МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x, при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\dfrac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3}-\sqrt{4-x-z}+5=2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1|+3|y-12|=\sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p, при которых уравнение

$$\cos 3x + 3\cos 2x + 6\cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p.

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B, а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD, чем точка A. Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E. Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3:10$, считая от вершины C.

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250. Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a;b;c)$ такие, что:

- $a>b$,
- число $a-b$ не кратно 3,
- число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a+b^2=560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1. a_i – i-тый член геом. прогрессии $\Rightarrow a_i = a_1 \cdot k^{i-1}$, где k – её шаг

$\Rightarrow a_7 = a_1 \cdot k^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$; $a_{13} = a_1 \cdot k^{12} = 5-x$; $a_{15} = a_1 \cdot k^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$!

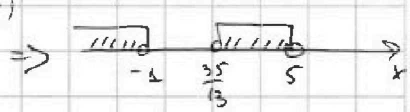
ОДЗ: $\frac{13x-35}{(x+1)^3} \geqslant 0$; $(13x-35)(x+1) \geqslant 0$ $\Rightarrow$

Но если a_7 (или a_{15}) равно 0, то или $a_1 = 0 \Rightarrow$ все члены посл-ти нулевые, или $k = 0 \Rightarrow a_i = 0 \ \forall i \geq 2$. Эти случаи – не геом. прогрессии

$\Rightarrow$ ОДЗ: $x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{35}{13}; +\infty)$. Далее считаю $a_1, k \neq 0$

т.к. a_7 и a_{15} – корни, то $a_7 > 0 \Rightarrow a_1 \cdot k^6 > 0$. $\underset{(6:2)}{k^6 > 0} \Rightarrow a_1 > 0$

$\Rightarrow a_{13} = \underbrace{a_1}_{>0} \cdot \underbrace{k^{12}}_{>0, \text{ т.к. } 12:2} > 0$ $\Rightarrow 5-x > 0 \Rightarrow x < 5$

$\Rightarrow$ 

$$\begin{cases} \frac{a_{15}}{a_7} = k^8 = \sqrt{\frac{(13x-35)(x+1)\cdot(x+1)^3}{13x-35}} = (x+1)^2 \Rightarrow k^4 = |x+1| \\ \frac{a_{13}}{a_7} = k^6 = (5-x)\cdot\sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}} \Rightarrow k^{12} = (5-x)^2 \cdot \frac{(x+1)^3}{13x-35} = (k^4)^3 = |x+1|^3 \quad (1) \\ \left(\frac{a_{15}}{a_{13}}\right)^2 = (k^2)^2 = k^4 = \frac{(13x-35)(x+1)}{(5-x)^2} = |x+1| \quad (2) \end{cases}$$

• При $x < -1$ $|x+1| = -(x+1)$ $\Rightarrow$ (1) примет вид $\overset{\neq 0}{(x+1)^3} \cdot \left(\frac{(5-x)^2}{13x-35} + 1\right) = 0$

(2) примет вид $(x+1)\left(\frac{13x-35}{(5-x)^2} + 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{(5-x)^2}{13x-35} = -1 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 35 - 13x \Leftrightarrow x^2 + 3x - 10 = 0$

$D = 9 + 4 \cdot 10 = 7^2 \Rightarrow x_1 = \frac{-3-7}{2} = \underline{-5}$, $x_2 = \frac{-3+7}{2} = 2 > -1$

• При $x > -1$ ($x \in (\frac{35}{13}; 5)$ с учётом вышесказанного) $|x+1| = (x+1) \Rightarrow$ (1): $(x+1)^3\left(\frac{(5-x)^2}{13x-35} - 1\right) = 0$

(2): $(x+1)\left(\frac{13x-35}{(5-x)^2} - 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{(5-x)^2}{13x-35} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 13x - 35$

$\Leftrightarrow x^2 - 23x + 60 = 0$ По т. Виета: $\begin{matrix} x_3 + x_4 = 23 \\ x_3 x_4 = 20 \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 20 > 5 \\ \underline{x_4 = 3} \in (\frac{35}{13}; 5) \end{cases}$

Ответ: $x \in \{-5; 3\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2. $\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z} \quad (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2} \end{cases}$

Во втором уравнении правая часть $\le 13 = \sqrt{169}$ $\forall z \in$ ОДЗ ($|z| \le 13$)

Посмотрим на левую часть. Пусть $f(y) = |y+1| + 3|y-12|$.

При $y \ge 12$ $f(y) = 4y - 35 \ge 4 \cdot 12 - 35 = 13$, при $y = 12$ $f(y) = |12+1| = 13$

При $-1 \le y < 12$ $f(y) = -2y + 37 > -2 \cdot 12 + 37 = 13$

При $y < -1$ $f(y) = -4y + 35 > -4 \cdot (-1) + 35 = 39 > 13$

т.е. $f(y) \ge 13$ $\forall y$ $\Rightarrow$ второе ур-ние системы может иметь решение только вида $f(y) = 13 = \sqrt{169 - z^2}$ $\Rightarrow$ $\underline{z = 0,\ y = 12}$ (иначе $f(y) > 13$)

Тогда ур-ние (1) можно переписать как: $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12 + x - x^2}$

Заметим, что $(x+3)(4-x) = 12 + x - x^2$. По ОДЗ $x \ge -3$, $x \le 4$

$-3 \qquad 4 \qquad x$

~~$a = \sqrt{x+3}$, $b = \sqrt{4-x}$ $\Rightarrow a - b = 2ab + 5$~~

(2) $\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5 \quad |^2$

$x + 3 + 4 - \cancel{x} - 2\sqrt{(x+3)(4-x)} = 4(12 + x - x^2) - 20\sqrt{(x+3)(4-x)} + 25$

$18\sqrt{12 + x - x^2} = 4(12 + x - x^2) + 18$

$9\sqrt{12 + x - x^2} = 2(12 + x - x^2) + 9 \qquad t = \sqrt{12 + x - x^2} \ge 0$

$\Rightarrow 2t^2 - 9t + 9 = 0$

$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 9 = 9 = 3^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{9+3}{4} = 3 \\ t = \frac{9-3}{4} = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} 12 + x - x^2 = 3 & (*) \\ 12 + x - x^2 = \frac{3}{2} & (**) \end{array}\right.$

$(*)$: $x^2 - x - 9 = 0$

$D = 1 + 4 \cdot 9 = 37 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{37}}{2} < 4,\ > 0 \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{37}}{2} > -3 \end{cases}$

$(**)$: $x^2 - x - \frac{21}{2} = 0$

$D = 1 + 4 \cdot \frac{21}{2} = 1 + 42 = 43 \Rightarrow \begin{cases} x_3 = \frac{1+\sqrt{43}}{2} < 4 \\ x_4 = \frac{1-\sqrt{43}}{2} > -3 \end{cases}$

~~Ответ: $y = 12$, $z = 0$, $x \in \{\frac{1+\sqrt{37}}{2}, \frac{1-\sqrt{37}}{2}; \frac{1+\sqrt{43}}{2}, \frac{1-\sqrt{43}}{2}\}$~~

В ур-нии (2) левая часть > 0 при $\sqrt{x+3} > \sqrt{4-x}$ $\Rightarrow$ при $x + 3 > 4 - x$, $x > \frac{1}{2}$; при $x < \frac{1}{2}$ левая часть < 0.

При $t = 3$ (см. $(*)$) правая часть (2) $2 \cdot 3 - 5 = 1 > 0$ $\Rightarrow$ $x > \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ x_1 подходит, x_2 – нет

При $t = \frac{3}{2}$ $(**)$ правая часть (2) $2 \cdot \frac{3}{2} - 5 = -2 < 0$ $\Rightarrow$ $x < \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ x_4 подходит, x_3 – нет.

Ответ: $z = 0$, $y = 12$; $x \in \{\frac{1+\sqrt{37}}{2}, \frac{1-\sqrt{43}}{2}\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№3 $\cos 3x + 3\cdot\cos 2x + 6\cdot\cos x = p.$

$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$; $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$. $\cos x = c \Rightarrow c \in [-1; 1]$

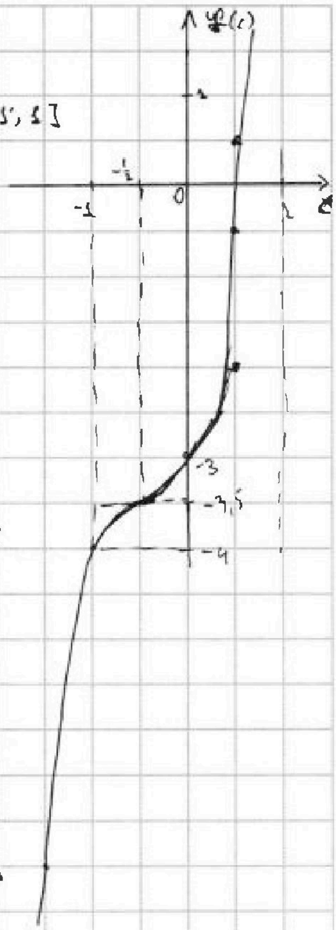
Исходное ур-ние: $f(c) = 4c^3 - 3c + 3(2c^2-1) + 6c$, $f(c) = p$

$f(c) = 4c^3 + 6c^2 + 3c - 3$

$f'(c) = 4\cdot 3c^2 + 2\cdot 6c + 3 = 3(4c^2+4c+1) = 3(2c+1)^2$

$\Rightarrow f'(c) = 0$ при $c = -\frac{1}{2}$, $f'(c) > 0$ для остальных c.

Т.к. $f(c)$ непрерывна, это означает, что $f(c)$ неубывает при $c \in (-\infty; +\infty)$, т.е. имеет вид, как на рисунке:



Вообще $f(c) = 4(c+\frac{1}{2})^3 - 3{,}5$

$\Rightarrow \forall p$ $f(c) = p$ имеет ровно одно решение.

Но т.к. $c = \cos x$, нам нужно, чтобы это решение лежало на отрезке $[-1; 1]$

$\Rightarrow p \in [f(-1); f(1)]$

$f(-1) = -4\cdot\frac{1}{8} - \frac{7}{2} = -4$; $f(1) = 4\cdot\frac{27}{8} - \frac{7}{2} = 10$

$\Rightarrow \underline{p \in [-4; 10]}$

$p = 4\cdot(\cos x + \frac{1}{2})^3 - 3{,}5$

$\Rightarrow \cos x + \frac{1}{2} = \sqrt[3]{\frac{p+3{,}5}{4}}$ $\Rightarrow \cos x = \sqrt[3]{\frac{p+3{,}5}{4}} - \frac{1}{2} \in [-1; 1]$
при $p \in [-4; 10]$

$\Rightarrow x = \pm\arccos\left(\sqrt[3]{\frac{p+3{,}5}{4}} - \frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $p \in (-4; -3) \cup (-3; 10)$

Частные случаи:

При $p = -4$ $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

При $p = 10$ $\cos x = 1 \Rightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

При $p = -3$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: $p \in [-4; 10]$; При $p = -4$ $x = \pi + 2\pi n_1, n_1 \in \mathbb{Z}$;
При $p = 10$ $x = 2\pi n_2, n_2 \in \mathbb{Z}$;
При $p = -3$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n_3, n_3 \in \mathbb{Z}$;
При $p \in (-4; -3) \cup (-3; 10)$ $x = \pm\arccos\left(\sqrt[3]{\frac{p+3{,}5}{4}} - \frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

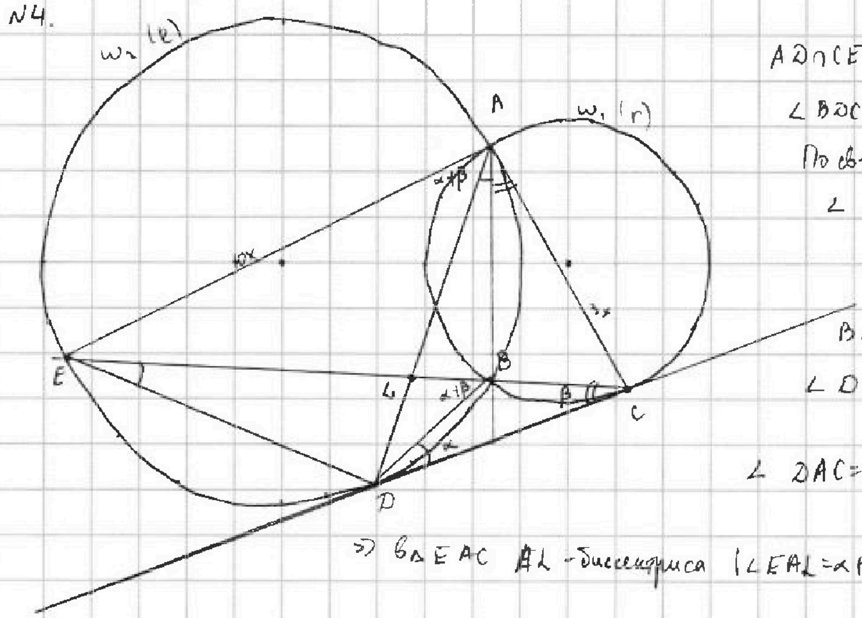
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№4.



$AD \cap CE = L \Rightarrow CL : LE = 3 : 10$.

$\angle BDC = \alpha$, $\angle BCD = \beta$

По св-ву касательной и хорды

$\angle DEB = \frac{\smile DB}{2} = \angle BDC = \alpha = \angle DAB$.

$\angle BAC = \frac{\smile BC}{2} = \angle BCD = \beta$

В $\triangle BDC$ внешний угол

$\angle DBE = \alpha + \beta = \frac{\smile DE}{2} = \angle DAE$.

$\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC = \alpha + \beta$

$\Rightarrow$ в $\triangle EAC$ AL – биссектриса ($\angle EAL = \alpha+\beta = \angle LAC$) $\Rightarrow$ по св-ву биссектрис

$\frac{AC}{AE} = \frac{CL}{LE} = \frac{3}{10}$. Пусть $AC = 3x$, $AE = 10x$

В $\triangle EDC$ по т. синусов $\frac{ED}{\sin\beta} = \frac{CD}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{ED}{CD} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = k$

В $\triangle DBC$ по т. синусов $\frac{BD}{\sin\beta} = \frac{BC}{\sin\alpha} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = k$.

R – радиус окр-ти ω_2, r – ω_1 $\Rightarrow$ в $\triangle ABE$ $\frac{AE}{\sin\angle ABE} = \frac{10x}{\sin\angle ABE} = 2R$

в $\triangle ABC$ $\frac{AC}{\sin\angle ABC} = \frac{3x}{\sin\angle ABC} = 2r$.

$\angle ABE$ и $\angle ABC$ – смежные $\Rightarrow$ их синусы равны $\Rightarrow$ $\frac{10}{3} = \frac{R}{r}$

В $\triangle BDE$ $\frac{BD}{\sin\alpha} = 2R$; в $\triangle ABC$ $\frac{BC}{\sin\beta} = 2r$ $\Rightarrow \sin\beta = \frac{BC}{2r}$, $\sin\alpha = \frac{BD}{2R}$

$\Rightarrow \cancel{\frac{BD}{BC} = \frac{2R\cdot\sin\alpha}{2r\cdot\sin\beta}}$ $\Rightarrow \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{BC\cdot 2R}{2r\cdot BD} = \frac{R}{r}\cdot\frac{BC}{BD} = \frac{10}{3}\cdot\frac{BC}{BD} = \frac{10}{3k}$

Но $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = k \Rightarrow k = \frac{10}{3k} \Rightarrow k^2 = \frac{10}{3} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{10}{3}}$ (отношение длин отрезков >0)

$\Rightarrow ED : CD = \sqrt{10} : \sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{10} : \sqrt{3}$.

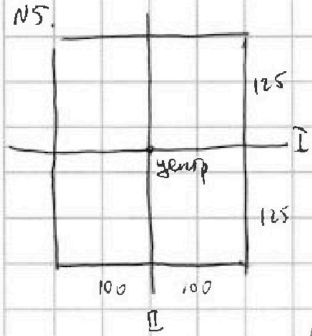
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5.



Чтобы закрасить 8 клеток, симметричных отн. I "средней линии" (см. рис.), необходимо и достаточно выбрать 4 клетки в верхней половине прямоугольника, остальные 4 закрасятся однозначно – симметрично => раскрасок, симметричных отн. линии I $A_I = C^4_{125\cdot 200} = \frac{25000\cdot 24999\cdot 24998\cdot 24997}{4!}$

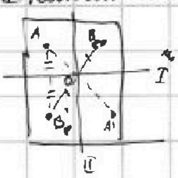
Аналогично выбрать 8 клеток, симметричных отн. линии II есть $A_{II} = C^4_{100\cdot 250} = A_I$ способов.

При этом будет A_{III} множеств из 8 клеток, которые симметричны и отн. I, и отн. II. Чтобы получить такое множество клеток, необходимо и достаточно выбрать 2 клетки в одной из четвертей прямоугольника ("средние линии" делят прямоуг. на 4 один. четверти), потом их отразить отн. I, отн. II и (отн. I + отн. II), т.е. во все остальные четверти => $A_{III} = C^2_{125\cdot 100} = \frac{12500\cdot 12499}{2}$

=> Всего множеств из 8 клеток, обладающих симметрией относительно хотя бы одной средней линии $A_I + A_{II} - A_{III} = 2\cdot C^4_{25000} - C^2_{12500}$

Если множество из 8 клеток обладает симметрией отн. центра ▭ (т.е. если клетку из мн-ва отразить отн. центра ▭, попадёшь в клетку из мн-ва), то необходимо и достаточно для того, чтобы его задать, выбрать 4 клетки в верхней половине прямоугольника (каждая клетка оттуда отн. центра попадает в нижнюю половину. $250 \vdots 2$, $200 \vdots 2$, поэтому эти половины не пересекаются, центр – это вершина клеток, "средние линии" идут по границам клеток.)

Вообще способов выбрать 4 клетки из половины прямоугольника $A_{IV} = C^4_{125\cdot 200} = A_I$. Если эти 4 клетки не будут иметь симметрии отн. II линии, после отражения их от центра мы получим новое, ещё не посчитанное множество, а если будут иметь симметрию отн. II линии – получится мн-во клеток с симметрией отн. I и II линии.



(Предположим, мн-во получилось симметрично отн. I линии => для клетки A (см. рис. справа) есть симметр. ей B', являющаяся симметр. парой для т. B из верхней половины, но тогда A симметр. B отн. II линии. Это же работает в обратную сторону) => множеств, симметр. отн. центра, но не отн. средних линий $A_{IV} - A_{III}$

=> Ответом будет $(A_I + A_{II} - A_{III}) + (A_{IV} - A_{III}) = 3A_I - 2A_{III}$

Ответ: $3\cdot C^4_{25000} - 2\cdot C^2_{12500}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6. $(a-c)(b-c)=p^2$, где p - простое. $a,b,c \in \mathbb{Z} \Rightarrow (a-c)$ и $(b-c)$ тоже целые.

$a>b \Rightarrow (a-c)>(b-c)$ $(\Rightarrow (a-c)\neq(b-c))$. $p^2 = 1\cdot p^2 = (-1)\cdot(-p^2) = \underbrace{(\pm p)\cdot(\pm p)}_{\text{не подходит, т.к. } a\neq b}$,

других разложений на 2 целых множителя нет.

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a-c=p^2 \\ b-c=1 \end{cases} (p^2>1 \ \forall p \text{ - простое}) \\ \begin{cases} a-c=-1 \\ b-c=-p^2 \end{cases} (-1>-p^2 \ \forall p \text{ - простое}) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=c+p^2 \\ b=c+1 \end{cases} \\ \begin{cases} a=c-1 \\ b=c-p^2 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a-b=p^2-1 \\ a-b=-(p^2-1) \end{array}\right.$$

Если $p \underset{3}{\equiv} \pm 1$, то $p^2 \underset{3}{\equiv} 1 \Rightarrow (p^2-1) \vdots 3 \Rightarrow (a-b) \vdots 3$ - противоречие с условием

$\Rightarrow p \underset{3}{\not\equiv} \pm 1 \Rightarrow p \underset{3}{\equiv} 0$ (всего 3 остатка) $\Rightarrow p \vdots 3$. Но p - простое $\Rightarrow \underline{\underline{p=3}}$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ll} a=c+9, \ b=c+1 & (1) \\ a=c-1, \ b=c-9 & (2) \end{array}\right. , \ a-b=\pm 8 \not\vdots 3$$

в случае (1) $a+b^2 = c+9+c^2+2c+1 = 560 \Rightarrow c^2+3c-550=0$

$D = 9+4\cdot 550 = 2209 = 47^2$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c_1 = -\frac{3-47}{2} = -25 \Rightarrow a_1=-16, \ b_1=-24 \\ c_2 = \frac{-3+47}{2} = 22 \Rightarrow a_2 = 31, \ b_2 = 23 \end{array}\right.$

В случае (2) $a+b^2 = c-1+c^2-18c+81 = 560 \Rightarrow c^2-17c-480=0$

$D = 289+4\cdot 480 = 2209 = 47^2$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} c_3 = \frac{17-47}{2} = -15 \Rightarrow a_3=-16, \ b_3=-24 \\ c_4 = \frac{17+47}{2} = 32 \Rightarrow a_4 = 31, \ b_4 = 23 \end{array}\right.$

Ответ: $(-16; -24; -25)$; $(31; 23; 22)$; $(-16; -24; -15)$; $(31; 23; 32)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7. $\triangle ABC$ - основание призмы, $\triangle A_1B_1C_1$ - другое основание

$AA_1 = BB_1 = CC_1 = l$, $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$ по св-ву призмы

=> бок. стороны - параллелограммы, одно из оснований которых равно l

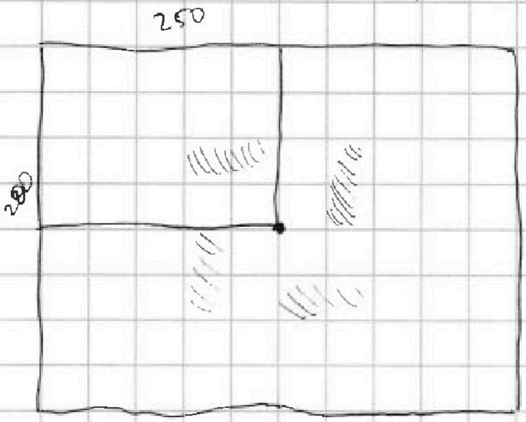
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

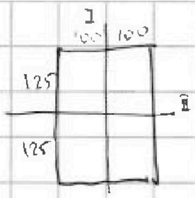
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Черновик.

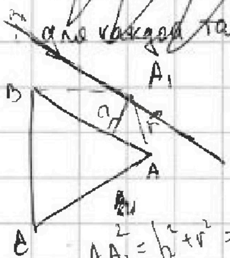




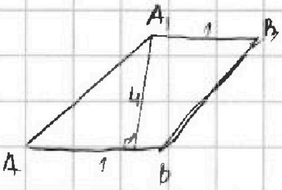
$a_0 = \frac{100\cdot125\,(100\cdot125-1)}{2}$

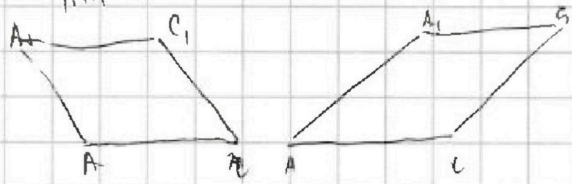
~~100 · a_0 · кол-во пар клеток в четверти~~

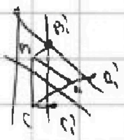
для каждой такой 1 на (I + II)



$AA_1^2 = h^2 + r^2 = a^2 + 16$

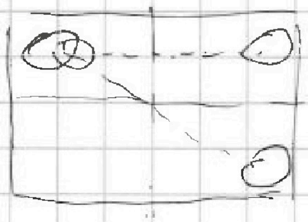


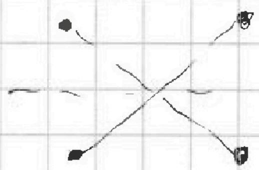




По симметрии I типа C^4_{25000}, по симметрии II типа тоже.

A по I и II C^2_{12500}





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!