МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x, при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{\dfrac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases}\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x-z}+5=2\sqrt{y+x-x^2+z},\\ |y+1|+3|y-12|=\sqrt{169-z^2}.\end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p, при которых уравнение
$$\cos 3x+3\cos 2x+6\cos x=p$$
имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p.

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B, а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD, чем точка A. Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E. Найдите отношение $ED:CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3:10$, считая от вершины C.

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250. Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a;b;c)$ такие, что:
   - $a>b$,
   - число $a-b$ не кратно 3,
   - число $(a-c)(b-c)$ является квадратом некоторого простого числа,
   - выполняется равенство $a+b^2=560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№1.

Пусть α - знаменатель такой геометрической прогрессии, b_1 - её первый член, тогда

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = b_1\cdot\alpha^6;\quad 5-x=b_1\cdot\alpha^{12};\quad \sqrt{(13x-35)(x+1)} = b_1\cdot\alpha^{14}.$$

Тогда (по опр. геом. прогрессии $b_1\neq 0, \alpha\neq 0$), разделив, будем иметь

$$\frac{5-x}{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}} = \alpha^6 = (\alpha^2)^3 = \left(\frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}\right)^3$$

поскольку знаменатель в левой части этого рав-ва положителен, справа $\alpha^6>0$, имеем $5-x>0$, $\boxed{x<5}$

$$\Downarrow$$

$$(5-x)^4\cdot\sqrt{(x+1)^3} = \left(\sqrt{13x-35}\right)^4\cdot\left(\sqrt{x+1}\right)^3$$

$\Downarrow$ ← следствие корректно при условии $x\neq -1$, но т.к. при $x=-1$ выражение из условия не определено, следствие корректно

$$(5-x)^4 = \left(\sqrt{13x-35}\right)^4$$

это условие обеспечивает корректность этого следствия

$$\Downarrow$$

$$5-x=\sqrt{13x-35}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases}5-x>0\\ (5-x)^2=\sqrt{13x-35}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<5\\ x^2-23x+60=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<5,\\ \left[\begin{array}{l}x=3,\\ x=20;\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x=3}.$$

Таким образом показано, что требуемая прогрессия существует только для $x=3$. Для $x=3$ считаем:

$$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{\frac{4}{4^3}} = \frac{1}{4};\quad 5-x=2;\quad \sqrt{(13x-35)(x+1)}=4.$$

Положив $\alpha=\sqrt{2}$, $b_1=\frac{1}{32}$, получим геом. прогрессию, соответствующую условию.

Ответ: $x=3$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№2.

При любых значениях y и z справедливы нер-ва

$$|y+1|+3|y-12| \overset{①}{\geq} |y+1|+|y-12| = |y+1|+|12-y| \geq |y+1+12-y| = 13$$

$$\sqrt{169-z^2} \overset{②}{\leq} \sqrt{169} = 13$$

Значит, рав-во $|y+1|+3|y-12|=\sqrt{169-z^2}$ возможно только если все нер-ва обращаются в рав-ва. Но ① обращается в рав-во только для $y=12$, ② – только для $z=0$. При таких значениях второе ур-ние системы справедливо. Значит, все решения имеют вид $(x, 12, 0)$. Подставим эти значения в первое ур-ние системы и решим его отн. x:

$$\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}+5=2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$\Updownarrow$$

$$(\sqrt{x+3})^2+(\sqrt{4-x})^2-2+\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}-2\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{4-x}=0$$

$$(\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x})^2+(\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x})-2=0$$

Замена $t=\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}$ приводит к квадратному уравнению $t^2+t-2=0$, корни которого $t=1$ и $t=-2$. ~~Заметим, что $\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}\geq\sqrt{x+3}$~~ В терминах x:

$$(*)\left[\begin{aligned}&\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}=1\\&\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}=-2\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&\sqrt{x+3}=\sqrt{4-x}+1\\&\sqrt{x+3}=\sqrt{4-x}-2\end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned}&x+3=4-x+1+2\sqrt{4-x}\\&x+3=4-x+4-4\sqrt{4-x}\end{aligned}\right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{aligned}&2x-2=2\sqrt{4-x}\\&2x-5=-4\sqrt{4-x}\end{aligned}\right. \Rightarrow \left[\begin{aligned}&x^2-2x+1=4-x\\&4x^2-20x+25=64-16x\end{aligned}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x^2-x-3=0\\&4x^2-4x-39=0\end{aligned}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}\\&x=\frac{4\pm\sqrt{16+4\cdot39}}{8}\end{aligned}\right.$$

область опр.: $[-3; 4]$ – отрезок

Поскольку функция $f(x)=\sqrt{x+3}-\sqrt{4-x}$ возрастает на области определения, каждое из ур-ний $(*)$ имеет не более чем по одному корню. $f(-3)=-\sqrt{7}<-2$; $f(4)=\sqrt{7}>1$, $f(0)=\sqrt{3}-2 \Rightarrow -2<f(0)<1$. Значит, первое ур-ние $(*)$ имеет один полож. корень, второе – один отриц., т.е. это корни $\frac{1+\sqrt{13}}{2}$ и $\frac{4-\sqrt{16+4\cdot39}}{8}$ соотв.

Ответ: $\left\{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; 12; 0\right)\right\} \cup \left\{\left(\frac{4-\sqrt{16+4\cdot39}}{8}; 12; 0\right)\right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№6.

Пусть тройка (a, b, c) удовл. всем требуемым условиям. Так как $a > b$, то $a - c > b - c$. Но числа $a-c$ и $b-c$ целые и дают в произведении p^2, где p – простое. Значит, возможны следующие варианты:

- $a - c = p^2$, $b - c = 1$; (1)
- $a - c = -1$, $b - c = -p^2$. (2)

~~В первом случае $a - b = p^2 - 1$ во втором случае $a - b =$~~ В обоих случаях $a - b = p^2 - 1$. Для $p \neq 3$ в силу простоты $p \not\vdots\, 3 \Rightarrow p^2 \equiv_3 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow a - b \equiv_3 1 - 1 = 0$. Это запрещено условием, поэтому имеем $p = 3$.

Тогда $a - b = 8$, $a = b + 8$. Тогда имеем

$$(*) \quad 560 = a + b^2 = b^2 + b + 8 \Leftrightarrow b^2 + b - 552 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = -24, \\ b = 23. \end{array}\right.$$

Значит, $a = 31$ и $b = 23$ или $a = -16$ и $b = -24$. В случае $a = 31$, $b = 23$ для выполнения (1) необходимо взять $c = 22$, для выполнения (2) нужно $c = 32$. В случае $a = -16$, $b = -24$ для выполнения (1) необходимо взять $c = -25$, для выполнения (2) —— $c = -15$.

Для всех перечисленных троек выкладки $(*)$ обеспечивают соблюдение четвёртого требования, рав-ва (1) и (2) обеспечивают соблюдение первых трёх требований, т.е. все они подходят.

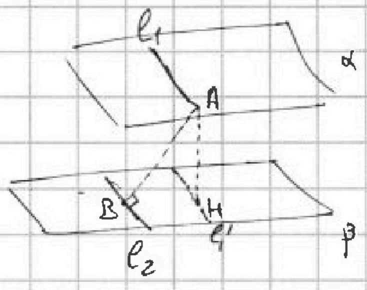
<u>Ответ</u>: $(31; 23; 22)$, $(31; 23; 32)$, $(-16; -24; -25)$, $(-16; -24; -15)$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№7.



__Лемма__: Пусть l_1, l_2 – параллельные прямые, лежащие в параллельных плоскостях α и β; h – расстояние между α и β; d – расстояние между проекциями l_1 и l_2 на β. Тогда расстояние между l_1 и l_2 равно $\sqrt{d^2+h^2}$.

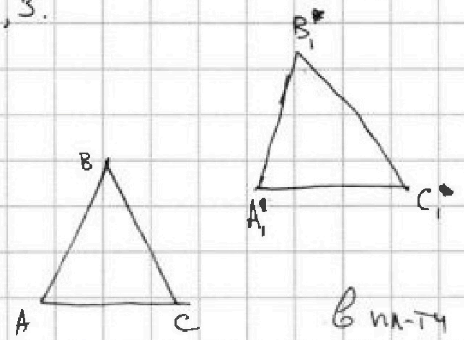
__Д-во__:

Пусть AB – один из общих перпендикуляров к l_1 и l_2; H – проекция A на β; l_1' – проекция l_1 на β. Тогда BH – проекция AB на β, тогда по т. о трёх перпендикулярах $BH \perp l_2 \parallel l_1'$, т.е. BH – общий перпендикуляр к l_2 и l_1'. Значит, $BH = d$. Т.к. $AH \perp \beta$, то $AH \perp BH$. Тогда из т. Пифагора для $\triangle ABH$ получаем $AB = \sqrt{AH^2+BH^2} = \sqrt{h^2+d^2}$ □

Поскольку площадь пар-ма равна произведению стороны на высоту, из условия следует, что расстояния между соответствующими сторонами оснований призмы равны 4, 4, 3.

Спроектируем верхнее основание призмы на плоскость нижнего. (См. рис.)

__Обозначения__: ABC – нижнее осн., $A'B'C'$ – верхнее, $A_1B_1C_1$ – проекция верхнего основания; обозначения таковы, что $\rho(AB, A'B') = \rho(AC, A'C') = 4$; $\rho(BC, B'C') = 3$.



в пл-ти нижнего основания

Из леммы следует, что $\rho(AB, A_1B_1) = \rho(AC, A_1C_1)$. (*)

Так как исходно была призма, ABC и $A_1B_1C_1$ получаются друг из друга параллельным переносом. ~~Но из (*) следует, что ABC и A₁ тогда заключим, что ABC и A₁B₁C₁ симметричны отн. прямой AA₁, т.е. вектор переноса сонаправлен с AA₁ – биссектрисой ∠BAC. Тогда A₁B₁ ∥ AB, A₁C₁ ∥ AC.~~

Для каждого угла существуют ровно ~~две~~ четыре прямые, находящиеся от ~~его~~ одной из сторон на фиксированном расстоянии (см. рис. 2)

рис. 2

Любая пара из них совмещается симметрией относительно одной из биссектрис исходного угла.

Это означает, что A_1B_1 и A_1C_1 совмещаются симметрией относительно одной из биссектрис $\angle BAC$.

N7. (продолжение)

Рассмотрим два соответствующих случая.

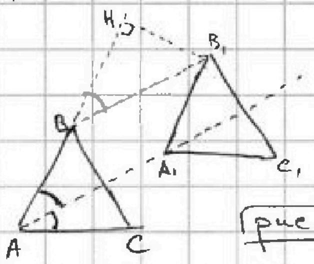


рис. 3

① Внутренняя биссектриса (рис. 3)

Тогда вектор переноса $\perp B_1C_1$ =>

=> $BB_1 \perp BC \parallel B_1C_1$ =>

=> BB_1 реализует $\rho(BC, B_1C_1)$

Опустим перпендикуляр B_1H на AB. $\angle HBB_1 = \underset{30^\circ}{\angle BAA_1}$ из параллельности =>

=> $HB_1 = \frac{1}{2} BB_1$; $\rho(AB, A_1B_1) = \frac{1}{2}\rho(BC, B_1C_1)$.

Если h – высота исх. призмы, то из леммы получим $4^2 = h^2 + \rho(AB, A_1B_1)^2$
$3^2 = h^2 + \rho(BC, B_1C_1)^2$

Неверно [~~умножив первое на 4 и вычтя, получим~~
~~$64 - 9 = 3h^2$, $h = \sqrt{55/3}$.~~

② Внешняя биссектриса (рис. 4)

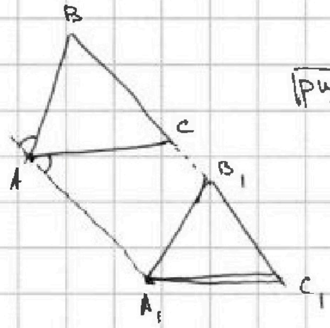


рис. 4

Внеш. бисс. $\angle BAC$ параллельна BC, поэтому раз A_1 лежит на ней, а $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, то B_1C_1 и BC составляют одну прямую.
В этом случае $\rho(BC, B_1C_1) = 0$, поэтому из леммы следует $h = 3$.

① В предыдущем рассмотрении я допустил ошибку. Поскольку $\rho(AB, A_1B_1) < \rho(BC, B_1C_1)$, можно заключить $h^2 + \rho(AB, A_1B_1)^2 < h^2 + \rho(BC, B_1C_1)$, т. е. для случая ① ситуация из условия невозможна. Значит, реализуется случай ②, и ответ – $h = 3$.

Ответ: $h = 3$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

№5

~~Стороны прямоугольника чётны, то есть на~~

Заметим, что композиция любых двух движений из перечисленных является третьим. Тогда если множество обладает хотя бы двумя перечисленными симметриями, то обладает и всеми тремя. Тогда формула включения-исключения примет вид

$$[\text{ответ}] = \sum_{i=1,2,3} \left[\begin{matrix}\text{кол-во множеств,}\\ \text{обладающих}\\ \text{симметрией}\\ \text{№}i\end{matrix}\right] - 2\cdot\left[\begin{matrix}\text{кол-во множеств,}\\ \text{обладающих}\\ \text{всеми тремя симметриями}\end{matrix}\right]$$

Заметим, что любое множество, обладающее симметрией относительно вертикальной средней линии однозначно задаётся половиной своих клеток, находящихся в левой половине прямоугольника. Значит, кол-во таких множеств равно C_{25000}^4.

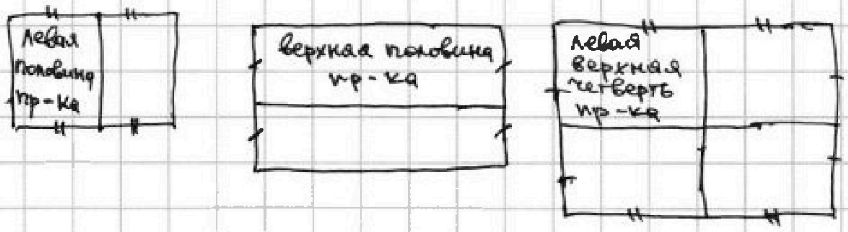
Любое мн-во, обладающее симметрией относительно горизонтальной средней линии, однозначно задаётся положением половины своих клеток, находящайся в верхней половине прямоугольника. Значит, кол-во таких мн-в равно C_{25000}^4.

Любое мн-во, обладающее симметрией относительно центра, однозначно задаётся положением половины своих клеток, находящихся в верхней половине прямоугольника. Значит, их количество равно C_{25000}^4.

Любое мн-во, обладающее всеми тремя симметриями, однозначно задаётся положением четверти своих клеток, находящихся в левой верхней четверти прямоугольника. Значит, их кол-во равно C_{12500}^2.

По ф. включений-исключений ответ $3\cdot C_{25000}^4 - 2\cdot C_{12500}^2$.

Примечание.



Ответ: $3\cdot C_{25000}^4 - 2\cdot C_{1250}^2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$a-c=p$

$b-c=1.$

пары (a,b):

$a-b=p-1$

$c=b-1$ – забыли

$a-b=p-1 \;\vdots\; 3$

$a+b^2=560.$

b^2+b

$b^2+b<560$

$\le b \le$

$a+b^2 \equiv_3 -1$

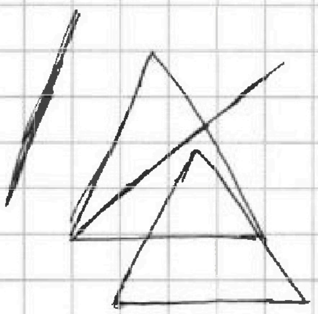
$a-b\equiv_3 1$!

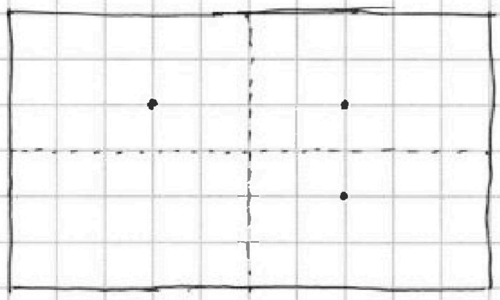
$b^2+b\equiv_3 1$

такого не бывает

$560\equiv_3 -1$

$a-b=2.$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$\cos 3x + \underbrace{3\cos 2x + 6\cos x}_{\cancel{4}} = p$

$3(\cos 2x + \cos x) + \underbrace{\cos 3x + 3\cos x}_{4\cos^3 x}$

$2\cos^2 x - 1 + \cos x$

$6\cos^2 x + 3\cos x + 4\cos^3 x \quad = p + 3$

$\cos x(3 + 6\cos x + 4\cos^2 x)$

$12t + 3 + 12t^2$

$12t^2 + 12t + 3$

$t^2 + t + \frac{3}{12}$ меняет...

$t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+1}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{2}$

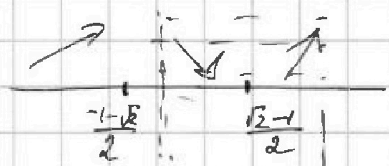
$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)) = 2\cdot\cos\alpha\cos\beta$

$\cos x + \cos 3x =$

$= 2\cdot\cos x\cdot\cos 2x$



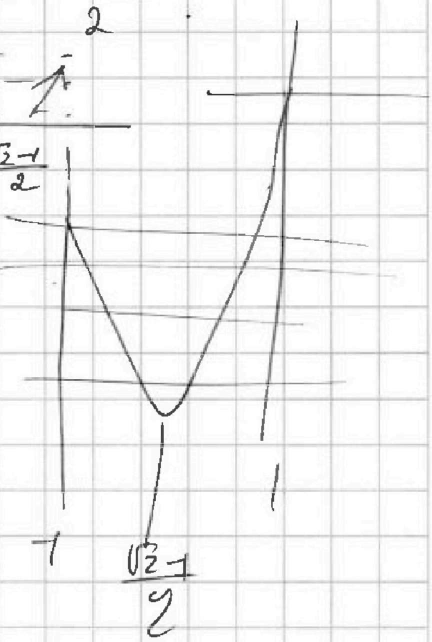
$\underbrace{2\cos x\cos 2x}_{2uv} + 3\underbrace{\cos 2x}_{u} + 5\underbrace{\cos x}_{v}$

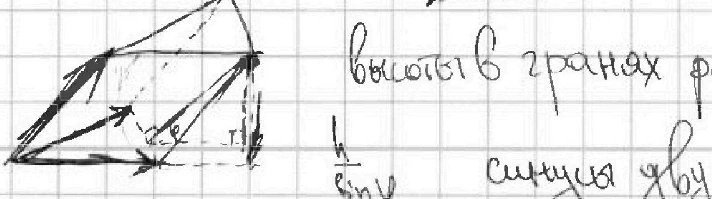
~~$3u + 5v + 2uv$~~ $\Rightarrow p$

$u = 2v^2 - 1$

$1 = 2v^2 - u$

~~$(2u+5)(v+3)$~~





высоты в гранях равны 4, 4, 3

$\frac{h}{\sin\varphi}$

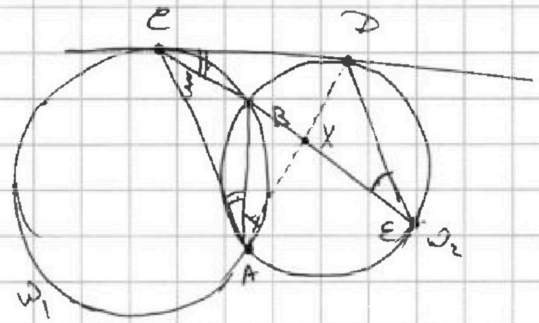
синусы двух углов равны, это приятно

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 [X] 2 [X] 3 [X] 4 [X] 5 [X] 6 [X] 7 [X]

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



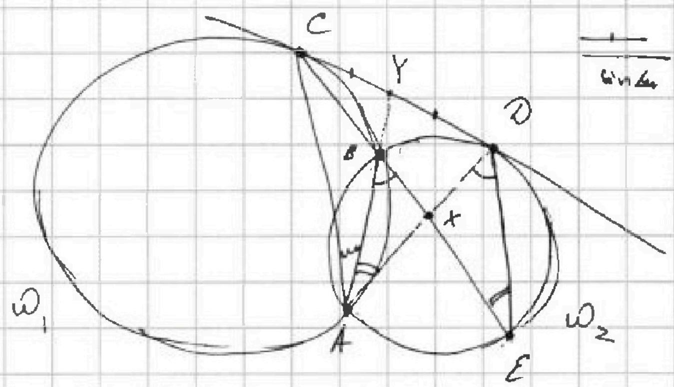
$\dfrac{CD}{DE}$ – ?

$\dfrac{1}{\sin\Delta} = \dfrac{AY}{\sin\angle YDA}$

$\dfrac{1}{\sin\Delta} = \dfrac{AY}{\sin\angle YCA}$

$\dfrac{\sin\Delta}{\sin\Delta} = \dfrac{\sin\ldots}{\sin\ldots} =$

$= \dfrac{AC}{AD}$.



$BX \cdot XE = AX \cdot XD$

мы знаем напр. $\dfrac{XE}{CE}$

$\dfrac{XD}{DE} = \dfrac{XB}{AB}$

$CD^2 = CB \cdot CE$

$DE = \dfrac{XD \cdot AB}{XB}$

$\dfrac{BX}{BC} \cdot \dfrac{XE}{CE} = \dfrac{AX \cdot XD}{CD^2}$

$\dfrac{DE}{CD} = \dfrac{XD}{XB} \cdot \dfrac{AB}{CD}$.

23×24

192

46

552

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x \in \mathbb{R}$ – ? : $b_7 = \sqrt{\dfrac{13x-35}{(x+1)^2}}$ $b_{13} = 5-x$ $b_{15} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$

$\dfrac{b_{13}}{b_7} = \alpha^6$

$\dfrac{b_{15}}{b_{13}} = \alpha^2$

условие: $\begin{cases} \dfrac{b_{13}}{b_7} = \left(\dfrac{b_{15}}{b_{13}}\right)^3 \\ \dfrac{b_{15}}{b_{13}} > 0. \end{cases}$

$\left(\dfrac{b_{15}}{b_{13}}\right)^3 = \left(\dfrac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x}\right)^3 = \dfrac{5-x \quad \sqrt{(x+1)^3}}{\sqrt{13x-35}} > 0$

$\dfrac{\sqrt{13x-35}^3}{(5-x)^3} = \dfrac{5-x}{\sqrt{13x-35}}$

$x \neq -1$

$36^2 + 4 \cdot 39$

$+4 \cdot 36 + 12$

$\Downarrow$

$(5-x)^4 = \left(\sqrt{13x-35}\right)^4$

и нам надо >0, поэтому

$\Downarrow$

$5-x = \sqrt{13x-35}$

$(5-x)^2 = 13x-35$

$x^2-10x+25 = 13x-35$

$x^2-23x+60=0$

$\left[\begin{array}{l} x=20 \\ x=3 \end{array}\right.$

$2uv = u-v+5$

$2uv-u+v-5=0$

$u^2+v^2=7$

~~проверен для x=3.~~

$t^2+t-2=0$

$t=-2;\ t=1.$

$u^2+v^2-2uv+u-v-2=0.$

$(u-v)^2+(u-v)-2=0$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$

$|y+1|+3|y-12| \geq |y+1|+|12-y| \geq |y+1+12-y| = 13$

$\sqrt{169-z^2} \leq \sqrt{169} = 13.$

$|y+1|+3|y-12| = \sqrt{169-z^2}$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4+x-2} + 5 = 2\sqrt{2+x-x^2+2}$