



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{\frac{13x - 35}{(x + 1)^3}}$ , тринадцатый член равен  $5 - x$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{(13x - 35)(x + 1)}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $3 : 10$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $200 \times 250$ . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:

- $a > b$ ,
- число  $a - b$  не кратно 3,
- число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство  $a + b^2 = 560$ .

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

Нужно найти  $aq^7$  - первый член геом. прогрессии.

$$\text{Тогда } aq^7 = \sqrt[6]{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}, \quad aq^{13} = 5-x \quad \text{и} \quad aq^{15} = \sqrt{(13x-35) \cdot (x+1)^2}$$

$$\text{Значит } \frac{aq^{15}}{aq^7} = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)^2}}{\sqrt[6]{(x+1)^3}} = (x+1)^2$$

$$\Rightarrow q^8 = (x+1)^2 \Rightarrow q = \sqrt[4]{(x+1)^2}$$

$$\text{Значит, } q^6 = \sqrt[6]{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x$$

$$\sqrt[4]{(x+1)^2} \cdot \sqrt[6]{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = 5-x$$

$$\sqrt[4]{13x-35} = 5-x.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 13x-35 = 25-10x+x^2 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 23x + 60 = 0 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Но м. вчера } x = 3 \text{ или } x = 20 \\ x \geq \frac{35}{13} \\ x \leq 5. \end{array} \right. \Rightarrow x = 3, \text{ т.к. } 20 > 5$$

$$\text{Проверка: } q = \sqrt[4]{2}, \quad \sqrt[6]{\frac{39-35}{(4)^3}} = \frac{1}{4}. \quad 5-x = 2 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt[6]{2} = \frac{8}{4}$$

Значит,  $x = 3$  подходит

$$\sqrt[4]{4 \cdot 4} = 4 = 2 \cdot \sqrt[2]{2^2}$$

Ответ:  $x = 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отмьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы не каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p.$$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p, \text{ где } t \in [-1; 1], t = \cos x$$

Реш.

$$4 \text{ произв.} - 1dt^2 + 1dt + 3 = 0 \quad \text{или} \quad 4t^2 + 4t + 3 = 0$$

Тогда  $D = 16 - 16 \cdot 3 < 0 \Rightarrow$  получился расстёт при  
расчёте  $t$ . Тогда её минимум  $f(-1) = -4$  и макс  
 $f(1) = 10$ .

$$\min f(t) = -4 + 6 - 3 - 3 = -4 \quad \text{Значит, где был}$$

$$\max f(t) = +4 + 6 + 3 - 3 = 10. \quad p \text{ от } -4 \text{ до } 10$$

есть решение, причём ровно одно.

$$\text{Ответ: } p \in [-4; 10]$$

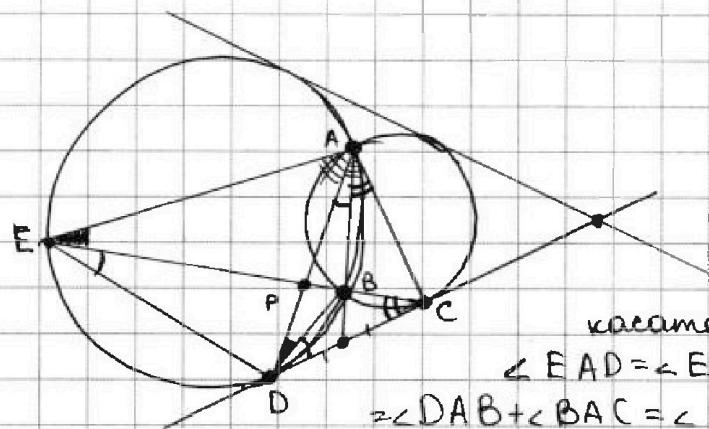


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$P = AD \cap CE$$

$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$\angle ADC = \angle AED$  (угол между хордой и касательной)

$$\angle EAD = \angle EBD = \angle BDC + \angle BCD =$$

$$= \angle DAB + \angle BAC = \angle DAC \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle DAC,$$

так как  $AP$  - биссектриса  $\angle EAC$ ,  $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{EP}{PC} = \frac{10}{3}$ ,  
из подобия:

$$\Rightarrow \boxed{\frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}}$$

$$AE = \frac{10}{3} AC; AE \cdot \frac{3}{10} = AC$$

$$AD^2 = \sqrt{\frac{10}{3} AC^2}$$

Значит,  $AD^2 = AC \cdot AE = AE^2 \cdot \frac{3}{10}$ , следовательно

$$\left(\frac{AD}{AE}\right)^2 = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$\text{А.м.н. } \frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE} \Rightarrow \frac{CD}{ED} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$\text{Очевидно: } \frac{CD}{ED} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



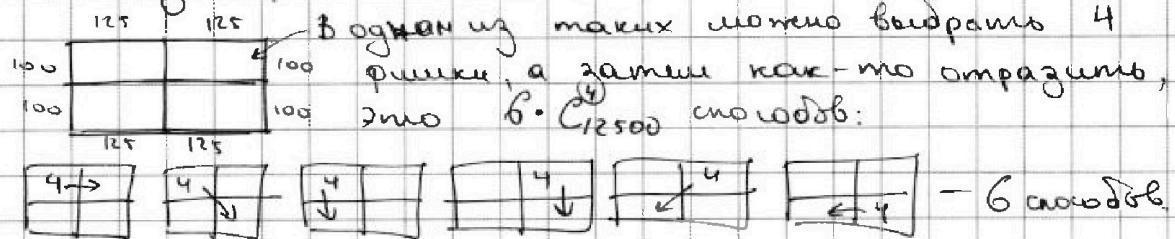
- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 1

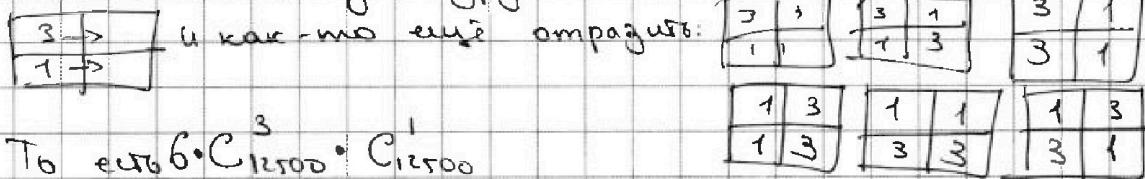
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

Такие восемьки можно получать 4 способами. Через отражение как-то 4 клетки, через отражение 3 и 1 и через отражение 2:



Затем можно выбрать 3 клетки в одном прямоугольнике и 1 клетку в другом:



Теперь осталось случая, когда в каждом прямоугольнике  $125 \times 100$  по 2 клетки.

$\begin{matrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{matrix}$  Пусть мы выбираем 2 расстояния этих клеток и также некоторое количество способов: как и в случае с 1, тогда всего  $6(C_{12500}^2)^2$ , но двойки могут быть выбраны центрально симметрично, как  $\therefore$ . Они состоят из двух центрально симметричных двоек  $C_{12500}^2$ . Каждая из них посчитана в первом случае 6 раз (по всем возможным). То есть всего  $6(C_{12500}^2)^2 - 6 \cdot C_{12500}^2 = 6 \cdot (C_{12500}^2) \cdot (C_{12500}^2 - 1)$

Ответ:  $6C_{12500}^3 \cdot C_{12500}^1 + 6 \cdot C_{12500}^4 + 6 \cdot C_{12500}^2 (C_{12500}^2 - 1)$



1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6

Пусть  $(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$  - простое число.

Тогда либо  $\begin{cases} (a-c) = 1, (b-c) = p^2 \\ (a-c) = -1, (b-c) = -p^2 \\ (a-c) = p^2, (b-c) = 1 \\ (a-c) = -p^2, (b-c) = -1 \end{cases}$

1) Пусть  $a-c = 1$ , тогда  $c = a-1$ , значит  $b-c = b-a+1 = p^2$ .

Если  $p \neq 3$ , то  $p^2 \equiv 1 \pmod{3}$ , что тогда  $b-a \equiv 0 \pmod{3}$ , что неверно. Значит,  $p = 3$ , что есть  $b-a+1 = 9$ ,  $b = a+8$ .

Тогда  $a + a^2 + 16a + 64 = 560$ ,  $a^2 + 17a - 496 = 0$

По м. Виета  $x_1 \cdot x_2 = -496 = -2 \cdot 248 = -4 \cdot 124 = -8 \cdot 62 = -16 \cdot 31$ .  
и  $x_1 + x_2 = -17$ , но среди чисел  $x_1$  и  $x_2$  нет подходящих пар.

2) Пусть  $a \neq b$   $b-c = 1$ , тогда  $a-c = p^2$ , проведя расчёты, аналогично 1), получаем, что  $a-b+1 = 9 \Rightarrow a = b+8$ .

Тогда  $b^2 + b + 8 = 560$   
 $b^2 + b - 552 = 0$ .

$$552 = 2 \cdot 276 = 4 \cdot 138 = 8 \cdot 69 = 8 \cdot 23 \cdot 9 = 24 \cdot 23$$

$$x_1 + x_2 = -1 \Rightarrow x_1 = -24, x_2 = 23.$$

$$x_1 \cdot x_2 = -552$$

Тогда  $\begin{cases} b = -24, a = -16 \Rightarrow c = -25 \\ b = 23, a = 231 \Rightarrow c = 222 \end{cases}$  эти две пары подходит

3) Пусть теперь  $b-c = -1$ ,  $a-c = -p^2$

Тогда  $b-c = -1 \Rightarrow b = c-1$ ,  $a-b-1 = -p^2$ . Аналогично если  $p \neq 3$ , то  $-p^2 \equiv -1 \pmod{3}$ , но тогда  $(a-b) \equiv 0 \pmod{3}$ .

Тогда  $a-b-1 = -9$ , но это  $a = b-8$ . Но  $a > b$ , противоречие.

4) Значит,  $b-c = -p^2$  и  $a-c = -1$ , тогда  $c = a+1$

и  $b-a-1 = -p^2$ . Аналогично 3)  $p = 3$ , тогда

$$b-a-1 = -9 \Rightarrow 8+b = a \Rightarrow b+8+b^2 = 560$$

$$\Rightarrow b^2 + b - 552 = 0. Мы получаем b = -24 \text{ и } b = 23,$$

$$\text{тогда } a = -16, c = -15, \text{ значит } b-c = -9 \text{ и } b = -24 \text{ и } b = 23$$

$$a = 31, c = 32, b = 23$$

$$\text{Отвем: } (-16, -24, -15); (31, 23, 32);$$

$$(31, 23, 22).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                                     |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \text{ - обе его части положительны.}$$

Возведём его в квадрат:

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12 \cdot 2 \cdot 3y + 144 \cdot 9 + 6|y+1| \cdot |y-12| = 169 - z^2$$

$$\begin{aligned} 10y^2 - 40y + 43z^2 + 6|y+1||y-12| - 169 &= z^2 \\ 10y^2 - 40y + 264 + 6|y+1||y-12| &= z^2 \\ \text{Часть } 10y^2 - 40y + 264 > 0, \text{ так как } D = 40^2 - 4 \cdot 10 \cdot 264 < 0, \\ &= 4900 - 4 \cdot 2640 < 0. \rightarrow \text{обе части не меньше } 0, \\ \text{то есть} & \end{aligned}$$

$$a > b.$$

$$560 = 10 \cdot 56 = 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2^4 = 2 \cdot 5 \cdot 7.$$

$$\begin{array}{r} x \cancel{2} 6 \\ \cancel{1} \cancel{5} \cancel{6} \\ \hline 676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \cancel{2} 4 \\ \cancel{1} \cancel{2} 4 \\ \hline 576 \end{array} \quad \begin{array}{r} x \cancel{2} 3 \\ \cancel{1} \cancel{6} 9 \\ \hline 529 \end{array}$$

529 с отриц.  
ст. уже мало.

$$\Rightarrow \text{отриц. числа не ми. } 576 = (-24)^2$$

$$\Rightarrow a > b \Rightarrow a \geq -23.$$

$$553.$$

1) Если  $a$ - отриц.

$$a \neq b \text{ (нед 3). } (a-c)(b-c) = p^2 \Rightarrow \text{либо } (a-c) = 1, (b-c) = p^2$$

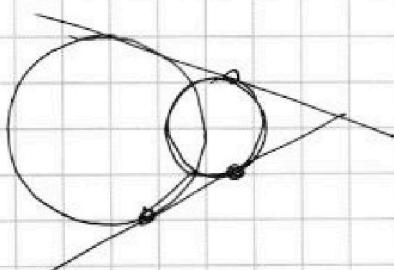
$$\text{либо } (a-c) = b-c = p \Rightarrow a = b \Rightarrow$$

$$a^2 - a - 560 = 0. \quad D = 1 + 4 \cdot 560$$

$$3^2 \cdot 249.$$

такое же квадрат = X

$$\begin{array}{r} \times 560 \\ \hline 2240 \\ - 2241 \cdot \frac{9}{249} \\ \hline - 1 \\ \hline 36 \\ - 36 \\ \hline 0 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

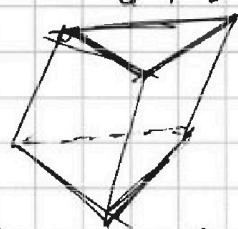
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow (a-c) \cdot (b-c) = p^2 \Rightarrow b-c = p^2, a=c+1 \\ \Rightarrow \cancel{(a=c+1)} \Rightarrow a-c=1 \Rightarrow c=a-1$$

$$b-a+1=p^2 \Rightarrow b^2+b=559+p^2 \\ a+b^2=560$$

$\Rightarrow \cancel{a=b}$  и  $a-b \neq 3$ ?



$$4\cos^3 X - 3\cos X + 6\cos^5 X - 3 + 6\cos X = p$$

$$4\cos^3 X + 6\cos^5 X + 3\cos X - 3 = p.$$

Если  $\cos X = 1$ , то  $p = 10$ .

$$1) a-c=p^2 \Rightarrow b-c=1 \Rightarrow c=b-1.$$

$$\Rightarrow a-b+1=p^2, a-b \neq 3 \dots ?$$

$$p^2 \equiv 1 \pmod{3}, \text{ но тогда } a-b \equiv 0 \pmod{3}.$$

$$\Rightarrow p=9.$$

$$a^2 + 17a - 496 = 0.$$

$$496 = 4 \cdot 124 - 8 \cdot 62 = 16 \cdot 31.$$

$$496 = 8 \cdot 62 = 4 \cdot 124 = 16 \cdot 31.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 + 2y + 1 + 9y^2 - 12 \cdot 9 \cdot 2 \cdot y + 144 \cdot 9 = 169 - z^2$$

$$10y^2 - 216y + 1297 - 169 = 125 - z^2$$

$$\frac{10y^2 - 216y + 1128}{125} = \frac{z^2}{125}$$

$$\frac{10y^2 - 216y + 1128}{125} = \frac{z^2}{125}$$

$$10y^2 - 216y + 1128 = z^2$$

$$10y^2 - 214.$$

$$6 \cdot C_{as500}^4$$

2	4
6	8

**F**

<u>169</u>	125	125
1. 128	3	3
100	1	4
	125	125

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 12 \\ \hline 436 \\ 18 \\ \hline 216 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 33 \\ \times 144 \\ \hline 9 \\ 12 \\ \hline 216 \end{array}$$

$\alpha_1, \alpha_2$

$$\text{Ex C}_2 \text{as} \cdot (3)$$

3	
1	

3	1
1	3

3	3
1	1

1	1
3	3

1	3
3	1

1	2
1	1

$$\text{For } C_{225}^4 \cdot (3+2+1)$$

$$\frac{u/c}{u_x} \cdot C_{12500}^2 \cdot C_{12500}^1 \cdot C_{12500}^3 \cdot \cancel{6}$$

$$2 \cdot (C_{12500}^2)^2 + \cancel{6} - C_{12500}^2$$

$$6 \cdot C_{12500}^1 C_{12500}^3 + 6 \cdot C_{12500}^4 + 6 \cdot (C_{12500}^2)^2 - 2C_{12500}^2, \text{ no } w_6.$$

upr. v. učebn.

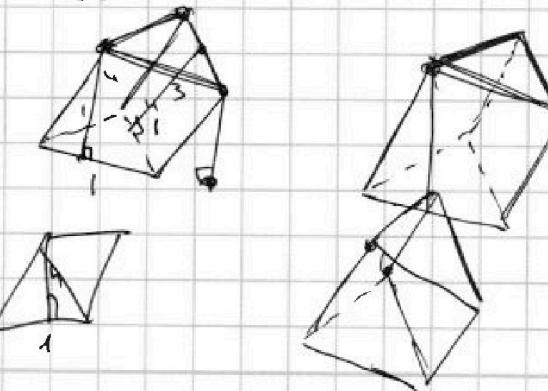
a, b, c w.c. |

$$a > b \quad a \neq b \quad (\text{and } 3) \quad (a-c)(b-c) - kb - r$$

$$a + b^2 = 560, \quad 80 \cdot 80 = 640. \quad \text{Einer } b > 0.$$

۷۷ ۷۷ ۷۷

ל ל ל ל



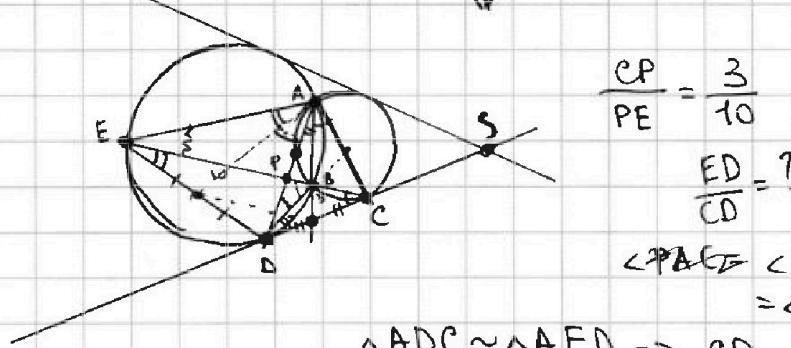
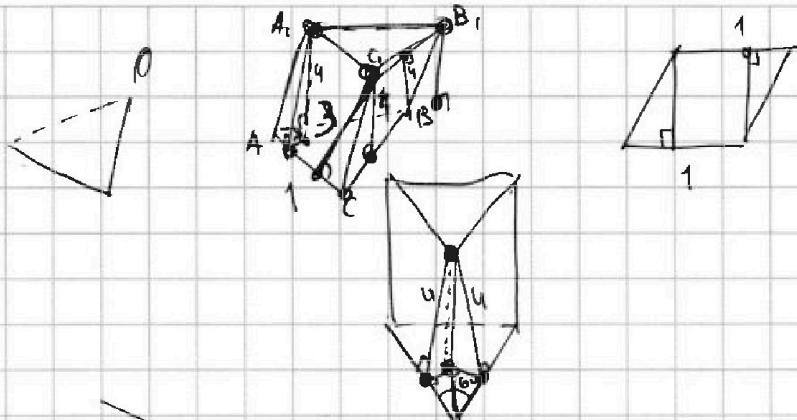


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\angle P A C = \angle E A D = \angle E B D = \\ = \angle B D C + \angle B C D$$

$$\triangle ADC \sim \triangle AED \Rightarrow \frac{CD}{ED} = \frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{PC}{PE} = \frac{3}{10} \quad AC = \frac{3}{10} AE$$

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p \quad \text{но при } p=10 - \text{max}$$

\*

$$1 = 12 \cos x \cdot (-\sin x) + 12 \cos^2 x \cdot (-\sin x) - 3 \sin x \leftarrow$$

$$-12 \sin 2x - 3 \sin x = 0. \quad -4 \sin 2x - \sin x = 0.$$

$$-8 \sin x \cdot \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (8 \cos x + 1) = 0$$

$$\sin x = 0 \Rightarrow \sin x = \pm 1.$$

$$\cos x = -\frac{1}{8}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

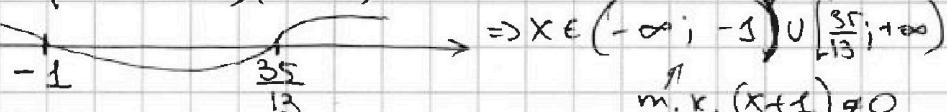
СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

а) 9 - первый член.  $a \cdot q^n$  - i-ый член прогрессии

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = a \cdot q^7 \quad 5-x = a \cdot q^{13} \quad \sqrt{(13x-35)(x+1)^4} = aq^{15}$$

1) ОДЗ:  $(13x-35)(x+1) \geq 0$



$\Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup \left[ \frac{35}{13}; +\infty \right)$   
m.k.  $(x+1) \neq 0$   
из ОДЗ  $x \neq -1$   
грабин.

$$q^8 = \sqrt{(13x-35)(x+1)^4} = \sqrt{(x+1)^4} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{(x+1)^2} \Rightarrow q^4 = (x+1) \Rightarrow q = \sqrt[4]{x+1}$$

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \cdot q^6 = 5-x. \quad \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot 4\sqrt{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3} \cdot 4}$$

$$= \sqrt{13x-35}^7 = 5-x. \Rightarrow 13x-35 = 25 - 80x + x^2$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0. \quad 60 = 15 \cdot 4 = 20 \cdot 3 = X = 20, x = 3.$$

2).  $(5-x) \cdot q^2 = \sqrt{(13x-35)(x+1)^4} \quad \checkmark \quad x=3 \Rightarrow x=3.$

$$\sqrt{\frac{39-35}{4^3}}^7 = \sqrt{\frac{4}{4^3}}^7 = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{4 \cdot 4} = 4.$$

$$\frac{1}{4} \cdot q^6 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{4^3}^7 = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{64}^7 = 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{4}^7 = 4. \quad \checkmark$$

Ответ:  $x = 3 \quad \checkmark$

№

$$\cos 3x = \cos 2x \cdot \cos x - \sin x \cdot \sin 2x = 2\cos^3 x - \cos x -$$

$$2\sin x^2 \cdot \cos x = 2\cos^3 x - \cos x + 2\cos^3 x - 2\cos x = 4\cos^3 x - 3\cos x$$

$$\begin{array}{r} -433 \\ 169 \\ \hline 264 \end{array}$$

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4\cos^3 X - 3\cos^2 X + 6\cos^2 X - 3 + 6\cos X = p$$

$$4\cos^3 X + 6\cos^2 X + 3\cos X - 3 = p.$$

по инве  
 $4t^3 + 6t^2 + 3t - 3 = p, t \in [-1; 1]$

Решение №1  
Макс значение  $\cos X =$

№2.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} & x+2 \leq 4. \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} & x \leq -3. \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} + \sqrt{4-x-z} \quad z \in [-13; 13]$$

$$x+3+5+2\sqrt{5(x+3)} = 4y+4x-4x^2+4z+4\sqrt{(y+x-x^2+z)(4-x-z)} + 4-x-z$$

$$* x+8+2\sqrt{5(x+3)} = 4y-4x^2+3x+3z+4.$$

$$\sqrt{(y+x-x^2+z)(4-x-z)} = \sqrt{\dots}$$

$$4y+4x-4x^2+4z-xy-x^2-xz-4x^3-4z^2 =$$

$$= 4y+4x+4z-xy-yz-2zx-x^2-z^2+x^3-x^2z.$$

Док-тв  $z=0?$  ~~x >= -3~~.  $x \geq -3.$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} \quad | \text{ обе} > 0.$$

$$x+3+4-x-z+25+2ab+2bc+2ac = 4y+4x-4x^2+4z$$

~~$x+3 - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2}$~~ 

$$32+2(ab+bc+ac) = 4y+4x+5z-4x^2$$

Что мы...  $5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z^2} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x-z}$

$$y^2 + 2y + 1 + 6(y-12)(y+1) = 169 - z^2$$

$$+ 9y^2 - 3 \cdot 12 \cdot 2 \cdot y + 144 \cdot 3$$

$$\frac{1}{4}y^2 - 144 \cdot 3$$

$$6 \cdot 12 = 72.$$

$$432 + 1 = 433.$$

$$10y^2 - 70y$$

$$\frac{933}{264} \quad 264.$$

I-

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10y^2 - 70y + 264 \geq 0?$$

$$4900 - 40 \cdot 264 = 4900 - 4 \cdot 2640 < 0.$$

$$\Rightarrow z=0.$$

$$\Rightarrow |y+1| + 3|y-12|=0. \quad y \neq -1. \quad \Rightarrow y=12.$$

$$\Rightarrow y=12 \text{ или } y=-1. / \text{ Если } y$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{y+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{12+x-x^2} > 0.$$

$$x+3 - 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} = 9(12+4x^2+4x).$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} \cancel{3} \cancel{6} \cancel{2} \cancel{2} \cancel{12-x^2+x} \cancel{12} \cancel{4} \cancel{12+4x^2+4x} \cancel{18}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{12+x-x^2} \quad \text{или}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} \neq 2\sqrt{12+x-x^2} - 5$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2} - 10\sqrt{4-x} + 10\sqrt{x+3} =$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}.$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} + \sqrt{4-x}.$$

$$x+3 + 25 + 10\sqrt{x+3} = 4 \cdot (12+x-x^2) + 2(4-x) \cdot \sqrt{x+3} + 4-x.$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}.$$

$$5 = 2\sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x} - \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x}.$$

$$\cancel{\frac{1}{2}\sqrt{x+3}(\sqrt{4-x})} \quad x - 2xy - y = ?$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2 \cdot \sqrt{x+3} \cdot \sqrt{4-x}$$

$$x+3 + 4x + 25 + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 48 + 4x - 4x^2 \quad x \in [-3; 4]$$

$$32 + 10\sqrt{x+3} - 10\sqrt{4-x} = 48 + 4x - 4x^2$$

$$16 + 5\sqrt{x+3} - 5\sqrt{4-x} = 24 + 2x - 2x^2$$

$$5\sqrt{x+3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 &= 2\sqrt{4+x-x^2} \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 &= 2\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{4-x} \\ \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} &= 2\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1) \\ \sqrt{x+3} + 1 + \sqrt{4-x} + 4 &= 2\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3} + 1) \\ \sqrt{4-x} + 4 &= (2\sqrt{4-x} - 1)(\sqrt{x+3} + 1). \end{aligned}$$

$a - b + 5 = 2ab.$  №3.

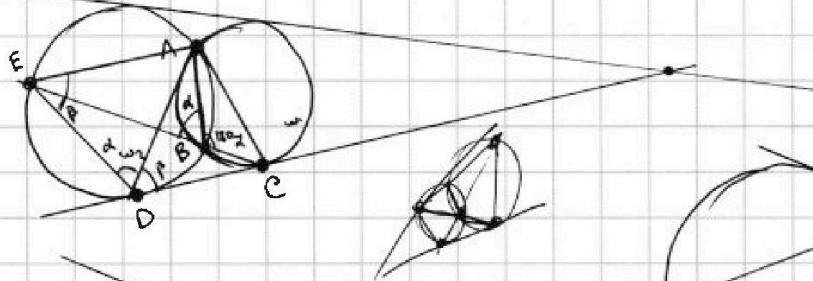
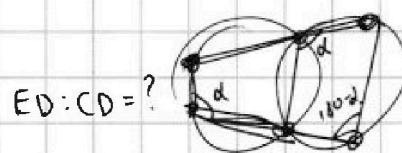
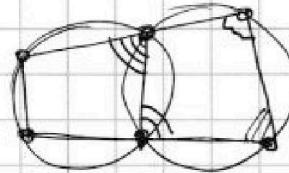
$\cos 3x + 3 \cdot \cos 2x + 6 \cos x = p.$

$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$

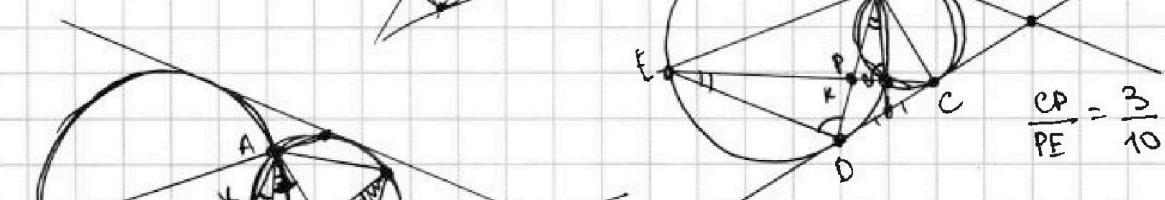
$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x - 3 = p.$

Если  $\cos x \geq 0$ , то

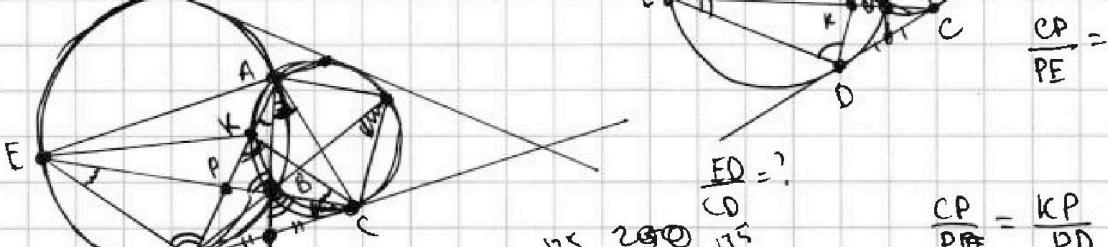
$\cos 3x \leq 0$



№4.



$$\frac{CP}{PE} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{CP}{PE} = \frac{KP}{PD}$$

