



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её десятый член равен $\sqrt{(25x + 34)(3x + 2)}$, двенадцатый член равен $2 - x$, а восемнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x + 34}{(3x + 2)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{3-x-2z} + 7 = 2\sqrt{y-3x-x^2+z}, \\ |y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 6 \cos 2x + 3(p+4) \cos x + 10 = 0$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $7 : 20$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 500×120 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 1000$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 4. Площади её боковых граней равны 6, 6 и 5. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 $\{b_n\}$ - геом. прогр.

$$b_{10} = \sqrt{(25x+34)/(3x+2)} = b_9^2$$

$$b_{12} = 2-x = b_9''$$

$$b_{18} = \sqrt{\frac{25x+34}{(3x+2)^3}} = b_9^{17}$$

$$b_{10}^3 = b^3 q^{17} = \sqrt{(25x+34)^3 (3x+2)^3}. \text{ Тогда}$$

$$b_{10}^3 \cdot b_{18} = b^4 q^{44} = (25x+34)^2 = (b_{12})^4 = (2-x)^4.$$

$$(25x+34)^2 = (x^2 - 4x + 4)^2;$$

$$(x^2 - 29x - 30) / (x^2 + 21x + 38) = 0;$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -1; 30. \\ x = -2; -19. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 29x - 30 = 0 \\ x^2 + 21x + 38 = 0 \end{cases} \begin{cases} x = -1; 30. \\ x = -2; -19. \end{cases}$$

Проверка:

$$1) x = -1: b_{10} = \sqrt{(34-25)/(2-3)} \notin \mathbb{R}.$$

$$2) x = 30: b_{10} = \sqrt{(750+34)/(3 \cdot 30+2)}$$

Заметим, что $\frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{b_9''}{b_9^2} = q^2 \neq 0$

$$b_{10} = \sqrt{(750+34)/(3 \cdot 30+2)} > 0, b_{12} = 2-30 = -28 < 0 \Rightarrow$$

$$\frac{b_{12}}{b_{10}} < 0 \text{ - невозможно}$$

$$3) x = -2; b_{10} = \sqrt{(34-50)/(2-6)} = \sqrt{16/4} = 8.$$

$$b_{12} = 4, b_{18} = \sqrt{\frac{16}{4^3}} = \frac{1}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q^2 = \frac{4}{8} \Rightarrow q = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm 2^{-\frac{1}{2}} \quad b q^9 = 8; \quad b 2^{-\frac{9}{2}} = 8 = 2^3$$

$$b = \pm 2^{3 + \frac{9}{2}} = \pm 2^{\frac{15}{2}} \quad \text{Последит прогрессия}$$

$$\text{с } b = 2^{\frac{15}{2}} \quad \text{и } q = 2^{-\frac{1}{2}}$$

4) $x = -19$.

$$b_{10} = \sqrt{(34 - 25 \cdot 19) / (2 - 3 \cdot 19)} = \sqrt{475}$$

$$= \sqrt{441 \cdot 55} = 21 \sqrt{55} = 21 \cdot 55^{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 475 \\ \underline{330} \\ 441 \\ 55 \end{array}$$

$$b_{12} = 21, \quad b_{18} = \sqrt{\frac{441}{55^3}} = 21 \cdot 55^{-\frac{3}{2}}$$

$$q = 55^{\frac{1}{4}}, \quad b \cdot q^9 = 8; \quad b \cdot 55^{\frac{9}{4}} = 21 \cdot 55^{\frac{9}{4}}$$

$$q^2 = \frac{b_{12}}{b_{10}} = \frac{21 \cdot 55^{-\frac{3}{2}}}{21 \cdot 55^{\frac{1}{2}}} = 55^{-2} \Rightarrow q = \frac{1}{55}$$

$$b \cdot 55^{-9} = 21 \cdot 55^{\frac{1}{2}}; \quad b = 21 \cdot 55^{\frac{19}{2}} \Rightarrow$$

Последит прогрессия с $b = 21 \cdot 55^{\frac{19}{2}}$ и $q = 55^{-1}$

Ответ: $x = -2; -19$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Пусть $f(y) = |y+2| + 2|y-18|$; Тогда

$$f(y) = \begin{cases} 34-3y, & y < -2 & (1) \\ 38-y, & -2 \leq y \leq 18 & (2) \\ 3y-34, & y > 18 & (3) \end{cases}$$

На участке (1) $f \downarrow$,
на участке (2) $f \downarrow$,
на участке (3) $f \uparrow \Rightarrow$

$$f_{\min} = f(18) = |18+2| + 2|18-18| = 20, \text{ т.е.}$$

$$\sqrt{400-z^2} \neq f(y) \neq 20. \text{ (другой стороны)}$$

$$\sqrt{400-z^2} \leq 20 \Rightarrow \sqrt{400-z^2} = 20; \quad z = 0, \text{ т.е.}$$

все реш имеет вид $(x; 18, 0)$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} + 7 = 2\sqrt{18-3x-x^2} + 7$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ 18-3x-x^2 \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \\ x^2+3x-18 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \\ (x+6)(x-3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -6 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-6; 3]$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6} + 7 &= 2\sqrt{18-3x-x^2} + \sqrt{3-x} \\ \sqrt{x+6} + 49 + 14\sqrt{x+6} &= 4\sqrt{18-3x-x^2} + \sqrt{3-x} \\ + 4\sqrt{18-3x-x^2} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 7 &= 2\sqrt{ab} \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} + a + b - 2 &= 2\sqrt{ab} \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} & \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } \sqrt{x+6} = a \neq 0, \sqrt{3-x} = b \neq 0 \text{ тогда}$$

$$7 = a^2 + b^2 - 2 \quad \text{и} \quad a - b + a^2 + b^2 - 2 = 2ab;$$

$$(a-b)^2 + (a-b) - 2 = 0;$$

$$\begin{cases} (a-b) = 1 \\ (a-b) = -2 \end{cases}, \text{ пот.к. } a+b \neq 0, \text{ то } a-b = 1;$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{3-x} = 1; \quad x+6+3-x-2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x} = 1;$$

$$8 = 2\sqrt{x+6}\sqrt{3-x}; \quad (x+6)(3-x) = 16.$$

$$3x - x^2 + 18 - 6x = 16; \quad x^2 + 3x - 2 = 0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 2 = 17. \quad x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}.$$

$$\begin{array}{l} \frac{-3 - \sqrt{17}}{2} \overset{>}{\sqrt{-6}}; \quad 9 \overset{>}{\sqrt{17}}; \\ \frac{-3 + \sqrt{17}}{2} \overset{<}{\sqrt{3}}; \quad \sqrt{17} \overset{<}{\sqrt{9}} \end{array} \quad \left| \Rightarrow \text{Оба корня подходят.} \right.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right), \left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}; 18; 0 \right).$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\cos 3x = \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \cdot \sin x =$$

$$= (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\sin^2 x \cdot \cos x =$$

$$= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x) = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$p(4\cos^3 x - 3\cos x) + 6(2\cos^2 x - 1) + (3p+12)\cos x + 10 = 0;$$

$$4p\cos^3 x + 12\cos^2 x + 12\cos x + 4 = 0; \quad | :4$$

$$p\cos^3 x + 3\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0.$$

$$(p-1)\cos^3 x + (\cos x + 1)^3 = 0; \quad \text{т.к. } \cos x = 0 \text{ — не реш. } \forall p$$

$$p-1 = \left(\frac{-\cos x - 1}{\cos x}\right)^3 = \left(-1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1; \quad -1 \leq \frac{1}{-\cos x} \leq 1. \quad \begin{cases} -\frac{1}{\cos x} \geq -1 \\ -\frac{1}{\cos x} \leq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1 - \frac{1}{\cos x} \geq 0 \\ -1 - \frac{1}{\cos x} \leq -2 \end{cases} \quad \begin{cases} \left(-1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3 \geq 0 \\ \left(-1 - \frac{1}{\cos x}\right)^3 \leq -8 \end{cases} \quad \begin{cases} p-1 \geq 0 \\ p-1 \leq -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases} \quad \text{— при нахождении из этих неравенств } \exists \text{ реш.}$$

$$\text{Пусть } a = \sqrt[3]{p-1}. \quad \text{Тогда } \frac{-\cos x - 1}{\cos x} = a;$$

$$(a+1)\cos x = -1; \quad \cos x = \frac{-1}{a+1}; \quad x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{a+1}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } p \in (-\infty; -7] \cup [1; +\infty), \quad x = \pm \arccos\left(\frac{-1}{1+\sqrt[3]{p-1}}\right) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



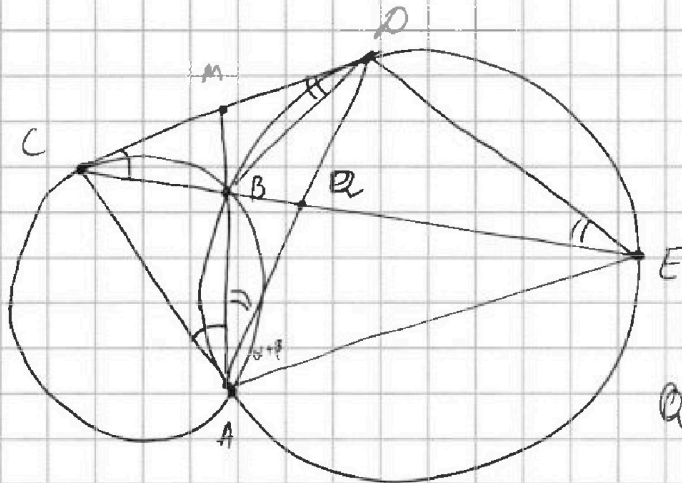
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4



$$\frac{CQ}{QE} = \frac{7}{20}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

Лугуб
 $Q = AD \cap CE$

1) $CQ \cdot CE = CB \cdot CD, BQ \cdot QD = AQ \cdot QE$

1) Пусть $\angle DCB = \alpha, \angle CDB = \beta$. Тогда

$\angle CAB = \alpha$ (кас и хорд), $\angle BAD = \beta$ и $\angle BED = \beta$.

$\angle CBE = \alpha + \beta$ (как внешний для $\triangle CBD$) $\Rightarrow \angle CAE = \angle CBE = \alpha + \beta$

(как впис) $\Rightarrow AQ$ - бис - с $\angle CAE \Rightarrow$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CQ}{QE} = \frac{7}{20}$$

2) $\triangle CDB \sim \triangle CED$ по 2 углам $\Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{BD} = \frac{CD}{BC}$;

$$\frac{ED}{CD} = \frac{BD}{BC}$$

3) $\triangle BQD \sim \triangle EQA, \triangle BQD \sim \triangle AQE$ по 2 углам \Rightarrow

$$\frac{BD}{AE} = \frac{BQ}{QA}. \text{ По Т. син в } \triangle ABQ: \frac{BQ}{QA} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\text{по } \triangle CBA: \frac{AC}{BC} = \frac{\sin \angle CBA}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{AC \cdot BQ}{BC \cdot QA} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BA}{QA} = \frac{BC}{AC} \cdot \frac{\sin B}{\sin d} \Leftrightarrow \frac{BD}{AE} \quad \text{Но по Т. син для } \triangle CDE:$$

$$\frac{ED}{CD} = \frac{\sin d}{\sin B}, \text{ т.е.} \quad \frac{BD}{BC} = \frac{ED}{DC} = \frac{\sin d}{\sin B}, \text{ т.е.}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{BC}{BD} \cdot \frac{\sin B}{\sin d} = \left(\frac{BC}{BD}\right)^2, \quad \frac{BC}{BD} = \sqrt{\frac{AC}{AE}}$$

$$= \sqrt{\frac{CA}{AE}} = \sqrt{\frac{7}{20}}, \quad \frac{ED}{DC} = \frac{BD}{BC} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{20}{7}}$



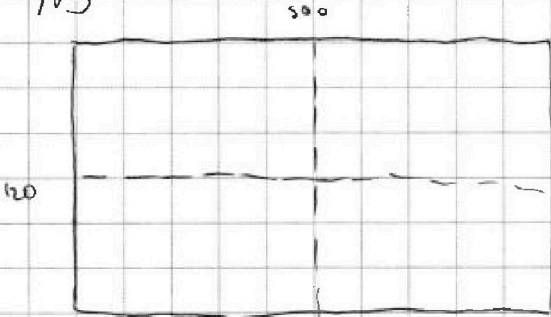
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

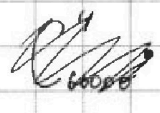
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!


N5



Площадь $S = 500 \cdot 120 = 6 \cdot 10^4$.

Симметрии:

• Отн. центра:  C_4 - далее идет отн. отн. центра.
 $C_{2/2}$ и $C_{2/2}$

• Отн. верт и гор. ср. лин.:  - далее идет отн. отн. ср. лин.

Пересечения:

• сим-ии отн. верт. и гор. ср. лин.: $C_{2/4}^2$

• сим-ии отн. верт. ср. лин. и центра:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

$$(a-c)(b-c) = p^2, p \in \mathbb{P} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p^2 \end{cases}, \text{ что невозможно, т.к. } a < b$$
$$\text{или } \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} \text{ невозможно, т.к. } a < b$$

$$\begin{cases} a-c=1 \\ b-c=p^2 \end{cases}$$

$$b-a = p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p^2 - 1 \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3}. \text{ Но если } p \not\equiv 3, \text{ т.е. } p \neq 3, \text{ то}$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p = 3.$$

$$\begin{cases} a = 1+c \\ b = 9+c \end{cases}$$

$$(1+c)^2 + 9+c = 1000;$$

$$\begin{cases} a = 1+c \\ b = 9+c \end{cases}$$

$$c^2 + 3c + 10 = 1000; \quad c^2 + 3c - 990 = 0;$$

$$c = -33$$

$$a = -32, \quad b = -24$$

$$c = 30$$

$$a = 31, \quad b = 39.$$

Ответ: $(-32; -24; -33), (31; 39; 30).$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Черновик

Запишем ОАЗ:

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq -6 \\ 3-2z \geq x \\ y \geq x^2+3x-z \\ -20 \leq z \leq 20 \end{cases}$$

$$3-2z \geq x \geq -6;$$

$$z \leq \frac{9}{2}.$$

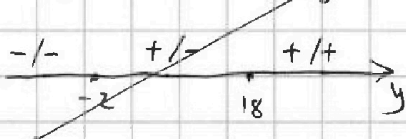
$$\min(x^2+3x) = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \cdot 3 \Rightarrow$$

$$-z \geq -\frac{9}{2}$$

$$y \geq \frac{9}{4} - \frac{9}{2} - \frac{9}{2} = \frac{9}{4} - 9 = -\frac{27}{4}.$$

$$|y+2| + 2|y-18| = \sqrt{400-z^2} \leq 20,$$

$$f(y) = |y+2| + 2|y-18|$$



$$f(y) = \begin{cases} 34-3y, & \text{если } y < -2 \\ 38-y, & -2 \leq y \leq 18 \\ 3y-34, & y > 18. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+6 \geq 0 \\ 3-x-2z \geq 0 \\ y-3x-x^2+z \geq 0 \\ 400-z^2 \geq 0 \end{cases}$$

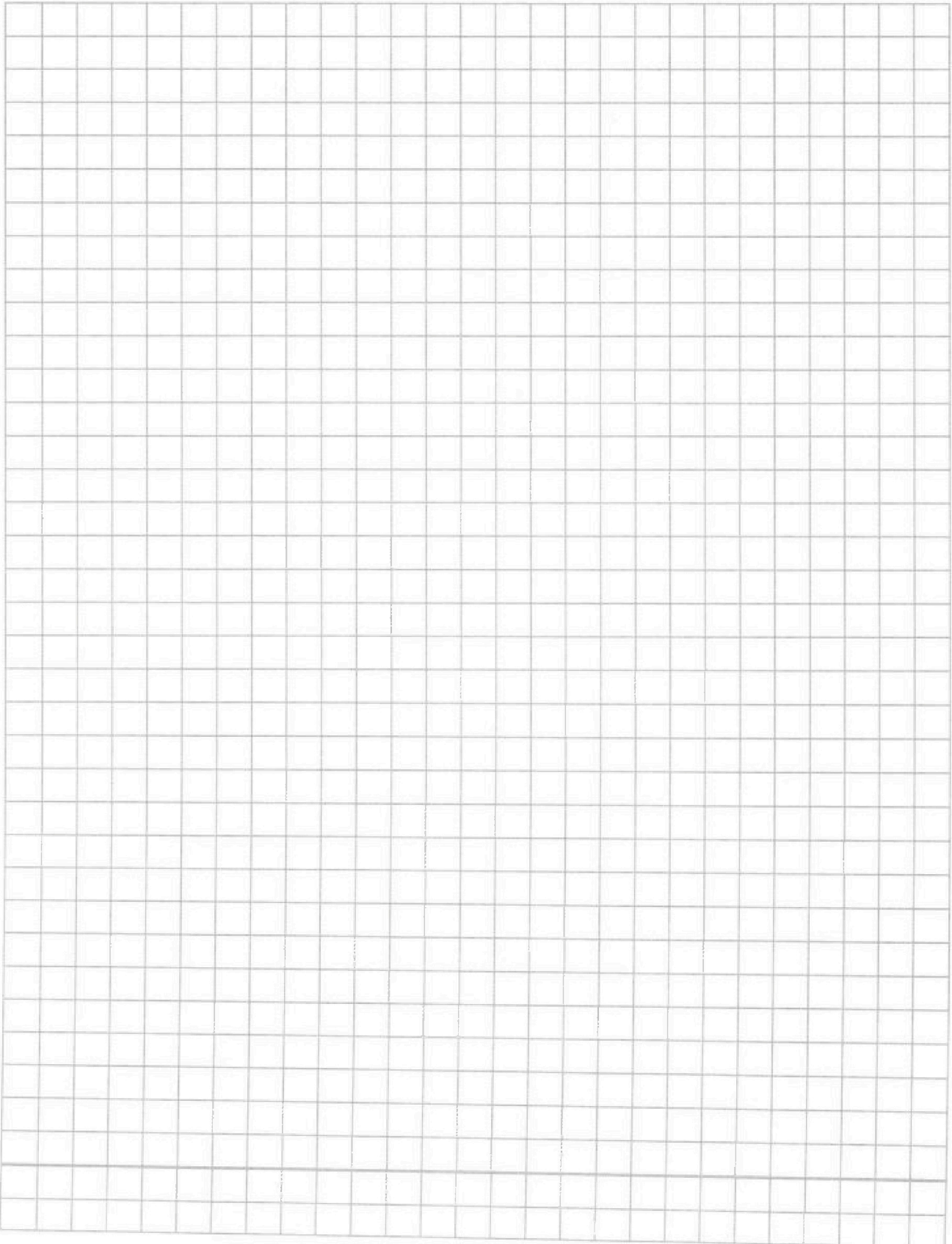


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





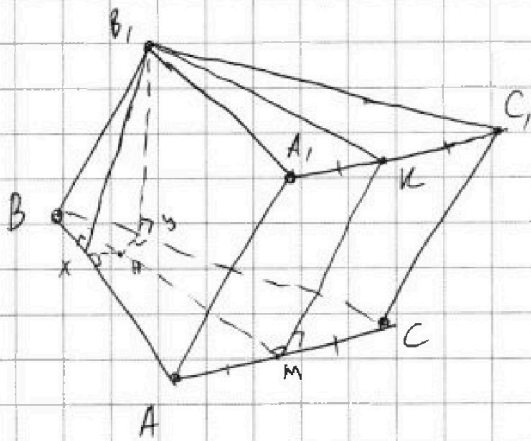
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7



Черновики
Пусть $S(ABB_1A_1) = 6 = S(BB_1C_1C)$,
 $S(AA_1C_1C) = 5$.

1) Пусть X и Y - осн. высот из B_1 на BA и на BC , тогда M - осн. перп. на AC в (ABC) . Тогда по ТТП

$B_1X \perp BA$ и $B_1Y \perp BC$. Более того, т.к. $S(ABB_1A_1) = S(BB_1C_1C)$,

эти высот-ки пер-мн. $BA = BC$, $B_1X = B_1Y \Rightarrow$

т.к. $\Delta B_1XM = \Delta B_1YM$ по шк. и катету, то $B_1X = B_1Y \Rightarrow$

$M \in \delta$ -се $\triangle ABC$, т.е. медиана и высоте.

2) Пусть M - сер. AC . Тогда $(BB_1M) \perp (ABC)$, т.к. $B_1M \in (BB_1M)$ и $B_1M \perp ABC \Rightarrow$

$(BB_1M) \perp (AA_1C_1C)$ и $K \in (BB_1M)$, т.к. $B_1K \parallel B_1M$, где

K - сер. AC_1 . Т.к. $AC \perp BM$, то $AC \perp (BB_1M) \Rightarrow$

$AC \perp MK \Rightarrow MK$ - высота в AA_1C_1C , но $\exists MK \parallel KA_1 \Rightarrow$

AA_1C_1C - пря-ик.

3) Пусть a - сторона гр. основания. Тогда $AB \cdot BX = 6$, $BX = \frac{6}{a}$. Аналогично $MK = \frac{5}{a} \Rightarrow$

$BB_1 = \frac{5}{a}$. Тогда по Т.Пиф $BX = \sqrt{\frac{36-25}{a^2}} = \frac{\sqrt{11}}{a}$.
 $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 4$, $a^2 = \frac{16}{\sqrt{3}}$, $a = \sqrt[3]{\frac{16}{\sqrt{3}}}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Т.к. $BH = \sqrt{3}a$, $20 < \angle BH = 30^\circ \Rightarrow$ Перевыки~~

~~$\frac{BX}{BH} = \cos 30^\circ; BH = \frac{\sqrt{11}}{a \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{33}}{3a}$ Тогда по Т. Пиф.~~

~~$B_{\perp H} = \sqrt{KB_1^2 - BH^2} = \sqrt{\quad}$~~

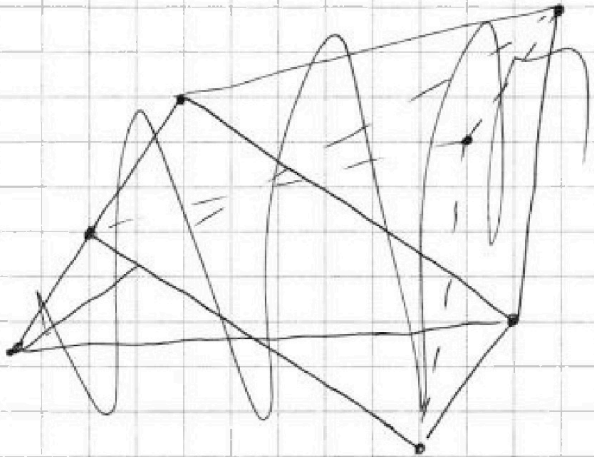


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Черновик