



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$ , девятый член равен  $x + 3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x + 5} - \sqrt{1 - x - 4z} + 4 = 2\sqrt{y - 4x - x^2 + z}, \\ |y + 4| + 4|y - 5| = \sqrt{81 - z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p + 4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a < b$ ,
- число  $b - a$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

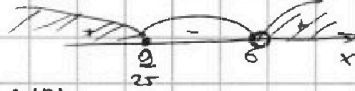
$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{(25x-9)}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$b_1 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{q^6} = \sqrt{(25x-9)(x-6) \cdot |x-6|^{-3}}$$

~~Реш:~~  $(x-6)(x-\frac{9}{25}) \geq 0$   $x-6 \neq 0$



$\prod_{p=25} 25x-9 \neq 0:$

$$\frac{b_7}{b_{15}} = q^{-8} = \sqrt{(x-6)^4} = (x-6)^2$$

$$q = \frac{1}{\sqrt[4]{(x-6)^2}} = \frac{1}{\sqrt{|x-6|}}$$

$x < \frac{9}{25}:$

$$b_1 = \sqrt{(9-25x)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \sqrt{(9-25x)(x-6)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x^2+6x+9 = 9-25x \end{cases}$$

$$x(x+3) = 0$$

$$\begin{matrix} x=0 & x=-3 \\ 9 \geq 0 & -28 \leq 0 \\ & \emptyset \end{matrix}$$

$x > 6:$

$$b_1 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4} \cdot \frac{1}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0 & x \geq -3 \\ x^2+6x+9 \geq 25x-9 \end{cases}$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm \sqrt{361-72}}{2} = \frac{19 \pm 17}{2} = \begin{matrix} 1 < 6 \\ 18 \end{matrix}$$

$\prod_{p=25} x = \frac{9}{25}$   $b_1 = 0 \Rightarrow b_9 = 0 \times \frac{9}{25} + 3 \Rightarrow \emptyset$

Ответ: 0, 18.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{2} \quad \begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Заметим, что  $0 \leq \sqrt{81-z^2} \leq 9$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \leq 9$$

Рассмотрим случаи:

$$y \in (-\infty; -4)$$

$$y \in [-4; 5]$$

$$y \in (5; +\infty)$$

$$\begin{aligned} -y-4-4y+20 &= \\ = -5y+16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y+4-4y+20 &= \\ = -3y+24 \end{aligned}$$

$$y+4+4y-20 = 5y-16$$

Применим неравенство  $(a+b)^2 \geq 4ab$

$$(5) \cdot (-4) + 36 > 9 \quad \text{от } 36 \quad 9 \leq 9 \text{ (при } y=5)$$

от  $9 - \text{но больше}$

$$9 + \infty$$

$\Rightarrow$  Проверим только  $y=5$

$$\Rightarrow |y+4| + 4|y-5| \geq 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{81-z^2} \leq 9$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |y+4| + 4|y-5| = 9 \\ \sqrt{81-z^2} = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

ОДЗ:  $x+5 \geq 0$   
 $1-x \geq 0$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(x+5)(1-x)} - 4$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1 - x = 4(x+5)(1-x) - 16\sqrt{(x+5)(1-x)} + 16$$

Пусть  $\sqrt{(x+5)(1-x)} = a, a \geq 0$

$$4a^2 - 14a + 10 = 0$$

$$2a^2 - 7a + 5 = 0$$

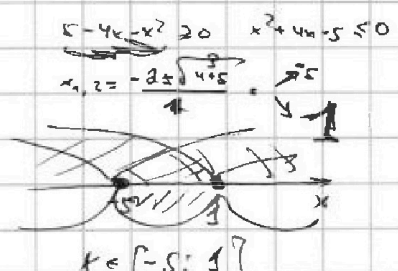
$$a_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{4} = \frac{7 \pm 3}{4} \Rightarrow \frac{5}{2}, 1$$

$$\begin{cases} (x+5)(1-x) = \frac{25}{4} \\ (x+5)(1-x) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 5 + \frac{25}{4} = 0 \quad | \cdot 4 | \quad 4x^2 + 16x + 5 = 0 \\ x^2 + 4x - 5 + 1 = 0 \quad | \cdot 1 | \quad x^2 + 4x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64-20}}{4} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{11}}{4} = \frac{-4 \pm \sqrt{11}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16-4}}{1} = -2 \pm 2 \Rightarrow -4, 0$$



Ответ:  $(-2+2\sqrt{2}; 5; 0); (-2+2\sqrt{2}; 5; 0); (-2+\frac{\sqrt{11}}{2}; 5; 0); (-2-\frac{\sqrt{11}}{2}; 5; 0)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\boxed{3} \quad p \cdot \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

Пусть  $t = \cos x$

$$p(4t^3 - 3t) + 3(p+4)t = 6(2t^2 - 1) + 10$$

$$4pt^3 - 3pt + 3pt + 12t - 12t^2 + 6 - 10 = 0$$

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

Можно разложить по формуле для кубов, но я её не помню  
и сделать так корни

Можу лишь заметить, что при  $p=1$ :  $(t-1)^3 = 0$

$$t = 1$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



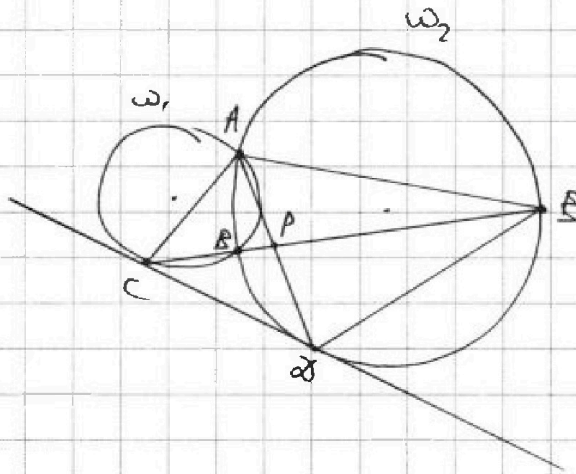
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4



Пусть  $CE \cap AB = P$

$$\Rightarrow \frac{CP}{PE} = \frac{2}{5}$$

$$CB \cdot BE = CD^2$$

$$\frac{ED}{AB} = \frac{PE}{PA} \quad (\triangle ABP \sim \triangle EDP)$$

$$\frac{BD}{AE} = \frac{BP}{PE} \quad (\triangle BPD \sim \triangle APE)$$

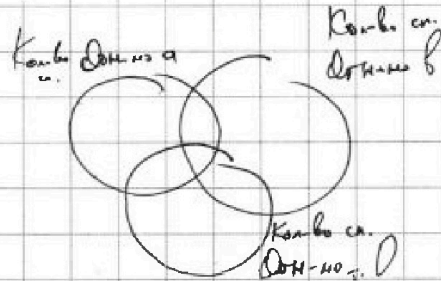
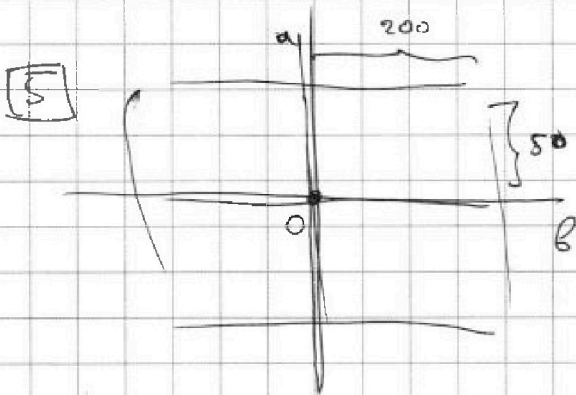


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

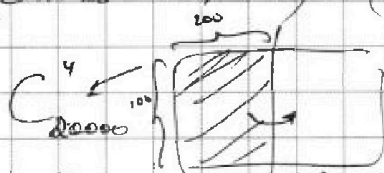
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Надо посчитать кол-во способов закрасить:

$$S = (\text{Кол-во } a) + (\text{Кол-во } b) + (\text{Кол-во } 0) - (\text{Кол-во } a, \text{ и } b) - (\text{Кол-во } a, \text{ и } 0) - (\text{Кол-во } b, \text{ и } 0) + (\text{Кол-во } a, \text{ и } b, \text{ и } 0)$$

Кол-во  $a$ :

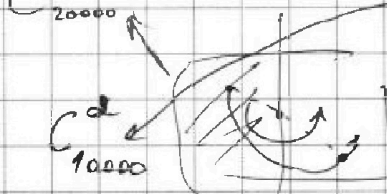


(ставим 4 точки на ось  $a$  и делаем)

Кол-во  $b$ :



Кол-во  $0$ :



$\Rightarrow$  Сразу получили симметрично от  $0$

Кол-во  $a, b, 0$ :

(ставим 2 точки и выражаем)

$$\text{Кол-во } a, b, 0 = C_{10000}^2 = \text{Кол-во } a, \text{ и } 0 = \text{Кол-во } b, \text{ и } 0$$

$$\Rightarrow S = \left[ 3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2 \right] = 3 \cdot \frac{20000!}{(20000-4)! \cdot 4!} - 2 \cdot \frac{10000!}{(10000-2)! \cdot 2!}$$

Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$

Симметрия от  $a$  и  $b$   
применяем симметрию от  $0$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6 Заметим, что

$$(a-c)(b-c) = p^2, \quad p - \text{простое число}$$

⇒ Рассмотрим сред. случаи

$$\textcircled{1} \begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \quad \begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases} \quad c=a-1$$

$$\Rightarrow a=b$$

$$\emptyset$$

т.к.  $a < b$

$$\Rightarrow \underbrace{(a-b)}_0 = \underbrace{(p^2-1)}_0$$

т.к.  $a < b$

$$\Rightarrow b-a = p^2 - 1$$

Заметим, что

$$p^2 - 1 : 3, \text{ если } p \not\equiv 3 \Rightarrow p \neq 3$$

по Малой т. Ферма

$$\Rightarrow b-a : 3, \text{ а это не так! (по условию)}$$

$$\Rightarrow p=3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-a=8 \\ a^2+b=210 \end{cases}$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$a^2 + a - 702 = 0$$

$$D = 2809 = 53^2$$

$$\Rightarrow a_1 = 26 \Rightarrow b_1 = 34 \Rightarrow c_1 = 25$$

$$\Rightarrow a_2 = -27 \Rightarrow b_2 = -19 \Rightarrow c_2 = -28$$

Ответ:  $(26; 34; 25);$   
 $(-27; -19; -28).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

7

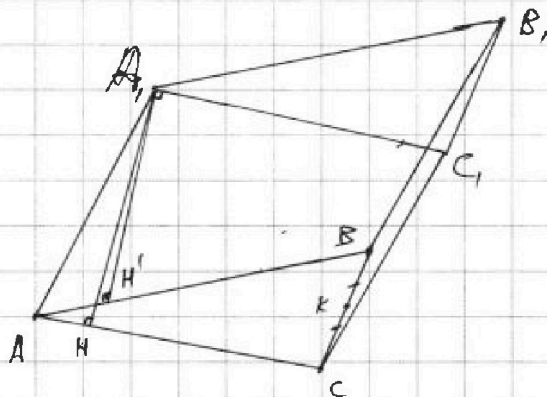


Рисунок  $S_{AA_1C} = S_{AA_1B} = 3$

$\triangle ABC$  - р/ст

т.к. у правильного тре. стороны - пер-мост, то у него в нем высоты

$\Rightarrow A_1H \cdot AC = A_1H' \cdot AB$

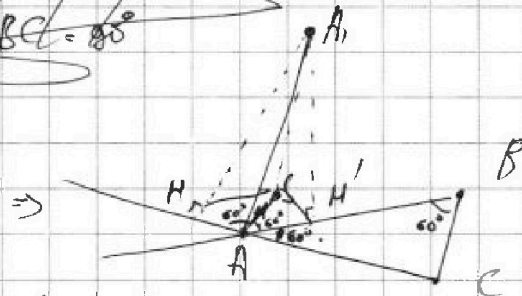
$\Rightarrow A_1H = A_1H'$

$AC = \frac{2\sqrt{3}}{4} = 1$

$AC = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$A_1H = A_1H' = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{3}$

~~до конца вытекает симметричность отн-но~~  
~~пл-ти  $(AA_1)$ , где  $K$  - пер.  $BC$~~   
 ~~$\angle B_1CC_1 = 60^\circ$~~



1) Если т. H лежит н/у  $AC$  или т. H' на т. A  
т. H' лежит н/у  $AB$  т. H' на т. A

$\Rightarrow$  2) Только случай, когда т. H на т. A и т. H' н/у  $AC$

$HA = AH'$  ( $\triangle AA_1H = \triangle AA_1H'$  - по 1-у т. AA<sub>1</sub> - общ. HA = AH')

Поэтому  $A_1S \perp (ABC)$

Из симметрии и рав-ва  $\triangle HAS = \triangle H'AS$

$\angle HAS = \angle SAH' = \frac{120^\circ - \angle BAC}{2} = 60^\circ$

$\Rightarrow BB_1C_1C$  - параллелограмм по симметрии  
отн-но  $AK$

$\Rightarrow CC_1 \perp BC$

$\Rightarrow CC_1 = \frac{2}{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} = AA_1 <$

$\angle A_1H'$   
что невозможно





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

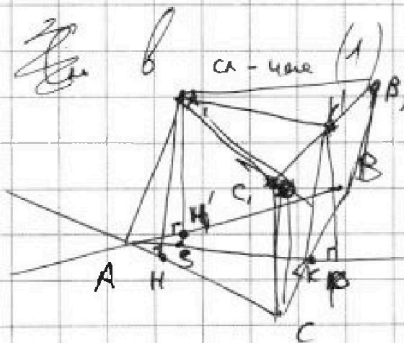
7 (Продолж.)

$HA, \sqrt{3}$   
 $\Rightarrow HS \parallel BC \Rightarrow (ASA_1) \parallel (BCC_1)$   
( $\angle SAH = \angle ABC$ )  
( $\angle ASH = \angle BCC_1$ )  
 $\Rightarrow A_1S$  - высота в  $CC_1B_1B$

$A_1S = \sqrt{3}$  (из 1 случая)

$\Rightarrow V = A_1S \cdot S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$

Ответ:  $\sqrt{3}$ .



$BB'C'C$  - фронт, т.е.

плоск  $K'P \perp (BCA)$ , т.к.  $K' \in AC$ ,

$PK \perp BC$  и  $K'P \perp KP$   
 ( $AK \perp BC$ )

$\Rightarrow$  по т. о 3х перпен.

$\left\{ \begin{array}{l} K'K \perp BC \\ K'K = CK \end{array} \right.$



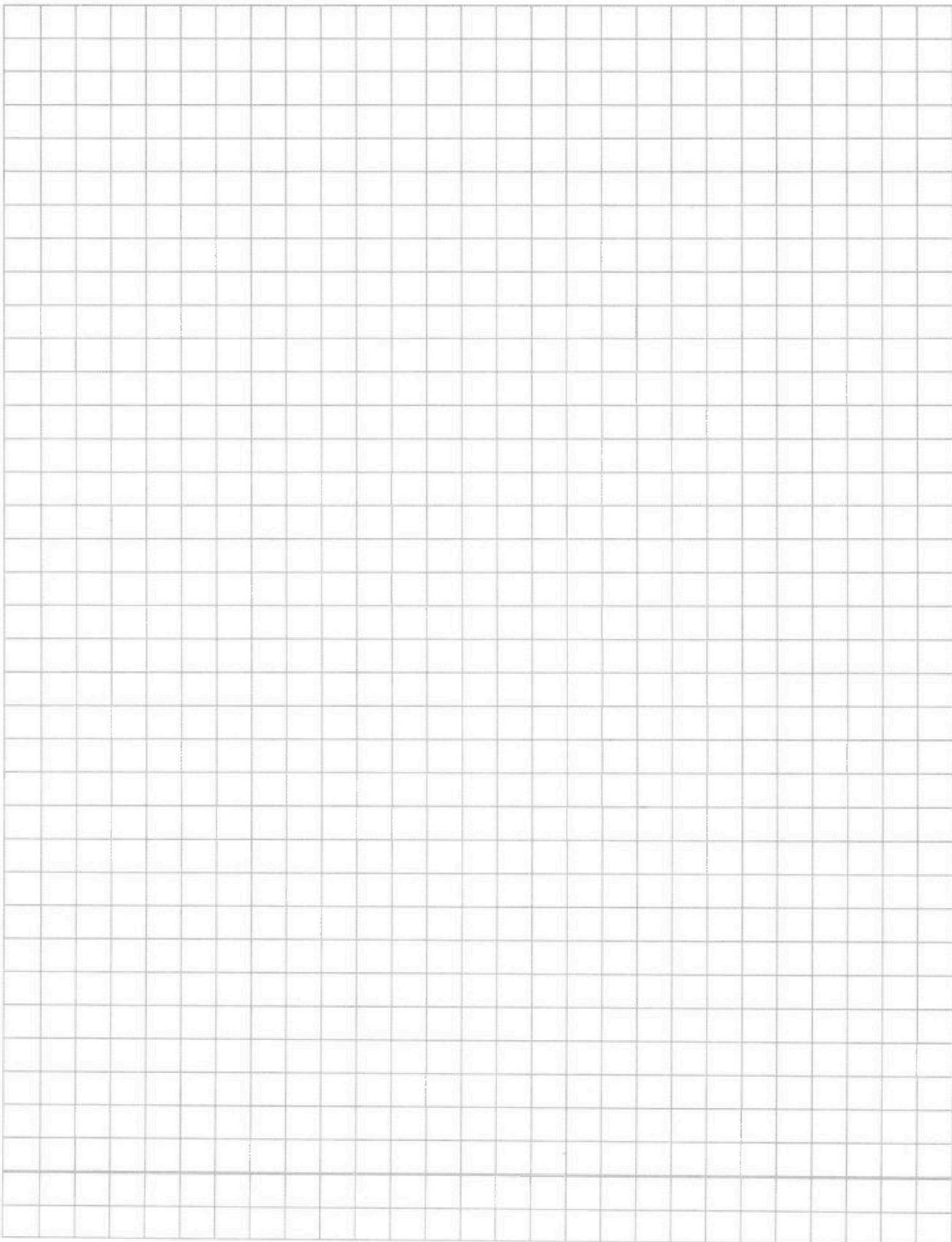
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



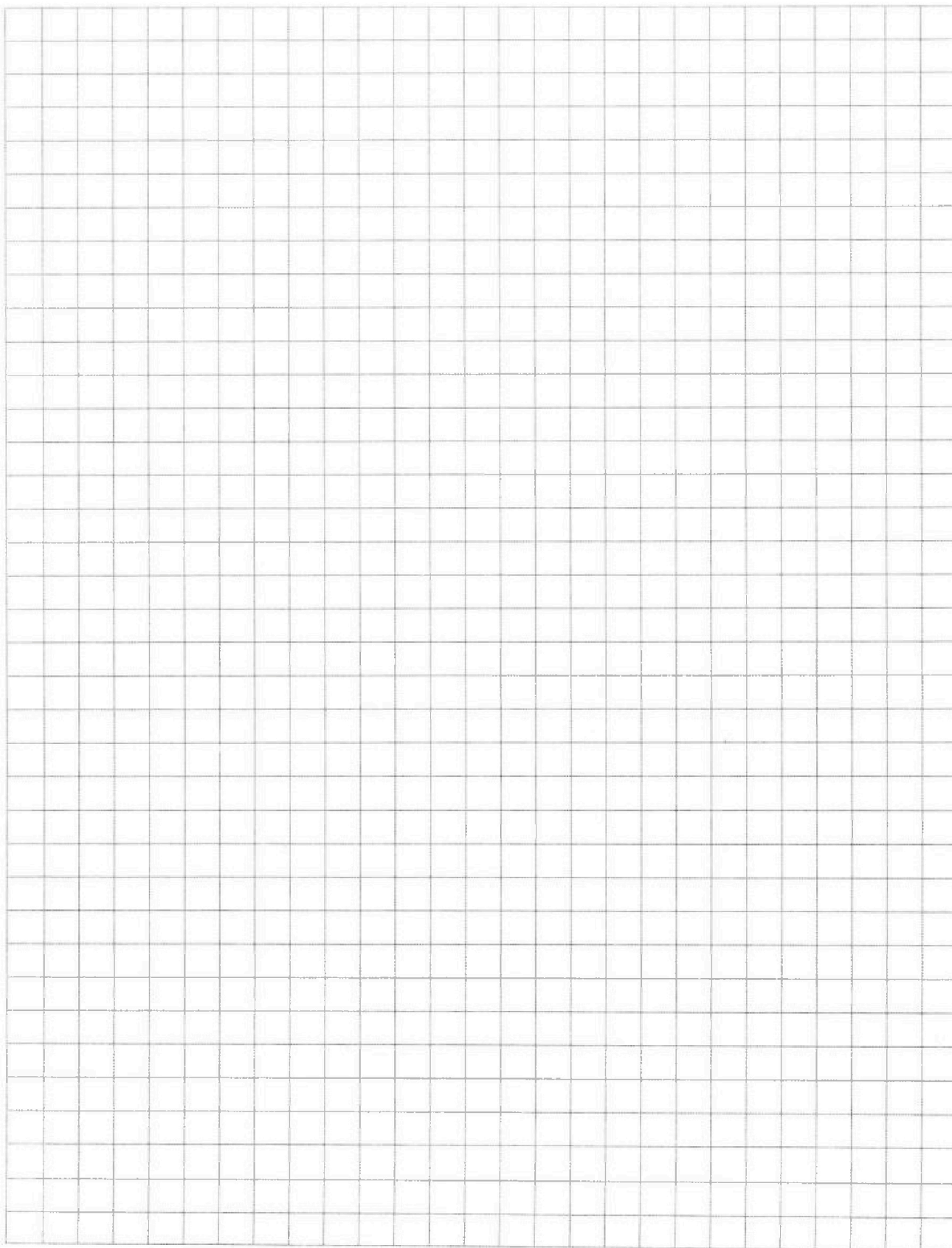


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2} \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 1-x-4z \geq 0 \\ y-4x-x^2+z \geq 0 \\ 81-z^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -5 \\ 4z \leq 1-x \\ x^2 \leq y+2 \\ (8-9)(z+9) \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 1-4z \\ 4z \leq 6 \\ z \leq \frac{3}{2} \\ -9 \leq z \leq \frac{9}{2} \end{cases}$$

$$x+5 + 1-x-4z + 16 = 2\sqrt{(x+5)(1-x-4z)} + 8\sqrt{x+5} + 8\sqrt{1-x-4z} = 4y - 16x - 4z^2 + 4z$$

$$2 + 16x - 8z - 4y$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x = (\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin^2 x \cdot \cos x \\ &= \cos^3 x - 2 \cos x \sin^2 x - 2 \sin^2 x \cos x = \cos^3 x - 3 \cos x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 4 \cos^3 x - 3 \cos x \end{aligned}$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6 \left( \frac{2 \cos^2 x - 1}{2} \right) + 10$$

$$t = \cos x$$

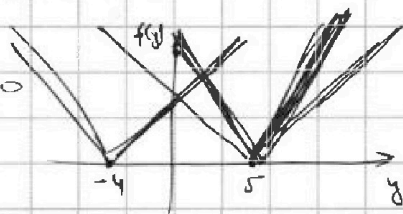
$$4p t^3 - 3p t + 3p t + 12 t = 6 + 12 t^2 + 10$$

$$4p t^3 = 12 t^2 + 12 t - 4 = 0$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 \quad | t - t_0$$

$$\begin{array}{r} p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 \\ - p t^3 + p t_0^2 \\ \hline (p t_0^2 - 3 t^2) + \dots \end{array}$$



$$p t (4 t^2 - 3) + 3 p t + 4 t =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(1) \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot q^6$$

$$b_9 = x+3 = b_1 \cdot q^8$$

$$b_{15} = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = b_1 \cdot q^{14}$$

$$D: (x-6) \left(x - \frac{9}{25}\right) \geq 0$$

$$\frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{\frac{(x-6)^{-3}}{(x-6)^6}} = q^{-9}$$

$$q^{-9} = \frac{1}{(x-6)^{9/2}}$$

$$q = \sqrt[9]{(x-6)^2} = \sqrt[3]{|x-6|}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(25x-9)(x-6)} = b_1 \cdot \left(\sqrt[3]{|x-6|}\right)^6$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{(25x-9)(x-6)^4}{(x-6)^4}} = \sqrt{(25x-9)(x-6)^4}$$

$$x+3 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)^4}}{\sqrt{(x-6)^4}}$$

$$x \leq \frac{9}{25}$$

$$x \geq 6$$

$$x+3 = \frac{9-25x}{(x-6)^2} \cdot (x-6)^{1/2}$$

$$(x+3)^2 = (x-6)^2 (9-25x)$$

$$x+3 \geq 0$$

$$x-3 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^2}} \cdot (x-6)^{1/2}$$

$$(x-3)^2 = (x-6)^2 (25x-9)$$

$$x-3 \geq 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = (x^2 - 12x + 36)(25x-9)$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x^2 - 9x^2 - 225x + 324$$

$$-19x + 18 = 0$$

$$\sqrt{(x+3)^2} = \sqrt{(x-6)^2} \cdot \sqrt{9-25x}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 25x^2 - 9$$

$$x^2 + 6x - 25x + 18 = 0$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$D = 361 - 72 = 289$$

$$x_{1,2} = \frac{19 \pm 17}{2} = \begin{matrix} 1 \\ 18 \end{matrix}$$

$$\frac{9}{25}$$

$$x^2 + 6x + 9 - 9 + 25x = 0$$

$$x(x^2 + 31) = 0$$

$$\begin{matrix} x=0 \\ x=-31 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+4| - 4|y-5| \leq 9$$

$$y \in (-\infty; -4):$$

$$-y-4 - 4y+20 = -5y+16 \geq 0$$

~~...~~

$$y \in (-4; 5):$$

$$y+4 - 4y+20 =$$

$$= -3y+24$$

$$\dots 9$$

$$y \in (5; +\infty):$$

$$y+4 + 4y-20 =$$

$$= 5y-16$$

$$9 \dots$$

$$\Rightarrow y = 5$$

$$z = 0$$

$$\sqrt{-2+2\sqrt{5}+5} - \sqrt{1+2+2\sqrt{5}+4} = 2\sqrt{(3+2\sqrt{5})(2\sqrt{5}+3)}$$

$$= 2\sqrt{3+2\sqrt{5}} - 2\sqrt{7+2\sqrt{5}}$$

$$-x^2 - 4x + 5 \geq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+9}}{-1} = \dots$$

$$x^2 + 4x - 5$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$x+5 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} + 1-x = 4 \cdot (5-4x-x^2)$$

$$6 - 2\sqrt{(x+5)(1-x)} = 4(5-4x-x^2)$$

$$2x^2 + 8x - (10+3) = \sqrt{(x+5)(1-x)}$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} = 2\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)}$$

$$2\alpha^2 + \alpha - 3 = 0$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \dots$$

$$\sqrt{(1-x)(x+5)} = \frac{3}{2}$$

$$x+5 - x^2 - 5x = \frac{9}{4}$$

$$x^2 + 4x - 5 + \frac{9}{4} = 0$$

$$4x^2 + 16x - 11 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

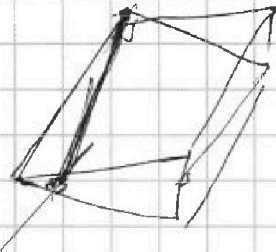
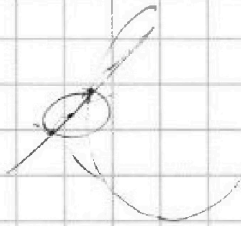
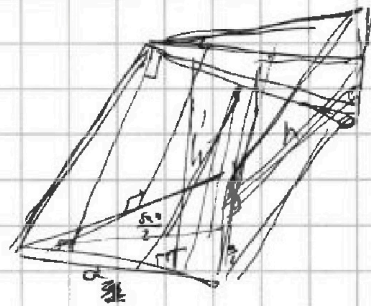
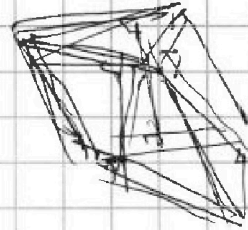
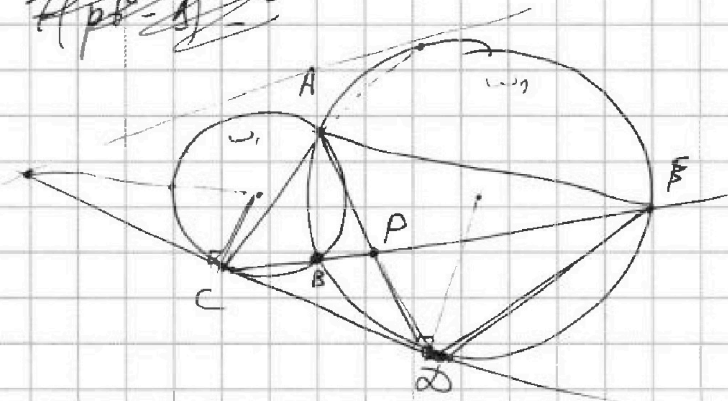
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$pt^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$p = \frac{3t^2 - 3t + 1}{t^3} = \frac{3}{t^2}$$

$$\frac{3+5}{6} = \frac{8}{6}$$

~~Рррррррр~~



$$a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 1$$

$$a = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$h = \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$h' = \frac{\sqrt{6}}{2} \sqrt{3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$\rightarrow \begin{cases} a-c=1 & b-c=p^2 & (1) \\ a-c=p^2 & b-c=1 & (2) \\ a-c=p & b-c=p & (3) \end{cases}$$

$$a-c=p^2 \quad b-c=1 \quad (2)$$

$$a-c=p \quad b-c=p \quad (3)$$

$$\cancel{a=b} \quad \text{---}$$

$$b-a = p^2 - 1$$

$$\begin{pmatrix} a-b \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p^2-1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{невозможно } \text{---}$$

$$b-a = (p-1)(p+1)$$

$$a^2 + b - a^2 - a = (p-1)(p+1)$$

$$210 - a(a+1) = p^2 - 1$$

$$\text{---} \quad p^2 - 1 \mid (b-a)$$

$$p^2 - 1 \text{ ---}$$

по лемме  
в.Ферма  $p^2 - 1 \mid 3$  , если  $p \neq 3$

$$\Rightarrow p=3$$

$$\begin{cases} b-a=8 \\ a^2+b=210 \end{cases}$$

$$a^2 + a = 202$$

$$a^2 + a - 202 = 0$$

$$a^2 + a - 202 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+808}}{2} = \frac{-1 \pm 28}{2}$$

~~---~~

$$1 + 2028$$

$$2108$$

$$\begin{array}{r} 2108 \\ -205 \\ \hline 25 \\ 208 \end{array}$$

(53)



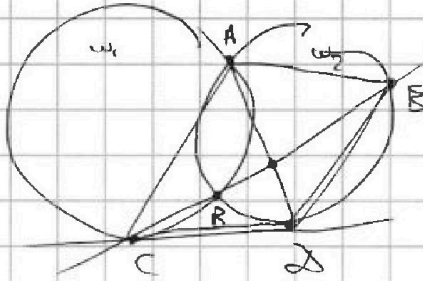


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

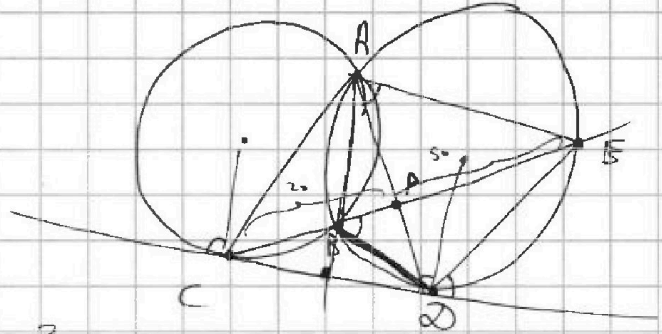
СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



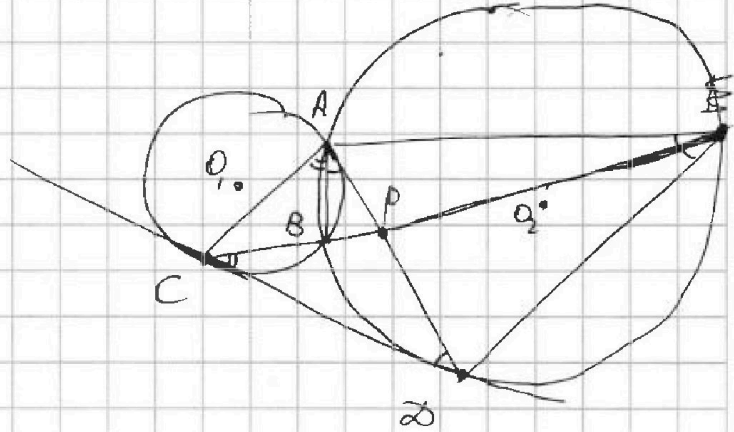
$$\frac{AB}{CB} = ?$$

$$\frac{CA}{CB} = \frac{1}{\sqrt{15}}$$

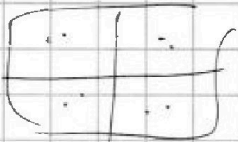


$$\frac{AB}{CB} = \frac{BP}{PE} = \frac{BD}{AB}$$

$$CB \cdot CE = CA^2$$



$$C_{10000}^4 = \frac{10000!}{4! \cdot (10000-4)!}$$



$$C_{10000}^2 = \frac{10000!}{2! \cdot (10000-2)!}$$

