



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения  $x$ , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен  $\sqrt{(25x-9)(x-6)}$ , девятый член равен  $x+3$ , а пятнадцатый член равен  $\sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$ .

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких  $p$ .

4. [5 баллов] Две окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , а их общая касательная имеет с  $\omega_1$  и  $\omega_2$  общие точки  $C$  и  $D$  соответственно, причём точка  $B$  расположена ближе к прямой  $CD$ , чем точка  $A$ . Луч  $CB$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $B$  и  $E$ . Найдите отношение  $ED : CD$ , если диагональ  $AD$  четырёхугольника  $ACDE$  делит отрезок  $CE$  в отношении  $2 : 5$ , считая от вершины  $C$ .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник  $100 \times 400$ . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел  $(a; b; c)$  такие, что:
- $a < b$ ,
  - число  $b - a$  не кратно 3,
  - число  $(a - c)(b - c)$  является квадратом некоторого простого числа,
  - выполняется равенство  $a^2 + b = 710$ .
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\{v_n\}$  - геометрическая прогрессия ( $v_1$  - первый член,  $q$  - знаменатель)

$$v_2 = v_1 q = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, \quad v_3 = v_1 q^2 = x+3,$$

$$v_{15} = v_1 q^{14} = \frac{\sqrt{(25x-9)^7}}{(x-6)^7}$$

$25x-9 \neq 0$ ,  $x+3 \neq 0$ ,  $x-6 \neq 0$  - тк тогда один или два из членов прогрессии равен 0, а ещё хотя бы 1-нет (причём не первый) - такого быть не может.

Заметим, что  $v_2 \cdot v_3 = v_1^2 q^3 = v_{15} \cdot v_1 \rightarrow v_1 = \frac{v_2 v_3}{v_{15}}$

$$v_1 = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)} (x+3) \sqrt{(x-6)^7}}{\sqrt{(25x-9)^7}} = \sqrt{(x-6)^4 (x+3)} =$$

$$= (x-6)^2 (x+3).$$

$$v_3 = x+3 = v_1 q^2 = (x-6)^2 (x+3) q^2 \rightarrow q^2 = \frac{1}{(x-6)^2} \rightarrow$$

$$v_2 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} = v_1 q = (x-6)^2 (x+3) q \rightarrow$$

$$q = \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{(x-6)^2 (x+3)} = \frac{1}{(x-6)^2} \cdot \frac{\sqrt{(25x-9)(x-6)}}{x+3} = \frac{\sqrt{(25x-9)}}{(x-6)^3} \cdot \frac{1}{x+3}$$

$$q^{24} = (q^2)^{12} = (q^6)^4 = \frac{1}{(x-6)^6} = \frac{(25x-9)^2}{(x-6)^6} \cdot \frac{1}{(x+3)^4} \rightarrow$$

$$(x+3)^4 = (25x-9)^2 \rightarrow \begin{cases} (x+3)^2 = 25x-9 & (1) \\ (x+3)^2 = 9-25x & (2) \end{cases}$$

(1):  $x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \rightarrow x^2 - 19x + 18 = 0 \rightarrow$   
 $x = 1, x = 18 \rightarrow x = 1$  - не подходит, тк  $25x-9$  при  $x=1 > 0$ ,  $x-6$  при  $x=1 < 0$ , т.е. под корнем ( $v_2$ )  $< 0$  - не может быть при  $x=18$  - всё нормально

(2):  $x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x \rightarrow x^2 + 31x = 0 \rightarrow$   
 $x = 0, x = -31$  - оба подходят, тк - подходит.

ответ: 0, 18, -31.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cdot \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(4 \cos^3 x - 3 \cos x) + 3(p+4) \cos x = 6(2 \cos^2 x - 1) + 10$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0 \quad | :4$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

Пусть  $t = \cos x$ , тогда  $-1 \leq t \leq 1 \rightarrow$

$$p t^3 - 3 t^2 + 3 t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + t^3 - 3t^2 + 3t - 1 = 0$$

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0$$

• если  $p=0$ :  $-3t^2 + 3t - 1 = 0 \Rightarrow 3t^2 - 3t + 1 = 0$   
 $\rightarrow D = 9 - 12 < 0 \rightarrow$  нет решений  $\rightarrow p \neq 0$

•  $(p-1)t^3 = (1-t)^3$  / ивлеем корни 3-степени (нечётная степень)

$$\sqrt[3]{p-1} t = 1-t \rightarrow (\sqrt[3]{p-1} + 1)t = 1 \rightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}$$

(примем  $\sqrt[3]{p-1} + 1 \neq 0$ , тк  $p \neq 0$ )

$$\rightarrow \text{тк } -1 \leq t \leq 1 \rightarrow -1 \leq \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \leq 1 \rightarrow$$

$$|\sqrt[3]{p-1} + 1| \geq 1 \text{ выполняется } \rightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{p-1} + 1 \geq 1 \\ \sqrt[3]{p-1} + 1 \leq -1 \end{cases}; \begin{cases} \sqrt[3]{p-1} \geq 0 \\ \sqrt[3]{p-1} \leq -2 \end{cases}; \begin{cases} p-1 \geq 0 \\ p-1 \leq -8 \end{cases}; \begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases}$$

$$\rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \rightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$\rightarrow$  при  $\begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases}$   $t$  принимает значения от  $-1$  до  $1$  (косинус определён)

$$\text{Ответ: } \begin{cases} p \geq 1 \\ p \leq -7 \end{cases} \rightarrow x = \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1}\right) + 2\pi k, \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

- Закрашена это симметрия относительно центра прямоугольника - это симметрия относительно обеих средних линий.  
 (Пронумеруем столбцы от 1 до 400 и строки от 1 до 100. Тогда при симметрии относительно средней линии // короткой стороне прямоугольника если закрашена клетка  $(i, j)$  ( $i$  - номер столбца,  $j$  - строка), то закрашена и клетка  $(401-i, j)$ , при симметрии относительно средней линии // длинной стороне прямоугольника, если раскрашена клетка  $a_{ij}$   $(i, j)$ , то раскрашена и клетка  $(i, 101-j)$ , при симметрии относительно центра, если раскрашена  $(i, j)$ , то раскрашена и  $(401-i, 101-j)$ . Тогда если есть симметрия относительно обеих средних линий, то есть и еще симметрия относительно центра прямоугольника.

- Тогда симметрии с хотя бы одной симметрией относительно ср. линий:

$$C_{20000}^4 + C_{20000}^4 - C_{10000}^2$$

(симметрию относительно ср. линий можно получить выбрав 4 клетки на одной половине прямоугольника и отразив)

(симметрии относ. одной + относ. другой - общее)  
 (симм. относ. центра двух линий - выбираем 2 кл. на  $\frac{1}{4}$  и отражаем)

- Симметрии относительно центра всего  $C_{20000}^4$ .  
 (выбираем 4 на одной полов. и отражаем)  
 При этом, если есть симметрия относительно центра и одной из средних линий, то есть симметрия относительно и второй из средних линий. Тогда симметрии относительно только центра  $C_{20000}^4 - C_{10000}^2$ .

Всего:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$

Ответ:  $3 \cdot C_{20000}^4 - 2 \cdot C_{10000}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

• по условию  $a < b \Rightarrow a - c < b - c$

•  $(a-c)(b-c) = p^2$ , где  $p$  - некоторое простое число  
 $p^2$  можно разложить как  $1 \cdot p^2, (-1) \cdot (-p^2), p \cdot p, (-p) \cdot (-p)$  и т.д., т.к.  $p$  - простое, но если  
 $(a-c) = (b-c) = \pm p$ , то  $a = b$ , но  $a < b \Rightarrow$   
 т.к.  $a - c < b - c : (\text{т.к. } p^2 > 1 \text{ и } -p^2 < -1)$

$$\begin{cases} a - c = 1 & (1) & (1): b - a = p^2 + c - (c + 1) = p^2 - 1 \\ b - c = p^2 & (2) & (2): b - a = c - 1 - (c - p^2) = p^2 - 1 \\ a - c = -p^2 & (2) & \\ b - c = -1 & & \Rightarrow p^2 - 1 \not\equiv 3 \end{cases}$$

но квадраты чисел по mod 3 могут давать только остатки 0 или 1  $\rightarrow p^2 \equiv 3$  (то есть даёт остаток 0, иначе  $p^2 - 1 \not\equiv 3$ )  $\rightarrow p = 3$ , т.к.  $p$  - простое число.

$$(1): \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + 9 \end{cases} \quad \begin{aligned} a^2 + b &= c^2 + 2c + 1 + c + 9 = 710 \rightarrow \\ c^2 + 3c - 700 &= 0 \\ (b > a, \text{ т.к. } c + 1 < c + 9) & (c - 25)(c + 28) = 0 \rightarrow \\ \begin{cases} c = 25 \\ c = -28 \end{cases} & \rightarrow \begin{aligned} a = 26, b = 34 &\rightarrow (26, 34, 25) \\ a = -27, b = -19 &\rightarrow (-27, -19, -28) \end{aligned} \end{aligned}$$

$$(2): \begin{cases} a = c - 9 \\ b = c - 1 \end{cases} \quad \begin{aligned} a^2 + b &= c^2 - 18c + 81 + c - 1 = 710 \\ c^2 - 17c - 630 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c + 18)(c - 35) &= 0 \\ \begin{cases} c = -18 \\ c = 35 \end{cases} & \rightarrow \begin{aligned} a = -27, b = -19 &\rightarrow (-27, -19, -18) \\ a = 26, b = 34 &\rightarrow (26, 34, 35) \end{aligned} \end{aligned}$$

Ответ:  $(26, 34, 25), (-27, -19, -28), (-27, -19, -18), (26, 34, 35)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

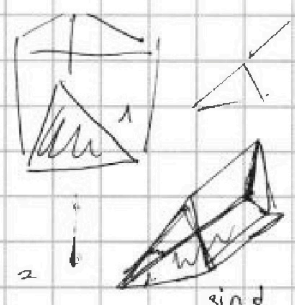
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z^2} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z^2} \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2z^2} \end{cases}$$

$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$



$$p(p \cos 3x + 3(p+4) \cos x) = 6 \cos 2x + 10$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos(2x+x) = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (2 \cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 2 \cos^3 x - \cos x - 2 \cos x + 2 \cos^3 x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x \end{aligned}$$

$$4p \cos^3 x - 3p \cos x + 3p \cos x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x - 6 + 10$$

$$\cos x = a$$

$$\begin{cases} a-c = \pm 1 \\ b-c = \pm 1 \\ a = c \pm 1 \end{cases}$$

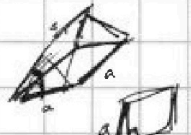
$$4p a^3 - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$p a^3 - 3 \cos x$$

$$p a^3 - 12$$

$$p a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$

$$p a^3 - 3a^2 + 3a - 1 = 0$$



$$c^2 + 2c + 1 + b = 210 \leq a \leq 1$$

$$(p-1)a^3 + (a-1)^3 = 0$$

$$(p-1)a^3 = (1-a)^3$$

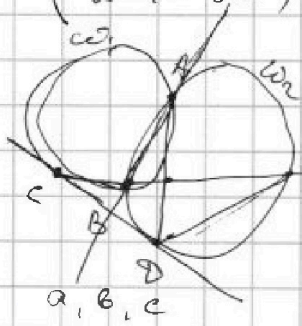
$$b-c = \frac{c^2 + c + 1 - 210}{c^2 + c + 209}$$

$$(3\sqrt[p-1]{p-1} + 1)a = 1$$

$p > 1: p > 1$   
 $p-1 > 1$   
 $p > 1$   
 $p-1 > 0$   
 $3\sqrt[p-1]{p-1} > 0$

$$(a-1+at)(a^2+1-2a+t^2a^2+a^2t-at) = 0$$

$$a^2(1+t^2+t) - a(2+t) + 1 \quad (\cos x = 1)$$



$$D = t^2 + 4t + 4 - 4t^2 - 4t - 4 = -3t^2 < 0$$

$$t^2 + t + 1 > 0$$

$$a + at = 1$$

$$a = \frac{1}{t+1}$$

$$a < b$$

$$b - a > 3$$

$$a(t+1) \geq 1$$

$$-1 \leq \frac{1}{t+1} \leq 1$$

$$(a-c)(b-c) = p^2$$

$$a^2 + b = 210$$

$$b = 210 - a^2$$

$$(a-c)(210 - a^2 - c) = p^2$$







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(p-1)t^3 + (t-1)^3 = 0 \quad t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1}} \quad p-1 = \left(\frac{1}{t}-1\right)^3$$

$$(p-1)t^3 = -(t-1)^3 \quad p = \left(\frac{1}{t}-1\right)^3 + 1$$

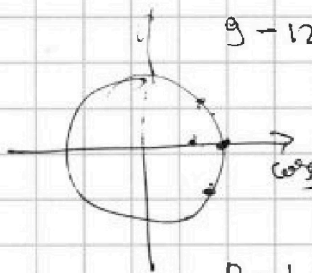
$$\sqrt[3]{p-1} t = 1-t \quad p-1 = \left(\frac{1-t}{t}\right)^3 = \left(\frac{1}{t}-1\right)^3$$

$$(\sqrt[3]{p-1} + 1)t = 1$$

$$p=1 \quad (t-1)^3 = 0 \quad -1 \leq \sqrt[3]{p-1} \leq 1 \quad p \neq 1 \quad p-1 \neq -1 \quad p=0$$

$$t = \frac{1}{\sqrt[3]{p-1} + 1} \quad \sqrt[3]{p-1} = -1 \quad p-1 = -1 \quad p=0$$

$\cos x = 1$



$$-3t^2 + 3t - 1$$

$$3t^2 - 3t + 1 = 0 \quad \Delta = 9 - 12 < 0$$

$p=2 \quad p>1 \quad p-1 > 0 \quad p < 1$

$4 \leq p < 0$

$-(p-1) < 0$

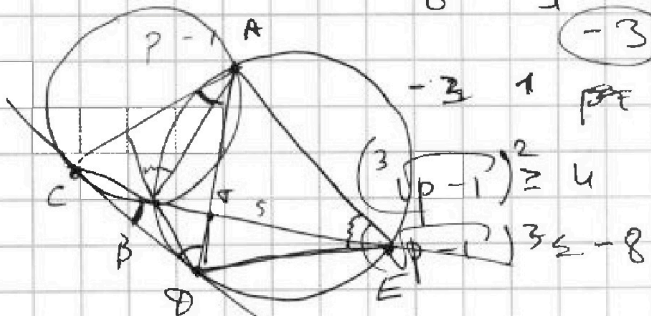
$$p-1 \leq -2$$

$$p \leq -1$$

$$-8 \leq p < -7$$

$$-3$$

$$-5 \sqrt{-6} \leq -2$$



$$OC^2 = OT \cdot TA$$

$$CD^2 = CE \cdot TE$$

$$ab = 10x^2$$

$$a(a+b) = a^2 + ab = a^2 + 10x^2 = CD^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + 4|y-5| = 181 - z^2 \end{cases}$$

$$a = x+5, \quad b = y+4, \quad c = z+1$$

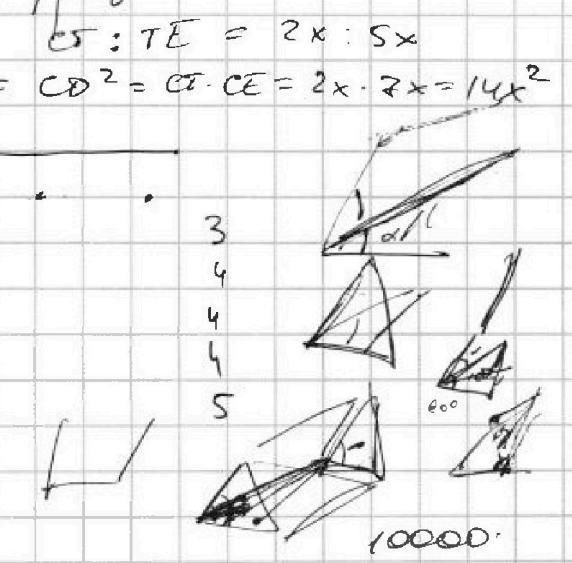
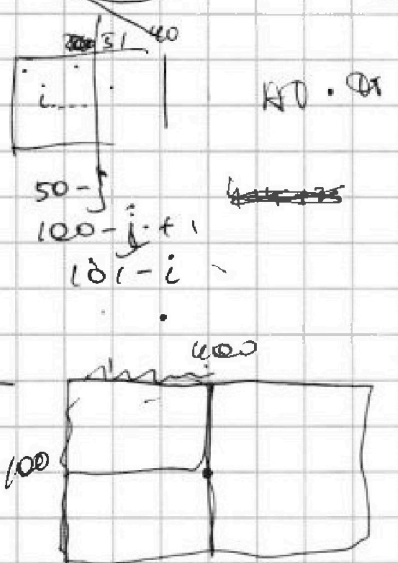
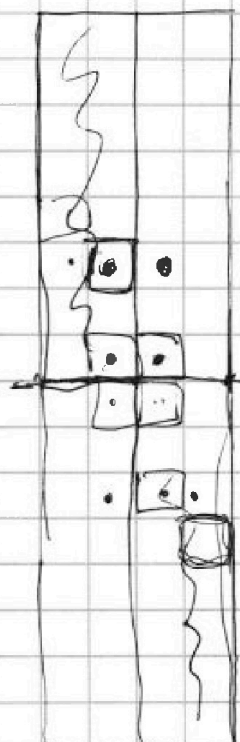
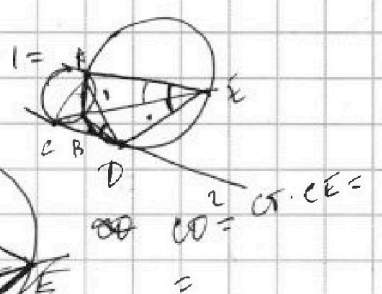
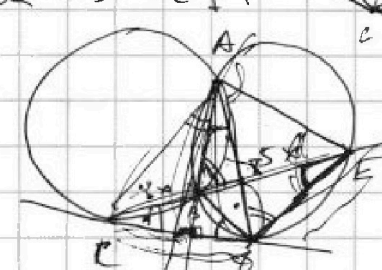
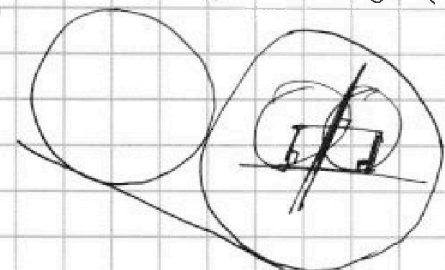
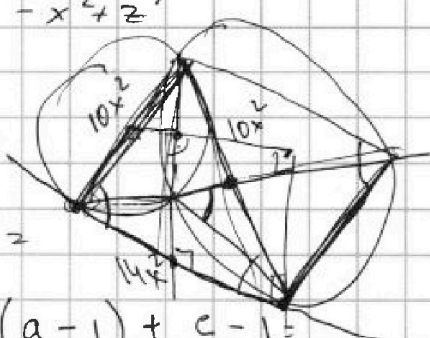
$$\sqrt{a} - a - 4c \quad y - 4x - x^2 + z =$$

$$= \sqrt{a} - a - 4c - x(x+4) + z =$$

$$= \sqrt{a} - a - 4c - (x^2 + 4x) + z =$$

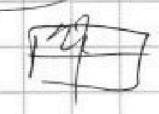
$$= \sqrt{a} - a - 4c - (a^2 - 6a + 5) + c - 1 =$$

$$= \sqrt{a} - a - 4c - a^2 + 6a - 5 + c - 1 =$$



$$\begin{array}{r} 200.00 \\ 2 \cdot 20000 \\ \hline 4! 19996! \\ 3 \cdot 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 400 \cdot 50 \\ 20000 \\ \hline 18997 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 200 \\ ab \sin \alpha = 2 \\ = 3 \\ = 3 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+3)\sqrt{(25x-9)(x-6)^2} = 6\sqrt{(25x-9)(x-6)^2} \rightarrow 6 = (x+3)(x-6)^2$$

$$q^{14} = (x+3)(x-6)^4 \sqrt{(25x-9)(x-6)^2} \cdot (x+3)$$

$$\frac{q^{214}}{6^2} = \frac{(x+3)^2(25x-9)(x-6)^4}{(x+3)^2(x-6)^4} = (x+3)\sqrt{(x+6)^3(x-6)}$$

$6a^6$   $6a^8$   $6a^{14}$   $6a^{20}$   $2$   $15$   $25$   $31$   $25$   $25$   $27$   $5$   $284$   $12$   
 $-x-5$   $22$   $12$   $y+4-c$   $10$   $13$   $11$   $-31$   $25$   $25$   $27$   $5$   $284$   $12$   
 $-42$   $14$   $8$   $14$   $12$   $11$   $11$   $11$   $25$   $25$   $27$   $5$   $284$   $12$   
 $-x-2z-1$   $8$   $14$   $12$   $11$   $11$   $11$   $11$   $25$   $25$   $27$   $5$   $284$   $12$

$$6(x+3)(x-6)^2 q^8 = (x+3) q^4 = (x-6)$$

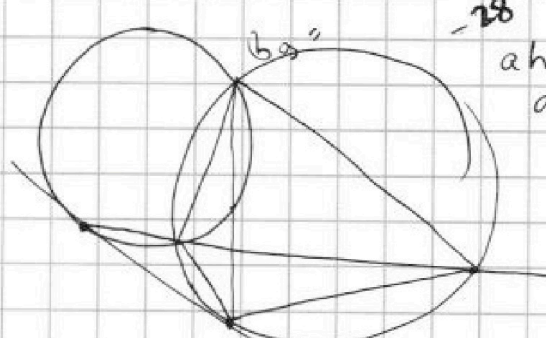
$$q^4 = (x-6)$$

$$(x+3)(x-6)^2 q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^2} q^6 = (x-6) \sqrt{x-6}$$

$$q^6 = \sqrt{(25x-9)(x-6)^2} q^{x+3} = (x-6) \sqrt{x-6}$$

$$\frac{(x-6)^6}{(25x-9)^2} = \frac{1}{(x-6)^6} \frac{1}{(x+3)^4} = a^4 \sqrt{32}$$

$$y - (a^2 - 5a + a - 5) + 6 - 1 = \frac{x+3}{(25x-9)^2} \frac{1}{(x-6)^6} \frac{1}{(x+3)^4} = a^4 \sqrt{32}$$



$x+5 = a$   
 $1-x-4z = 1 \quad a-4-4z$   
 $a-5 \quad z+1 = 6 \quad a-4z$   
 $y-4x-x^2+z = y - (a-5)(a+1) + 8-1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt[3]{p-1} > 0 \rightarrow p > 1 \rightarrow$  решим  
 $\sqrt[3]{p-1} + 1 > 0$   
 $\sqrt[3]{p-1} < -1$   
 $\sqrt[3]{p-1} < 0$   
 $\sqrt[3]{p-1} + 1 \leq -1$

$(25x-9)(x-6)(x+3) \sqrt[3]{p-1} + 1 = \frac{25x-9}{(x-6)^3}$   
 $(x-6)^{3 \cdot \frac{1}{2}} (x+3) = \sqrt{25x-9}$   
 $(x-6)^2 (x+3)^2 = 25x-9$   
 $(x+3) \sqrt{(25x-9)(x-6)} = \frac{25x-9}{(x-6)^3}$   
 $(x+3)(x-6)^3 = \sqrt{25x-9}$   
 $(x+3)(x-6)^2 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$

$(x+3)^2 (25x-9)(x-6) = (x+3)(x-6)^2$  | :  
 $(x+3)(25x-9) = (x-6)$   
 $25x^2 - 9x + 75x - 27 = x - 6$   
 $25x^2 - 10x + 75x - 21 = 0$   
 $25x^2 + 65x - 21 = 0$   
 $x^2 + \frac{65}{25}x - \frac{21}{25} = 0$   
 $\frac{13}{5}x - \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

$6x + 2$   
 $6x + 8y = 42$   
 $3x + 4y = 21$

$\sqrt[3]{(25x-9)(x-6)(x+3)} = \sqrt[3]{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$   
 $(x-6)^2(x+3) = \sqrt[3]{25x-9}$   
 $\sqrt[3]{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} = (x-6)^2(x+3)$

$\sqrt[3]{(25x-9)(x-6)(x+3)} = \sqrt[3]{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}$   
 $(x+3)^2 = \frac{\sqrt[3]{(25x-9)(x-6)}}{(x-6)^3(x-6)}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a < b$   
 $b - a \neq 3$   
 $(a - c)(b - c) = p^2$   
 $a^2 + b^2 = 710$

$a - c = 1, b - c = 1$   
 $a - c < b - c \Rightarrow$

$a - c = \pm 1$   
 $b - c = \pm 1$

$a - c = p^2 \Rightarrow a = c + p^2$  (2)  
 $a - c = 1 \Rightarrow a = 1 + c$  (1)  
 $b - c = p^2 \Rightarrow b = p^2 + c$

$a^2 + p^2 + c = 710 \Rightarrow c^2 + 3c + 1 + p^2 = 710$   
 $b - c = b - a + 1 = 1 + p^2 + c + p^2 = 710$

$a - c > b - c$

$\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - 1 \\ b = c - p^2 \end{cases}$   
 $\begin{cases} a - c = p^2 \\ b - c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + p^2 \\ b = c + 1 \end{cases}$

$\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c - p^2 \\ b = c - 1 \end{cases}$   
 $\begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = p^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = c + p^2 \end{cases}$

$710 = c^2 - 2cp^2 + p^4 + c - 1 = 710 \Rightarrow c^2 - 2cp^2 + p^4 + c = 711$   
 $710 = c^2 + 2c + 1 + c + p^2 = 710 \Rightarrow c^2 + 3c + p^2 = 711 = 78 \cdot 3^2$

$c = 3: p^2 = 9 \Rightarrow p = 3$   
 $c = 5: p^2 + c^2 = 25 + 25 = 50$

$c^2 + 3c = 78 \cdot 3^2$   
 $c(c + 3) = 3c^2 + 3c = 78 \cdot 3^2$   
 $c^2 + c + 1 = 78$