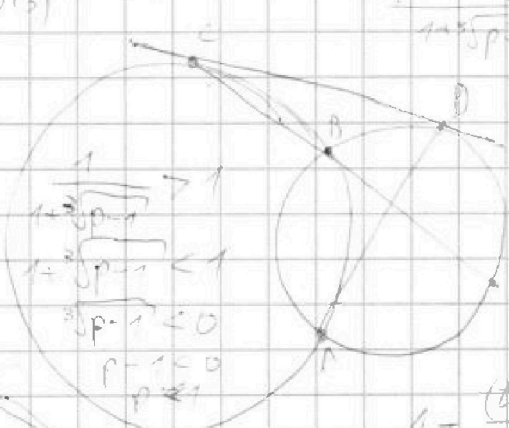
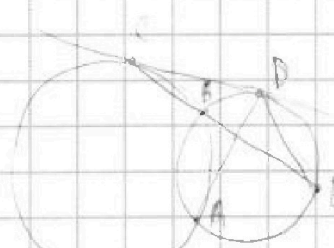
$1 \leq t \leq 16$

$\frac{1}{2} t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$

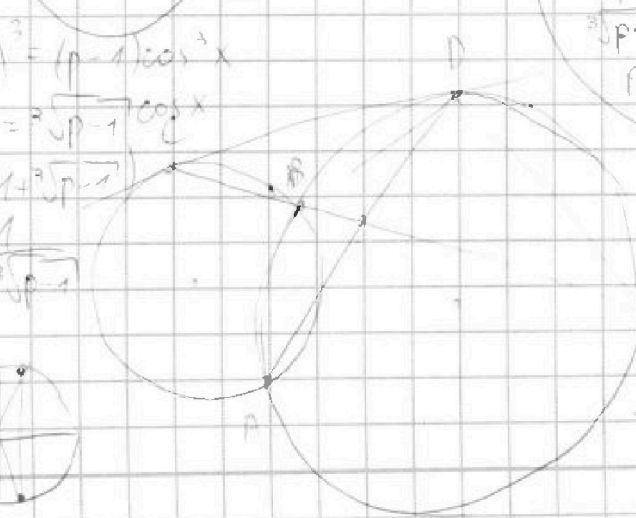
$(1 - \cos x)^2 = \cos^2 x$

$\geq -4(p+3)$

$1 - 1 - 3\sqrt[3]{p-1} > 0$



$\frac{3\sqrt[3]{p-1}}{1 + \sqrt[3]{p-1}} \geq 0$



$1 - \frac{(t-1)^2}{2t}$

$1 - (1 - \frac{1}{t})^2$

$(1 - \cos x)^2 = (p-1) \cos^2 x$
 $1 - \cos x = \sqrt{p-1} \cos x$
 $1 = \cos x (1 + \sqrt{p-1})$
 $\cos x = \frac{1}{1 + \sqrt{p-1}}$

$1 - 1 = 0$
 $1 - 1 = 0$
 $1 - 1 = 0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten mathematical work on grid paper, including trigonometric identities, geometric diagrams, and algebraic manipulations.

Top left: $\frac{1}{-1} \frac{1}{\frac{1}{100}} > \frac{1}{\frac{1}{100}} > 1$

Top right: $a = \frac{p}{\sqrt{3}}$, $p(\cos 3x + 3\cos x)$

Left side: $\cos 3x = 2\cos^2 x - 1$

Middle left: $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} \cdot 3 \pm$

Middle right: $3(1 - \cos^2 x)\cos x = 3\cos x - 3\cos^3 x$

Bottom left: $\cos(x+2x) = \cos x \cos 2x - \sin x \sin 2x = \cos^3 x - \cos x \sin^2 x + 2\sin^2 x \cos x$

Bottom middle: $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\cos(3x)}{\cos x} = \frac{\cos^3 x - 3\sin^2 x \cos x}{\cos x} = \cos^2 x - 3\sin^2 x$

Bottom right: $4p \cos^2 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 1 = 0$

Bottom right: $(t-1)^3 = 3(t-1)^2$

Bottom right: $t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 3t^2 - 6t + 3$

Bottom right: $t^3 - 3t^2 + 3t - 1 - 3t^2 + 6t - 3 = -t^2 + 2t - 1 = -(t-1)^2$

Bottom right: $\frac{(\frac{1}{2} - 1)^3}{(\frac{1}{2})^3} = \frac{(\cos x - 1)^3}{\cos^3 x}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

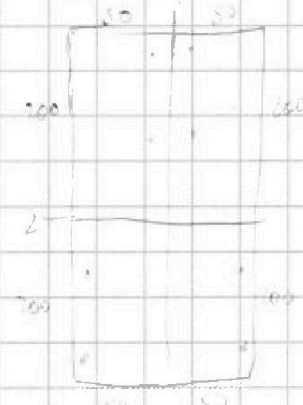
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}$$

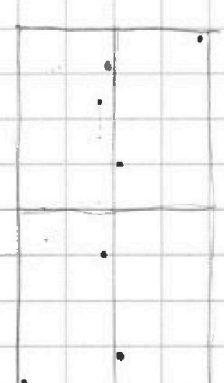
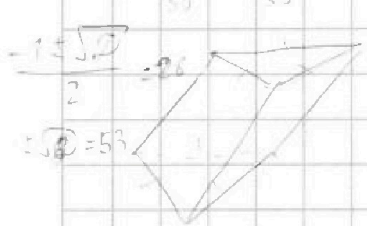
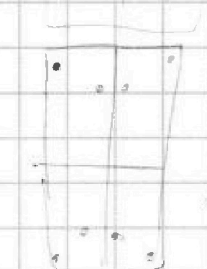
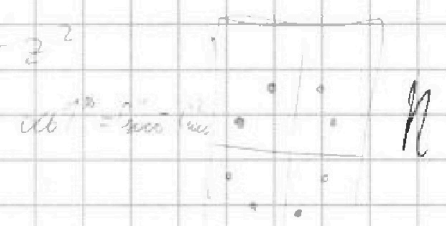
$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$3C_{10000}^4 - 2C_{10000}^2$$

$$(y+4)^2 + 16(y-5)^2 + 8|(y+4)(y-5)| = 81-z^2$$



суб 1: C_{10000}^{84}
 суб 2: C_{10000}^7
 сумм: C_{10000}^4
 C_{10000}^2
 суб 1 + сумм: C_{10000}^2
 суб 2 + сумм: C_{10000}^2
 суб 1 + суб 2 + сумм: C_{10000}^2



C_{16}^4
 C_{16}^4
 C_{16}^4

C_8^2

$$(x,y) \rightarrow (104-x,y)$$

$$(x,y) \rightarrow (58-x, 401-y)$$

$$(x,y) \rightarrow (101-x, 401-y)$$

$a < b$
 $a \neq b$
 $(a-c)(b-c) = p^2$
 $a^2 + b^2 = 710$
 $a-c = p^2$
 $b-c = 1$
 $a-b = p^2$
 1) $a = b = c - p$ $a-b = 0 = 3$
 2) $a-c = 1$; $b-c = p^2$
 $b-a = p^2 - 1$
 $a-c = 1$ $b-c = 9$

$5600 - 300 = 1$ $1 + 2808$
 $p > 1$ 2804
 $85 = b - c > a - c$ $53 ?$
 $6000 + 1000 = 5$ $5 ?$
 720 $100 + 100 = 49$
 $26^2 = 400 + 140 + 36$
 876



$$b = a + 8$$

$$a^2 + a + 8 = 710$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$(a-26)(a+27) = 0$$

37

400 + 280 = 49

129

720