



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



- ① [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

- ② [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

- ③ [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

- ④ [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

- ⑥ [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

- ⑦ [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Страница 1 из 2

Пусть b_1 — 1 член прогрессии, q — ее шаг, ($q \neq 0$, $b_1 \neq 0$)
~~тогда~~ b_2 — 2 член прогрессии; $b_i = b_1 q^{i-1}$

тогда

$$b_1 q^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \quad (1)$$

$$b_1 q^{12} = 5-x \quad (2)$$

$$b_1 q^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \quad (3)$$

ОДЗ: $\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$

Sign chart for $\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geq 0$:
 Numerator: $13x-35$ has roots at $x = -1$ and $x = \frac{35}{13}$.
 Denominator: $(x+1)^3$ has a root at $x = -1$.
 Sign intervals: $(-\infty, -1)$ is $+$, $(-1, \frac{35}{13})$ is $-$, $(\frac{35}{13}, +\infty)$ is $+$.

$$\sqrt{(13x-35)(x+1)} \geq 0$$

Sign chart for $\sqrt{(13x-35)(x+1)} \geq 0$:
 Roots at $x = -1$ and $x = \frac{35}{13}$.
 Sign intervals: $(-\infty, -1)$ is $+$, $(-1, \frac{35}{13})$ is $-$, $(\frac{35}{13}, +\infty)$ is $+$.

$$x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$$

$$x \in (-\infty; -1] \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$$

$$\rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup [\frac{35}{13}; +\infty)$$

$$(3) : (1) \quad : \quad \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)} \cdot \sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{13x-35}} = q^8$$

(1) $\neq 0$ как член геом. прогрессии

$$(x+1)^2 = q^8$$

$$|x+1| = q^4$$

$$(2) : (3)$$

$$: \quad \frac{5-x}{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{1}{q^2}$$

(3) $\neq 0$ как член геом. прогрессии



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Страница 2 из 2

$$\frac{5-x}{\sqrt{|13x-35| \cdot |x+1|}} = \frac{1}{9^2}$$

$$\frac{5-x}{\sqrt{|13x-35| \cdot 9^4}} = \frac{1}{9^2} \quad | \cdot 9^2$$

$$\frac{5-x}{\sqrt{|13x-35|}} = 1$$

$$5-x = \sqrt{|13x-35|}$$

Ограничения: $5-x \geq 0 \rightarrow x \leq 5$

$$25 - 10x + x^2 = |13x - 35|$$

$$1) x \geq \frac{35}{13}$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$x = 20$$

или

$$x = 3$$

не логх. т.к.

$$x \leq 5$$

$$2) x < \frac{35}{13}$$

$$25 - 10x + x^2 = 35 - 13x$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x = -5$$

или

$$x = 2$$

не логх лог ОДЗ

Ответ: -5; 3



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Страница 1 из 3

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}$$

$$|y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2z}$$

$$\text{Т.к. } \sqrt{169-2z} \leq \sqrt{169} = 13$$

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$3|y-12| \leq 13 - |y+1|$$

$$\begin{cases} 3y - 36 \leq 13 - |y+1| \\ 3y - 36 \geq |y+1| - 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |y+1| \leq 49 - 3y \\ |y+1| \leq 3y - 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 49 - 3y \\ y+1 \geq 3y - 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 3y - 23 \\ y+1 \geq 23 - 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 49 - 3y \rightarrow y \leq 12 \\ y+1 \geq 3y - 23 \rightarrow y \leq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 3y - 23 \rightarrow y \geq 12 \\ y+1 \geq 23 - 3y \rightarrow y \geq \frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 3y - 23 \rightarrow y \geq 12 \\ y+1 \geq 23 - 3y \rightarrow y \geq \frac{11}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+1 \leq 3y - 23 \rightarrow y \geq 12 \\ y+1 \geq 23 - 3y \rightarrow y \geq \frac{11}{2} \end{cases}$$

→ единственной возможной $y = 12$

Проверим, что он подходит и решение при $y = 12$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2z} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2+z}$$

$$13 = \sqrt{169-2z} \rightarrow z = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

OD3: $x \leq 4$; $x \geq -3$; $2+x-x^2 \geq 0 \rightarrow$ Страница 2 из 3

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{2+x-x^2}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

~~$x+3$~~ Замена $\sqrt{x+3} = a$; $\sqrt{4-x} = b$

~~$$a^2 - b + 5 = 2ab$$~~

~~$$a^2 + 10a + 25 = b^2 (1 + 4a + 4a^2)$$~~

$$\sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

$$x+3 + 10\sqrt{x+3} + 25 = (4-x)(1 + 4\sqrt{x+3} + 4x + 12)$$

$$x + 28 + 10\sqrt{x+3} = (4-x)(13 + 4x + 4\sqrt{x+3})$$

$$x + 28 + 10\sqrt{x+3} = 52 + 16x + 16\sqrt{x+3} - 13x - 4x^2 - 4x\sqrt{x+3}$$

$$\begin{array}{r} -5 \\ 2 \overline{) 25} \\ \underline{20} \\ 5 \end{array}$$

$$\sqrt{x+3} (4x - 6) = 24 + 2x - 4x^2$$

$$\sqrt{x+3} (2x - 3) = 12 + x - 2x^2$$

$$(x+3) \left(4x^2 - \frac{12}{2}x + 9 \right) = 144 + x^2 + 4x^4 + 24x - 48x^2 - 4x^3$$

$$4x^3 - 12x^2 + 9x + 12x^2 - 36x + 27 = x^2 + 4x^4 + 24x -$$

$$-348x^2 - 4x^3$$

$$4x^4 - 8x^3 - 48x^2 + 69x - 27 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Страница 3 из 3

Замена $\sqrt{x+3} = a$; $\sqrt{4-x} = b$

$$a(1-b) + 2,5 = b(1-a) + 2,5$$

~~$$1-a = 1-b$$~~

$$a = b$$

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{4-x}$$

$$x+3 = 4-x$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Ответ: $(\frac{1}{2}; 12; 0)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Страница 1 из 2

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x = p + 3$$

Замена $\cos x = t$; $t \in [-1; 1]$

$$4t^3 + 6t^2 + 3t = p + 3$$

$$f(t) = 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$f'(t) = 12t^2 + 12t + 3 = 3(2t+1)^2 - \text{всегда } \geq 0, \text{ т.е.}$$

$f(t) \uparrow$

Тогда верно, что уравнение всегда имеет корни.

Но учитывая ограничение $t \in [-1; 1]$ это не так.

Докажем при этом, что \max функции $g(x) = 4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x$ это 13 при $\cos x = 1$. Т.е. ~~только~~ только $p + 3 \leq 13$;

$$p \leq 10.$$

Найдём минимум:

$$g'(x) = -\sin x (12\cos^2 x + 12\cos x + 3) = -3\sin x (2\cos x + 1)^2$$

Закладывается при $\cos x = \pm 1$ или $\cos x = -\frac{1}{2}$

~~Т~~ при $\cos x = 1$: $g(x) = 13$; при $\cos x = -1$: $g(x) = -1$;



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Страница 2 из 2

$$\text{при } \cos x = -\frac{1}{2}; \quad g(x) = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Минимум при } \cos x = -1; \quad g(x) = -1.$$

Тогда верно, что для p , такого, что $\begin{cases} p+3 \leq 13 \\ p+3 \geq -1 \end{cases}$ найдётся решение φ исходного уравнения.

$$\begin{cases} p \leq 10 \\ p \geq -4 \end{cases} \rightarrow \underline{p \in [-4; 10]}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

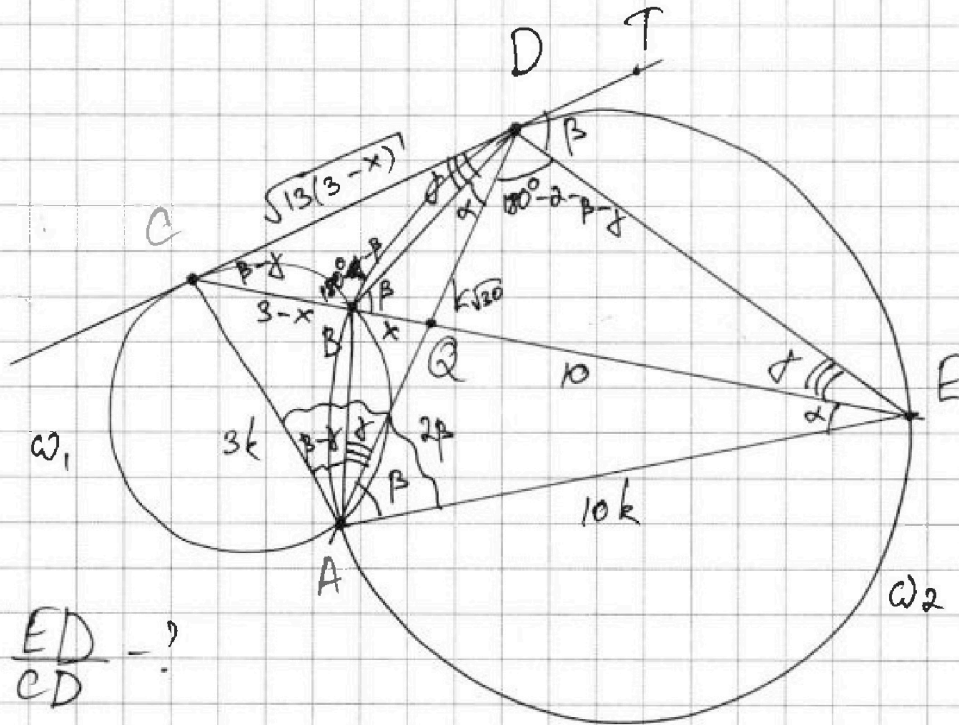
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

Страница 1 из 2



$$\frac{ED}{CD} = ?$$

1) пусть $AD \cap CE = Q$, тогда $CQ = 3$, $QE = 10$

$BQ = x$, тогда $BC = 3 - x$

$\angle CED = \gamma$, тогда $\angle CDB = \gamma$ по теореме об

угле между хордой и касательной

$$ED^2 = (3-x) \cdot 13 \rightarrow CD = \sqrt{13(3-x)}$$

но τ о кас. и секущей из 1 точки

3) пусть $\angle DAE = \beta = \angle EDT$ (по т. об угле между хордой и касательной)

$\angle BEA = \alpha = \angle BDA$ (ведут к \sqrt{BA})

$\angle BEA = \alpha = \angle BDA$ (ведут к \sqrt{BA})

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4) $\angle ADE = 180^\circ - \alpha - \beta$ Граница 2 из 2

$\angle BED = \angle BAD = \beta$

$\angle CBD = 180^\circ - \beta$ $\angle DBQ = 180^\circ - \beta$

$\angle DCB = 180^\circ - \angle CDB - \angle CBD = \beta - \beta$

$\angle CAB = \angle DCB$ (но $\angle O$ \angle между хордой и кас)

5) ~~для $\triangle AQR$~~ $\angle CAQ = \beta = \angle QAE \Rightarrow$
 $\Rightarrow AQ - бис - са \Rightarrow$ ~~$\triangle CAQ \sim \triangle QAE$~~ $\frac{CQ}{QE} = \frac{CA}{AE} = \frac{3}{10} = \frac{3k}{10k}$

6) $\angle CAD = \angle DAE = \beta$
 $\left. \begin{array}{l} \angle CDA = \angle DEA = \alpha + \beta \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle CDA \sim \triangle DEA \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} \rightarrow AD = k\sqrt{30}$

$\Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{DE} = \frac{k\sqrt{30}}{10k} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

~~$\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$~~ $\frac{ED}{CD} = \sqrt{\frac{10}{3}}$

Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Страница 2 из 2

$$\begin{cases} p^2 \equiv 2 \pmod{3} & \text{— невозможно, ведь} \\ p^2 \equiv 3 \pmod{3} \equiv 0 \end{cases}$$

x	$x^2 \pmod{3}$
0	0
1	1
2	1

$$p^2 \equiv 0 \pmod{3} \text{ — но } p \text{ — простое,}$$

и единственное простое число, $\therefore 3$

$$\text{это } 3 \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{cases} b - c = 1 \rightarrow b = 1 + c \\ a - c = 9 \rightarrow a = 9 + c \end{cases}$$

подставим в (4):

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 2209 = 47^2$$

$$c_{1,2} = \frac{-3 \pm 47}{2} = \begin{cases} 22 \\ -25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 22 \\ a = 31 \\ b = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -25 \\ a = -16 \\ b = -24 \end{cases}$$

Ответ: $(31; 23; 22)$
 $(-16; -24; -25)$

Проверим найденные тройки: $31 > 23$; $31 - 23 \equiv 8 \pmod{3}$; \checkmark

$-16 > -24$; $-16 + 24 \equiv 8 \pmod{3}$; $(-16 + 25)(-24 + 25) = 9 = 3^2$; $-16 + 5 \cdot 6 = 560$ \checkmark



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Страница 1 из 2

$$a > b \quad (1)$$

$$a - b \not\equiv 3 \quad (2)$$

$$(a - c)(b - c) = p^2 \quad (3)$$

$$a + b^2 = 560 \quad (4)$$

из (3) т.к. p - простое ~~верно~~ возможны только 2 случая: ~~$a - c = a - b$~~

$$1) a - c = b - c = p$$

но это невозможно учитывая (1), ведь

$$a > b \rightarrow a - c > b - c$$

$$2) \begin{cases} p \mid b - c = p^2 \\ a - c = 1 \end{cases}$$

- тоже невозможно, ведь $p^2 > 1$, т.е. ~~$a - c > b - c$~~

$$a - c < b - c \rightarrow a < b$$

противоречие с (1)

$$3) \begin{cases} p \mid b - c = 1 \\ a - c = p^2 \end{cases}$$

$$\rightarrow a - b = p^2 - 1$$

$$\text{из (2): } p^2 - 1 \not\equiv 3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} p^2 - 1 \equiv 1 \pmod{3} \\ p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

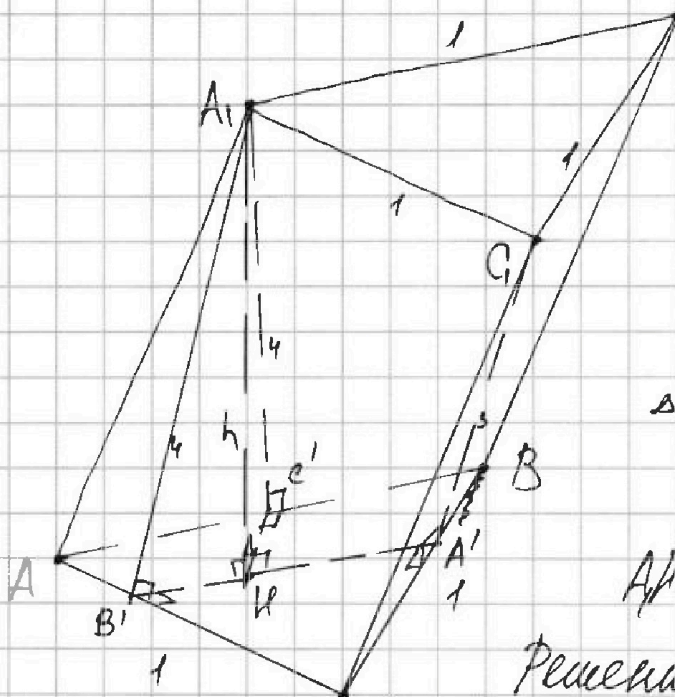
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Страница 1 из



B_1 , $ABCA_1B_1C_1$ - призма

$$S_{AA_1C_1C} = 4$$

$$S_{AA_1B_1B} = 4$$

$$S_{CC_1B_1B} = 3$$

$\triangle ABC$ - равностор. \triangle

$$AB = 1$$

AA_1 - высота призмы - ?

Решение:

1) пусть $AA_1 = h$

2) так как боковые грани призмы - параллелограммы, то их площадь = высота \cdot основание

пусть A_1B_1 - выс. AA_1C_1C ; $A_1B_1 = \frac{S_{AA_1C_1C}}{AC} = 4$

пусть C_1A_1 - выс. CC_1B_1B ; $C_1A_1 = \frac{S_{CC_1B_1B}}{BC} = 3$

пусть A_1C_1 - выс. AA_1B_1B ; $A_1C_1 = \frac{S_{AA_1B_1B}}{AB} = 4$

3) по теор. о 3 перп. $AA_1 \perp ABC$ и

$$A_1B_1 \perp AC \Rightarrow KB_1 \perp AC$$

$$C_1A_1 \perp BC \Rightarrow KA_1 \perp BC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A_1C' \perp AB \Rightarrow KC' \perp AB$$

$$4) \text{ по т. Пифагора } \triangle A_1KB': BK = \sqrt{A_1B_1^2 - A_1K^2}$$

$$BK = \sqrt{16 - 4^2}$$

$$\triangle A_1KC': KC' = \sqrt{A_1C_1^2 - A_1K^2} = \sqrt{16 - 4^2}$$

△



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \quad b_{1,4} = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} \approx b_1 q^6 \quad x = ?$$

$$b_{1,3} = 5-x \approx b_1 q^{12}$$

$$b_{1,5} = \sqrt{(13x-35)(x+1)} \approx b_1 q^{14}$$

$$\frac{5-x}{1} = \frac{\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{(x+1)^3}}{1} \Rightarrow (x+1)^2 = q^{28} \Rightarrow |x+1| = q^{14}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{5-x}{\sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{1}{q^2} \end{array} \right.$$

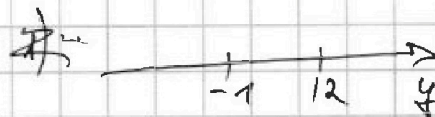
$$\frac{5-x}{q^2 \sqrt{(13x-35)(x+1)}} = \frac{1}{q^2}$$

$$5-x = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

$$25 - 10x + x^2 = 13x - 35$$

$$2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{array} \right.$$

$$x \geq -3$$



$$z \in [-13; 13]$$

$$x+2 \leq 4$$

$$1) \quad y \geq 12$$

$$y+1+3y-36 = \sqrt{169-z^2}$$

$$4y = 35 + \sqrt{169-z^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p \quad p \geq 1 \text{ или}$$

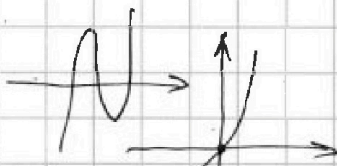
решить при всех p

$$4 \cos^3 x - 3 \cos x + 6 \cos^2 x - 3 + 6 \cos x = p$$

$$4 \cos^3 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos x = p + 3 \quad 4t^3 + 6t^2 + 3t$$

$$\in \mathbb{R} \quad t(4t^2 + 6t + 3)$$

$$\cos x (4 \cos^2 x + 6 \cos x + 3) = p + 3$$



$$p(1) = 13$$

$$p(-1) = 4 - 6 + 3 = 1$$

~~$$4 \cos^2 x + 6 \cos x + 3 = 10$$~~

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{8} + \frac{6}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

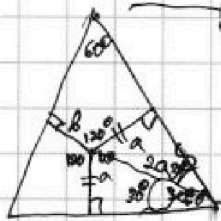
$$f' = (12 \cos^2 x + 12 \cos x + 3) - \sin x = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$(2 \cos x + 1)^2 (\sin x) < 0 \quad (4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1) \cdot (-3 \sin x) > 0$$

$$\sin x < 0$$

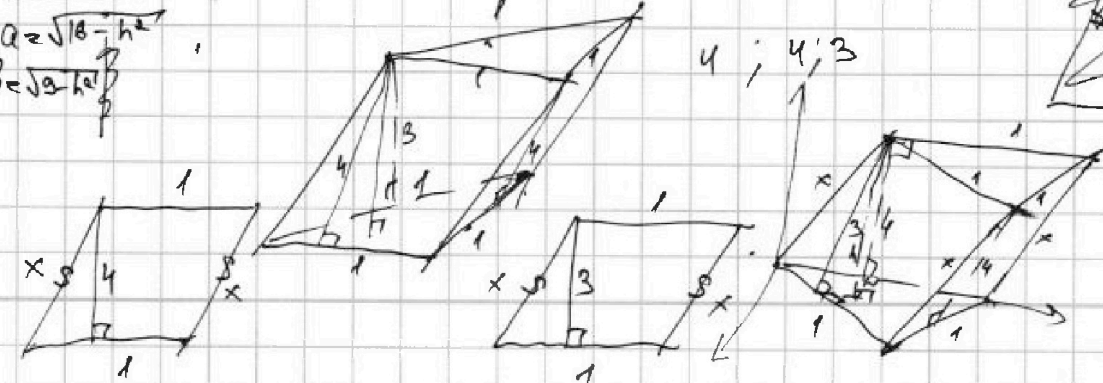
$$\sin x = 0$$

$$1) \sin x < 0$$



$$a = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \alpha}$$

$$b = \sqrt{1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos \beta}$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+3}$$

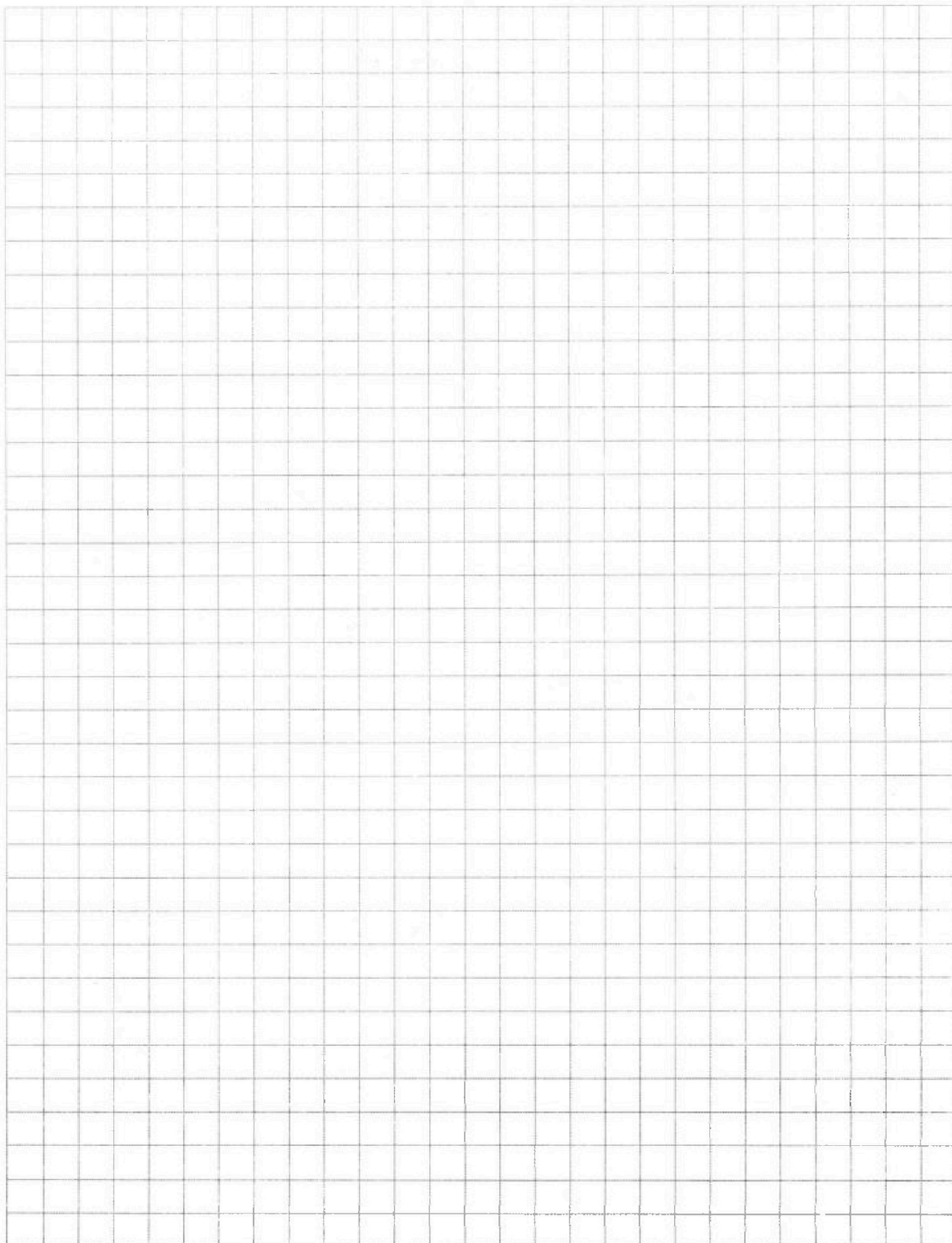


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



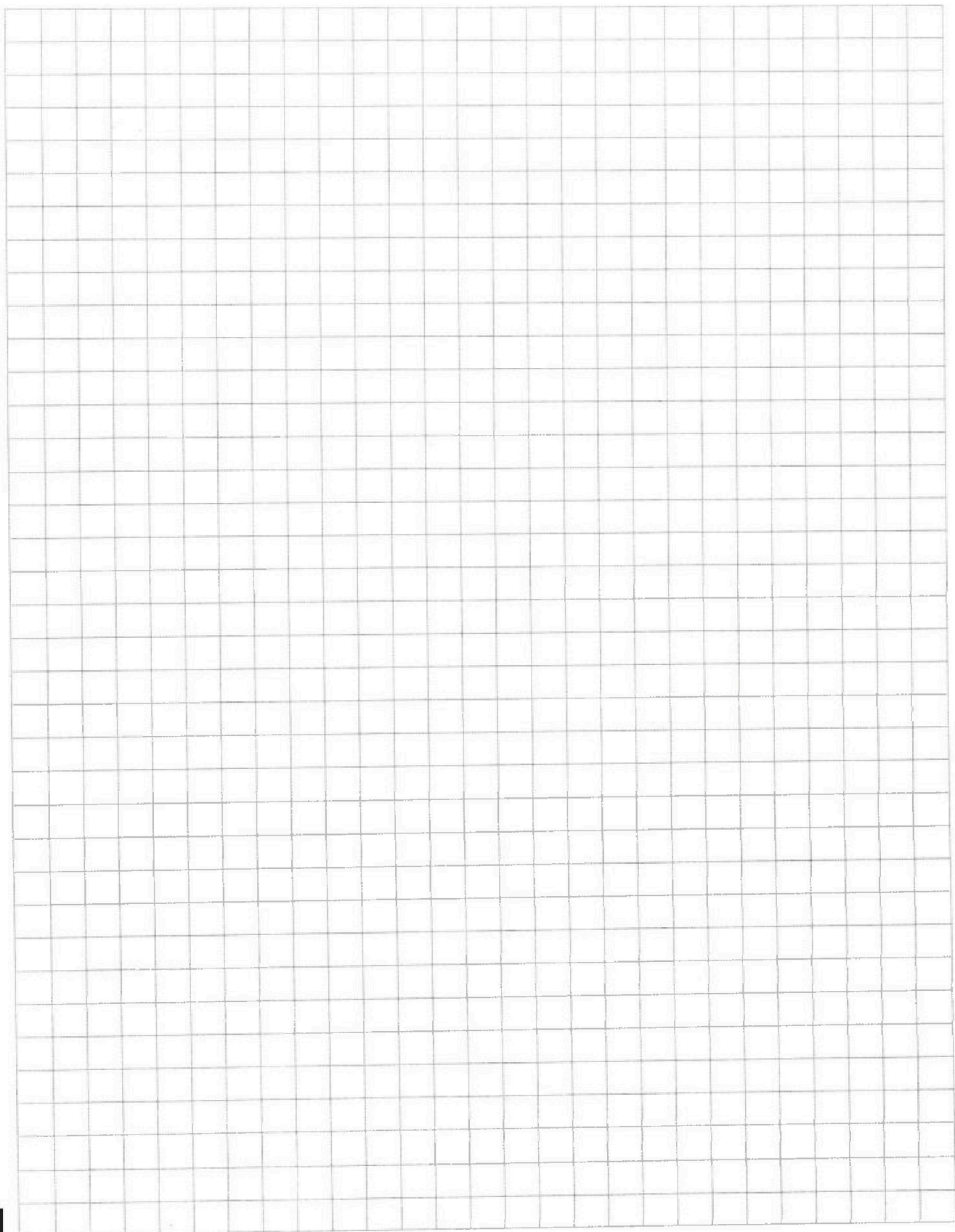


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



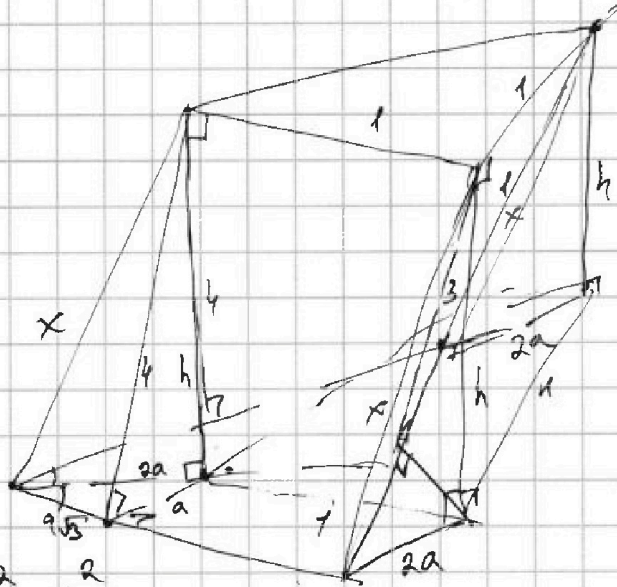


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

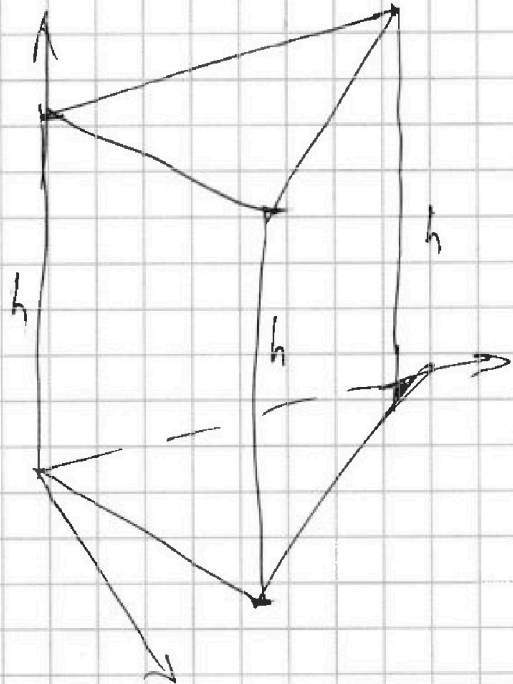
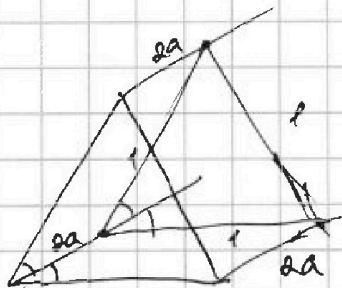
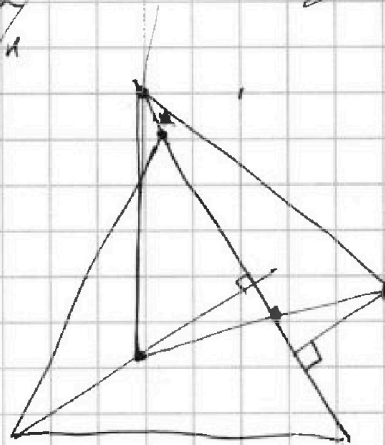
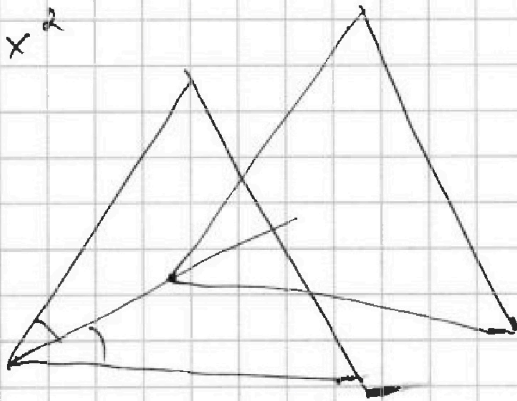


$$a = \sqrt{16 - h^2}$$



$$4a^2 + h^2 = x^2$$

$$64 - 3h^2 = x^2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-2z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+2z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2z} \end{cases}$$

~~$x = -3$~~ ~~$z = 13$~~

$x = -3$ $z = 13$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{-x-13} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+13} \\ |y+1| + 3|y-12| = 0 \end{cases}$$

$x \geq -3$

$x+3 \geq 0$

~~$x = -3$~~

~~$x^2 + 2x + 2 = 0$~~ ∴

$\sqrt{x+3}$

$-x^2 + x + y + z$

$x_B = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} + y + z$

$z = 0$

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2} \\ |y+1| + 3|y-12| = 13 \end{cases}$$

1) $y \geq 12$

$4y - 35 = 13$

$4y = 48$

$y = 12$

$x \geq -3$

$180 - x - 2y + y - x$

$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$

OD3: $x \geq -3$

~~$x = 12$~~ ~~$x = 12$~~

$x \leq 4$

$a + b + 5 = 2ab$ 2.

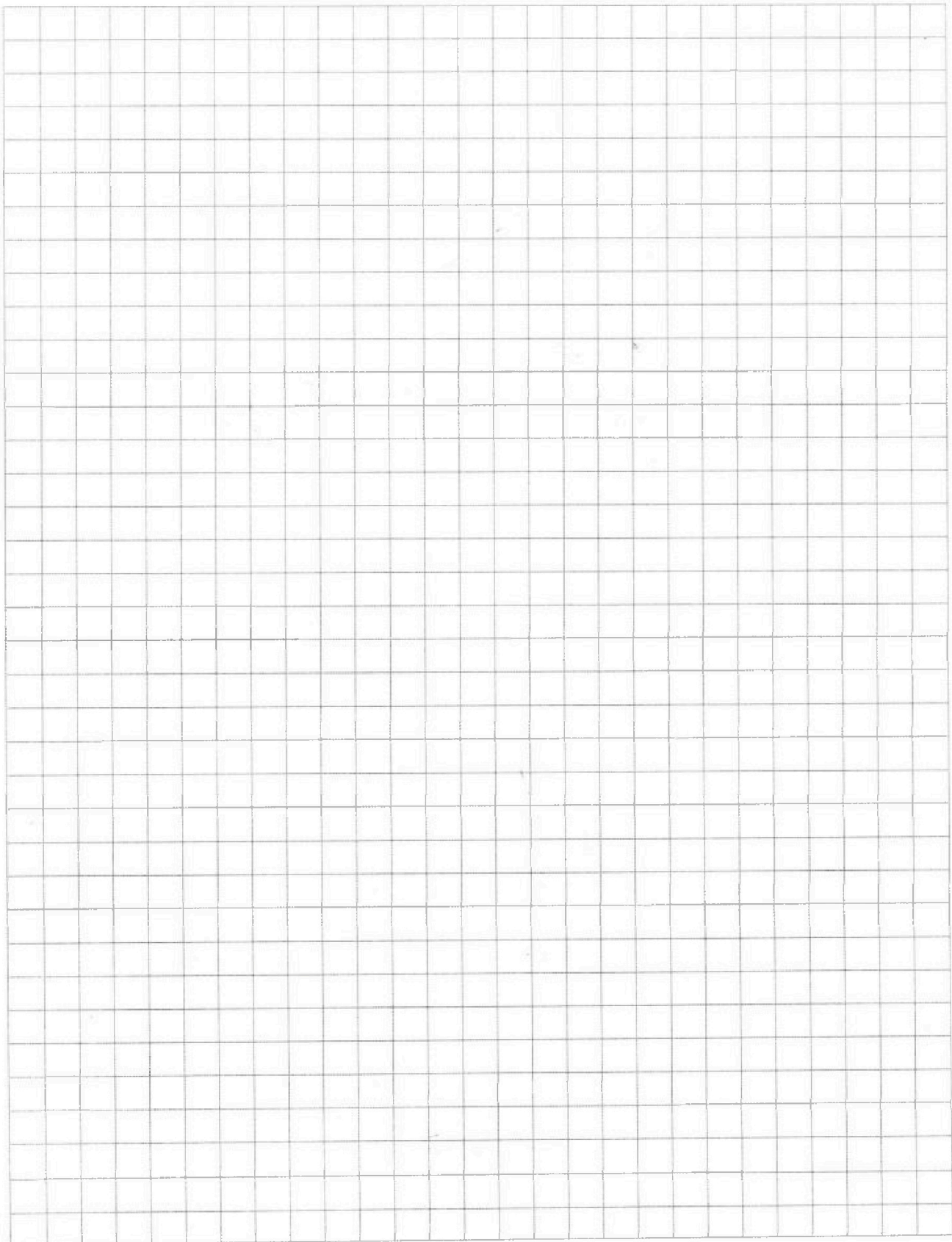


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



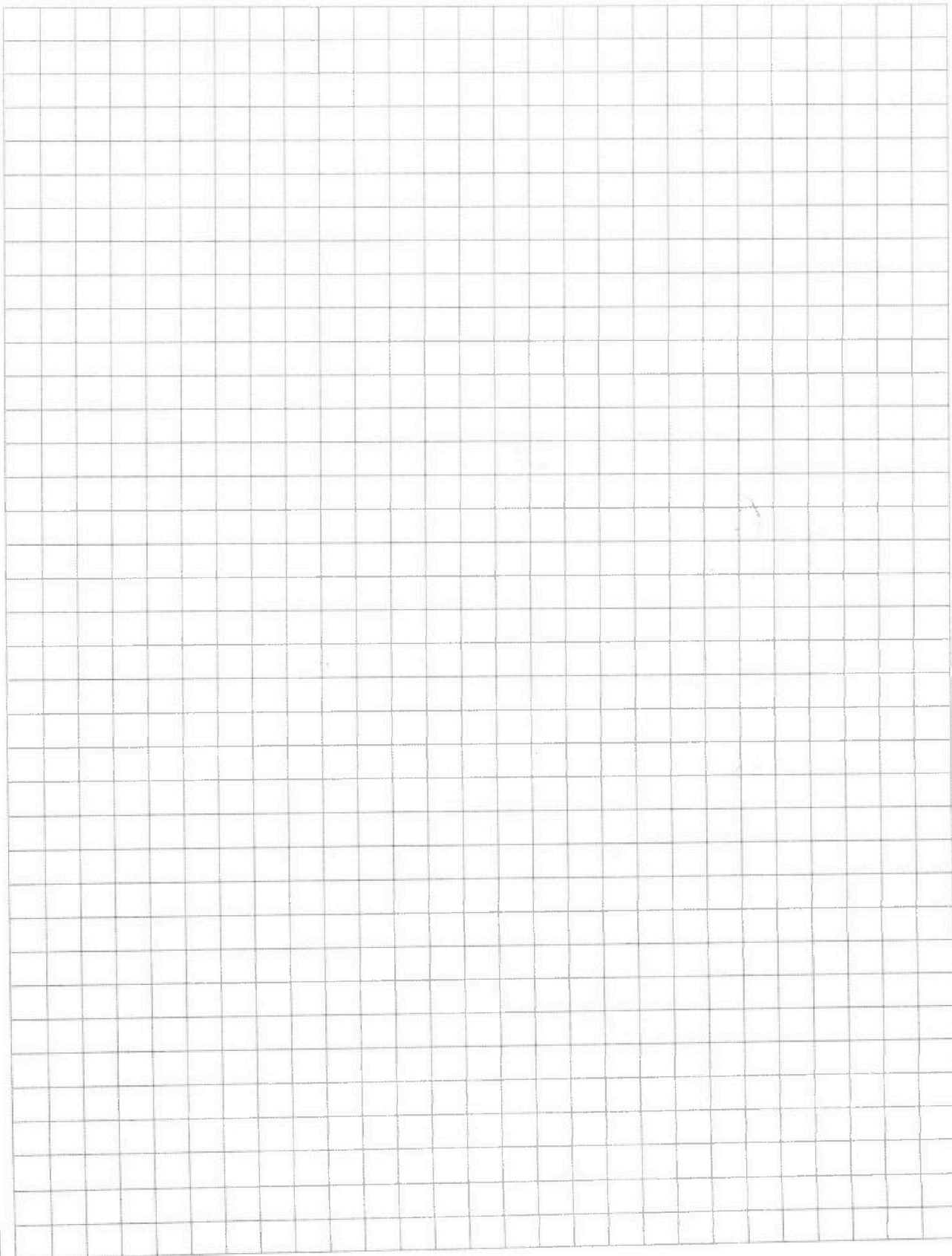


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|y+1| + 3|y-12| \leq 13$$

$$3|y-12| \leq 13 - |y+1|$$

$$\begin{cases} 3y-36 \leq 13 - |y+1| \\ 3y-36 \geq |y+1| - 13 \end{cases}$$

$$|y+1| \leq 49 - 3y$$

$$|y+1| \leq 3y - 23$$

$$y+1 \leq 49 - 3y \rightarrow y \leq 12$$

$$y+1 \geq 3y - 49 \rightarrow y \leq 25$$

$$y+1 \leq 3y - 23 \rightarrow y \geq 12$$

$$y+1 \geq 23 - 3y \rightarrow$$

$$2y \leq 50$$

$$2y \geq 24$$

$$4y \geq 22$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

$$\cancel{x+3} + 5 = \sqrt{4-x} (1 + 2\sqrt{x+3})$$

$$\sqrt{x+3} (1 - \sqrt{4-x}) + 5 = \sqrt{4-x} (1 + \sqrt{x+3})$$

$$a(1-b) + 5 = b(1-a)$$

$$a(1-b)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + 5 = \sqrt{4-x-z} + 2\sqrt{y+x-x^2+z} \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-2z} \end{cases}$$

$$z \in [-13; 13]$$

$$x \geq -3$$

$$x+z \geq 4$$

\Leftrightarrow

$$4-x-z$$

№6

$$a > b$$

$$a-b \div 3$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a+b^2 = 560$$

$$\begin{cases} 1) b-c=1 \rightarrow b=c+1 \\ 2) a-c=p^2 \rightarrow a=c+p^2 \end{cases}$$

$$b-c=1$$

$$c+p^2+c^2+2c+1=560$$

$$a-c=9$$

$$c(3+c)+p^2=559$$

$$559 = 13 \cdot 43$$

$$\Rightarrow a-b = p^2 - 1 \div 3$$

$$p^2 - 1 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$p^2 - 1 \equiv 2 \pmod{3} \quad p^2 \equiv 3 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 2 \pmod{3} \quad p=3$$

$$2209$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 69 \\ 46 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 559 \overline{)13} \\ \underline{52} \\ 39 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a &> b \\ a-c &> b-c \end{aligned}$$

$$1) a-c = b-c = p$$

$$a-b = 2c \div 3$$

$$a-c = b-c$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

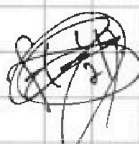
$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

$$p = ? \quad \geq 1 \text{ при } (2\cos^2 x - 1)\cos x - 2\cos x(1 - \cos^2 x)$$

$$2\cos 2x \cos x + 3\cos 2x + 5\cos x = p$$

$$\cos 2x (2\cos x + 3) + 5\cos x = p$$

≥ -1

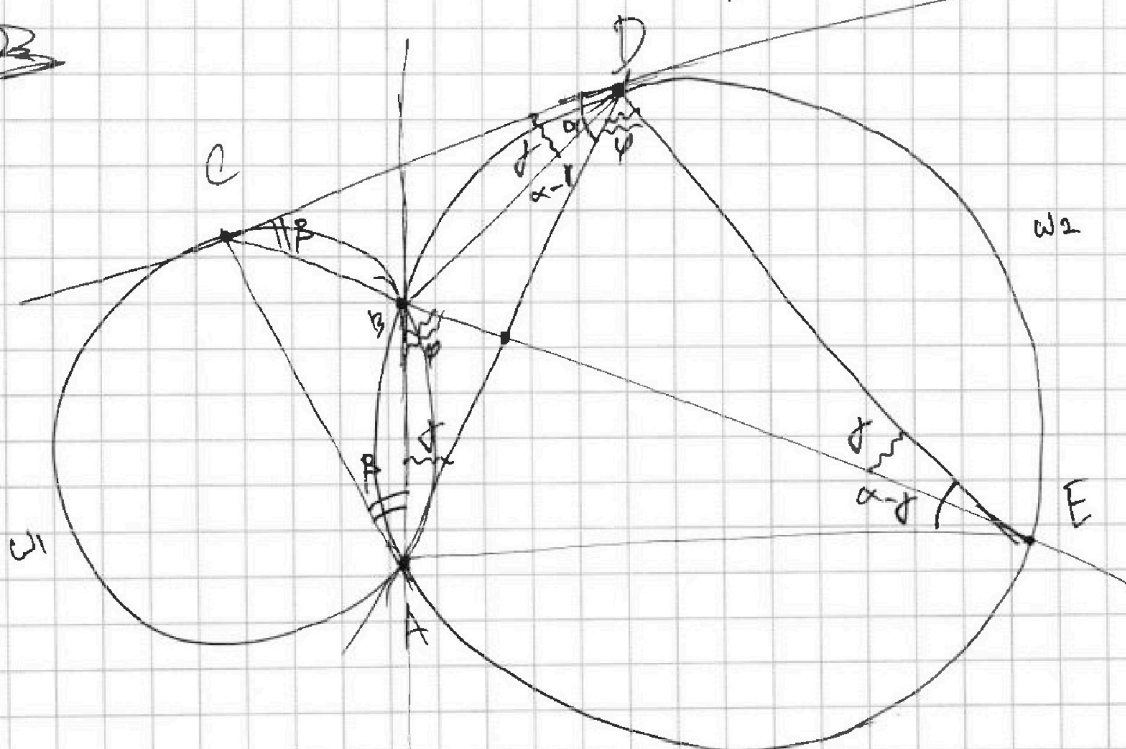


$$4\cos^3 x - 3\cos x + 6\cos^2 x - 3 + 6\cos x = p$$

$$4\cos^3 x - p = 3(\cos x + 1) + 6\cos x(\cos x + 1)$$

$$4\cos^3 x - p = (3 + 6\cos x)(\cos x + 1)$$

$$4\cos^3 x + 6\cos^2 x + 3\cos x - p - 3 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9 = y^2 + 39 - 13x + 2y \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3-x} \cos \alpha$$

$$39 - 13x = \frac{y^2 \cdot 3}{3-x} + 169 - 2 \cdot 13 \cdot \frac{y\sqrt{3}}{\sqrt{3-x}} \cos \alpha$$

$$2y\sqrt{3} \cos \alpha = \frac{9 - y^2 - (39 - 13x)}{\sqrt{3-x}}$$

$$39 - 13x = \frac{y^2 \cdot 3}{3-x} + 169 - \frac{13}{\sqrt{3-x}}$$

$$CD^2 = (3-x)(x+10) = 13(3-x)$$

$$\frac{ED}{13} = \frac{\sqrt{39-13x}}{13}$$

$$AQ = \frac{10x}{y}$$

$$\frac{ED}{y} = \frac{13}{\sqrt{39-13x}}$$

$$ED = \frac{13y}{\sqrt{39-13x}}$$

$$y^2 = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3-x} \cdot \frac{y\sqrt{3}}{\sqrt{3-x}} - 30 = 13y - 30$$

$$y^2 - 13y + 30 = 0$$

$$y = 10 \quad y = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = z - 2$$

$$\begin{cases} 1 - \sqrt{6 - z} + 5 = 2\sqrt{y + z - 6} \\ |y + 1 + 3|y - 12| = \sqrt{169 - z^2} \end{cases}$$

$$6 - \sqrt{6 - z}$$

$$z = 5$$

$$5 = 2\sqrt{y - 1}$$

$$25 = 4y - 4$$

$$4y = 29$$

$$y = \frac{29}{4}$$

$$\frac{33}{4} + 3 \cdot \frac{19}{4} = 12$$

$$33 +$$

$$48 - 29 = 19$$

$$\begin{aligned} 4y &\geq 22 \\ y &\geq \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{13}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{13}$$

$$\triangle ACD \sim \triangle CDE$$

$$\frac{12}{8} = \frac{12}{96}$$

$$\frac{3k}{AD} = \frac{AD}{10k}$$

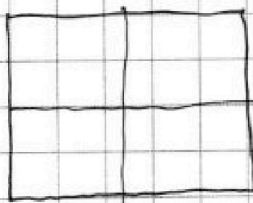
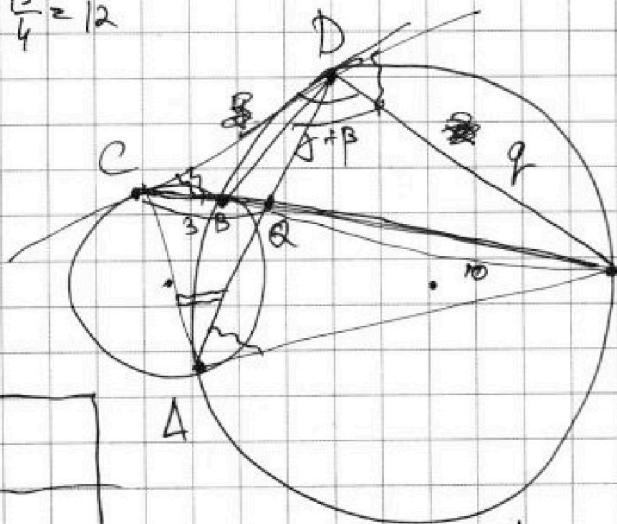
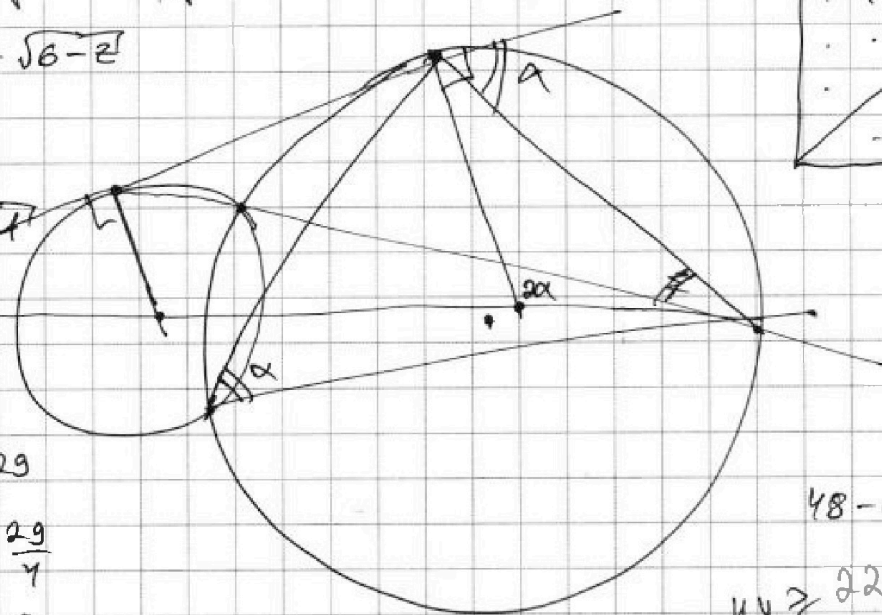
$$AD = k\sqrt{30}$$

$$4 - 8 - 48 + 69 - 27 =$$

$$z = 52 - 27 + 65$$

$$2x^2 - x - 12 \geq 0$$

$$D = 1 + \frac{8}{2 \cdot 8} = 97$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

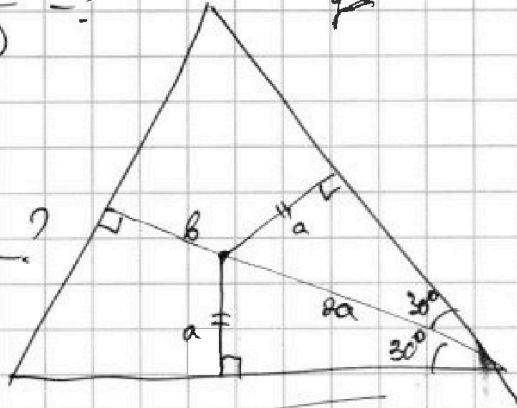
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

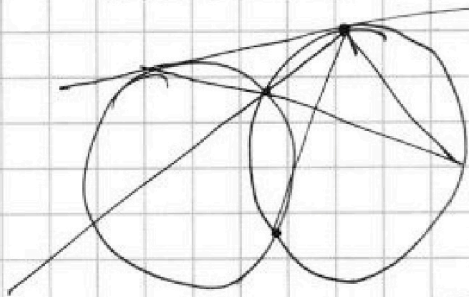
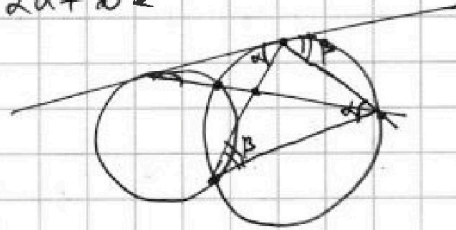
$$\frac{AC}{AD} = ?$$

$$\frac{AE}{AD} = ?$$

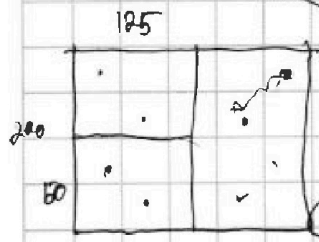
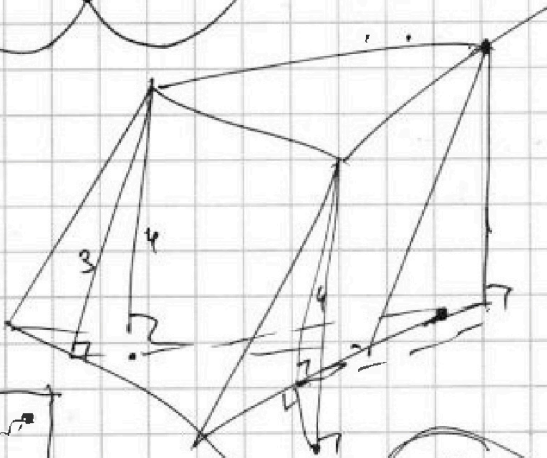
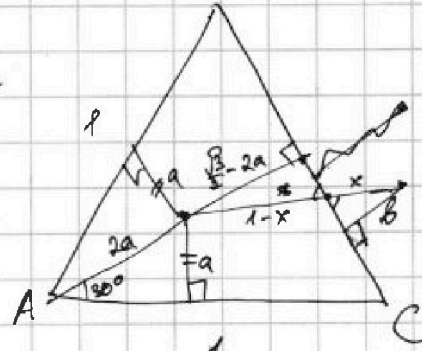


$$\frac{DE}{\sin \beta} = \frac{10k}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

$$2a + b =$$

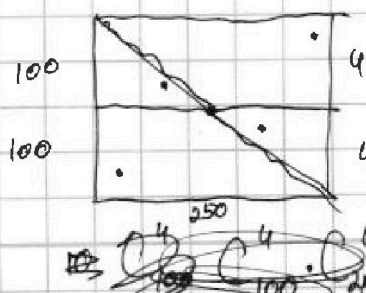
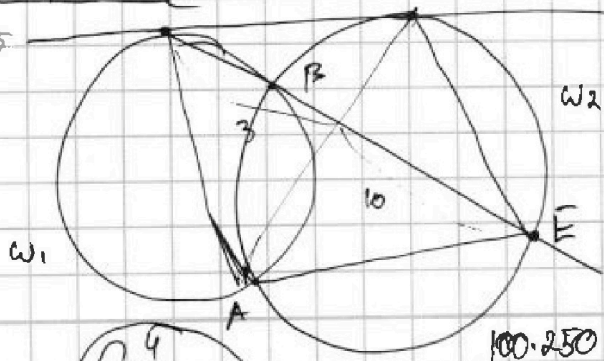


$$\therefore 180 - \alpha - \beta - \gamma - \beta + \beta$$



$$\frac{1-x}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 2a} = \frac{x}{b}$$

$$b - bx = (\frac{\sqrt{3}}{2} - 2a)x$$



C4
100-250

100-250

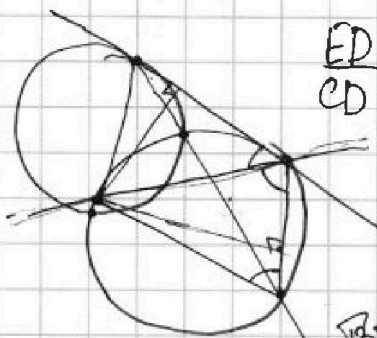
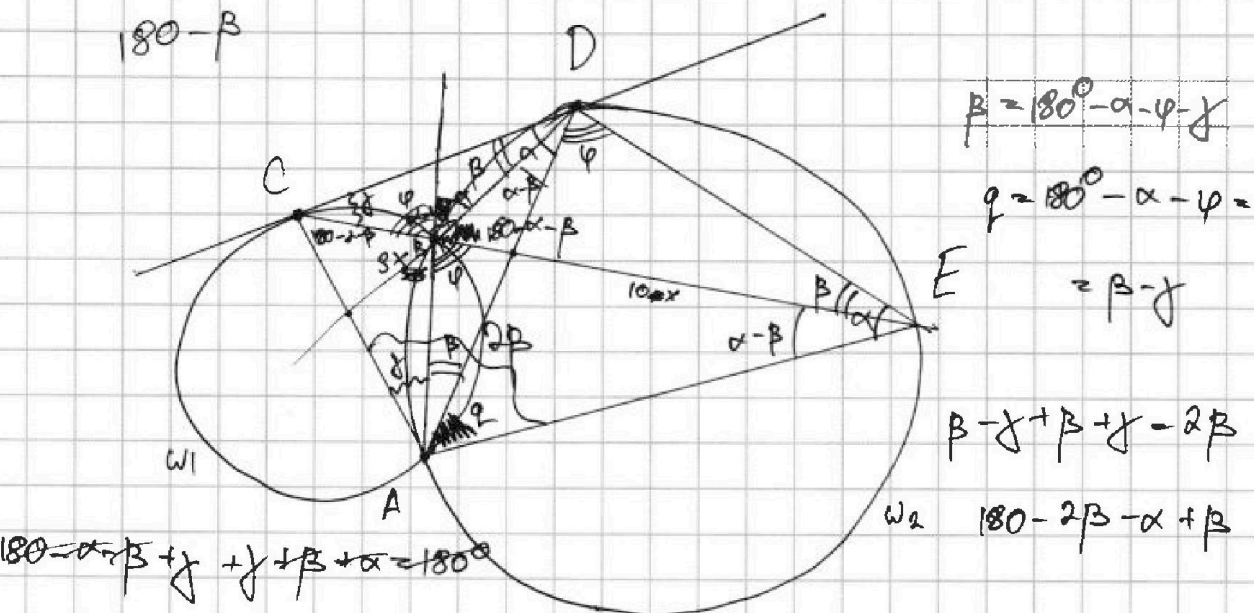
C4
100-250

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

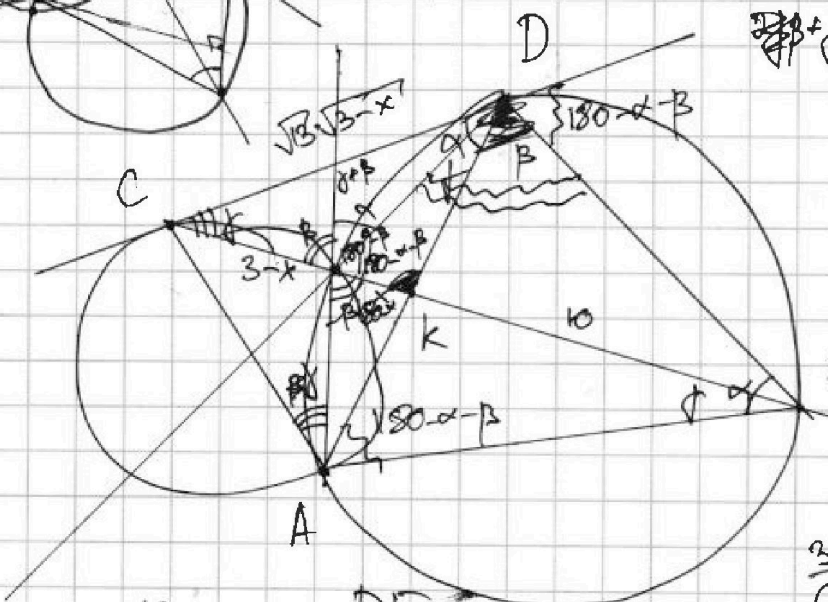
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\frac{ED}{CD} = ?$

$\triangle CBD \sim \triangle CDE$

$\gamma + \gamma + 180 + 360 - \alpha - \beta$



$\frac{CK}{KE} = \frac{3}{10}$

$\frac{BD}{DE} = \frac{\sqrt{13-x}}{\sqrt{13}}$

$\frac{BD}{\sin \gamma} =$

$\frac{3-x}{CD} = \frac{CD}{13}$

$CD = \sqrt{13} \sqrt{3-x}$

$\frac{10+x}{\sin(\gamma+\beta)} = \frac{DE}{\sin(\alpha+\beta)}$

$\frac{DE}{\sin \gamma} = \frac{13}{\sin(\alpha+\beta)} \rightarrow \sin(\alpha+\beta) = \frac{13}{DE \sin \gamma}$