



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен

$\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$, тринадцатый член равен $5-x$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{(13x-35)(x+1)}$.
проверить? более не надо

2. [4 балла] Решите систему уравнений

*хотела бы
решить
эф.*

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+x-x^2+z}, \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{169-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$\cos 3x + 3 \cos 2x + 6 \cos x = p$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $3 : 10$, считая от вершины C .

5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 200×250 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрасенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a > b$,
- число $a - b$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a + b^2 = 560$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник со стороной 1. Площади её боковых граней равны 4, 4 и 3. Найдите высоту призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$b_7 = b_1 z^6 = \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}$$

$$b_{13} = b_1 z^{12} = 5-x$$

$$b_{15} = b_1 z^{14} = \sqrt{(13x-35)(x+1)}$$

2) при $b_1 \neq 0$ и $z \neq 0 \Rightarrow b_i \neq 0$

$$z^6 = \frac{(5-x) \cdot \sqrt{\frac{(x+1)^3}{13x-35}}}{b_7} = \frac{b_{13}}{b_7}$$

$$\frac{b_{15}}{b_{13}} = z^2 = \frac{\sqrt{(13x-35)(x+1)}}{5-x} \Leftrightarrow z^6 = \frac{(13x-35)^{\frac{3}{2}}(x+1)^{\frac{3}{2}}}{(5-x)^3}$$

$$z^6 = (5-x) \frac{\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}{(13x-35)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(13x-35)^{\frac{3}{2}} \cdot (x+1)^{\frac{3}{2}}}{(5-x)^3}$$

$$(x+1)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{(5-x) \cdot \sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}}}{(13x-35)^{\frac{3}{2}}} - \frac{(13x-35)^{\frac{3}{2}}}{(5-x)^3} \right) = 0$$

$x+1=0 \Rightarrow b_{15} \neq 0$, противоречие
 ~~b_7 не определено, противоречие~~

$$\Rightarrow \frac{(5-x)^4 - (13x-35)^2}{(13x-35)^{\frac{1}{2}}(5-x)^3} = 0 \quad \text{Если } 13x-35=0, \text{ то } b_7=0$$

~~не определено, но при $13x-35=0$ $b_7=0, b_{15}=0 \Rightarrow$ процессия не имеет смысла~~
~~аналогично, если $5-x=0$, то $b_{13}=0 \Rightarrow$ процессия не имеет смысла~~

$$13x-35=0 \Rightarrow b_7=0, \text{ ч.т.е.}$$

$$5-x=0 \Rightarrow b_{13}=0, \text{ ч.т.е.}$$

$$\Rightarrow (5-x)^4 - (13x-35)^2 = 0$$

$x \in \mathbb{R}$

$b_7 \in \mathbb{R}$

$b_1 \neq 0$, иначе стая

$z \neq 0$

1) если проц. = 0 (настойкая), то

$$5-x=0 \Leftrightarrow x=5$$

при таком x

$$b_7 \neq 0$$

ч.т.е.

\Rightarrow проц. не имеет

$\Rightarrow \begin{cases} b_7 \neq 0 \\ z \neq 0 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\underbrace{\left((5-x)^2 - (13x-35) \right)}_a \cdot \underbrace{\left((5-x)^2 + 13x - 35 \right)}_b = 0$$

~~25-20~~

$$\begin{cases} a=0 & (1) \\ b=0 & (2) \end{cases}$$

(1) $25 - 10x + x^2 - 13x + 35 = 0$

$$x^2 - 23x + 60 = 0$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 20 \end{cases}$$

(2) $25 - 10x + x^2 + 13x - 35 = 0$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

получили $\begin{cases} x = 3 \\ x = 20 \\ x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$

при $x = 2$ $\sqrt{\frac{13x-35}{(x+1)^3}} = \sqrt{\frac{26-35}{3^3}} \Rightarrow$ не оп.

$\Rightarrow x \neq 2$.

при $x = -5$ $v_7 = \sqrt{\frac{-75-35}{(-4)^3}} = \sqrt{\frac{110}{64}} = \frac{\sqrt{110}}{8} = v_8^6$

$v_{13} = 10 = v_{12}^{12}$

$v_{15} = \sqrt{110 \cdot 4} = v_{12}^{14}$, где $v_{12} = \sqrt{2}$, $v_{13} = 10$, $v_{15} = \sqrt{110 \cdot 4}$, $v_{12} = \sqrt{2}$, $v_{13} = 10$, $v_{15} = \sqrt{110 \cdot 4}$

при $x = 20$

$\frac{13x-35}{(x+1)^3} > 0$, $5-x = -15 < 0$

но v_7 и v_{13} одного знака, ч-ные.

при $x = 3$ $v_7 = \sqrt{\frac{4}{43}} = \frac{2}{\sqrt{43}}$, $v_{13} = 2$, $v_{15} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4 = v_{12}^{14}$

$2^2 = 2 \Rightarrow 2 = \pm\sqrt{2}$, $v_1 = \frac{4}{2^7} = \frac{1}{32}$.

Ответ: $x = 3$; $x = -5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

В общем, ~~или~~ ^{или} $y \geq 12 \rightarrow z = 0 \quad y = 12$

$$\text{для } x: \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}, \quad x \in [-3; 4] \quad (*).$$

2) ~~или~~ ^{или} $y \in (-1; 12)$:

$$(2) \quad y+1 - 3(y-12) = \sqrt{13^2 - z^2}$$

$$-2y + 37 = \sqrt{13^2 - z^2} \quad |^2$$

$$(37 - 2y)^2 + z^2 = 13^2$$

$$13^2 = (2y - 37)^2 + z^2 < (24 - 37)^2 + z^2 \leq 13^2 + 0$$

\Rightarrow ~~нет~~ ^{нет} реш.

3) $y \leq -1$ ~~или~~ ^{или}:

$$-y \geq 1$$

$$(2) \quad -y - 1 - 3y + 36 = \sqrt{13^2 - z^2}$$

$$-4y + 35 = \sqrt{13^2 - z^2}$$

$$(35 - 4y)^2 + z^2 = 13^2$$

$$13^2 = (35 - 4y)^2 + z^2 \geq (35 + 4)^2 + z^2 \geq (39)^2$$

\Rightarrow ~~нет~~ ^{нет} реш.

\Rightarrow Осталось решить $(*) \quad z = 0 \quad y = 12$

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{(x+3)(4-x)}.$$

слева ~~возраст.~~ ^{возраст.} 90 -цая



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x-z} + 5 = 2\sqrt{y+z-x^2+z} & (1) \\ |y+1| + 3|y-12| = \sqrt{13^2 - z^2} & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{x+3} + 5 = 2\sqrt{y+z-x^2+z} + \sqrt{4-x-z} \quad (1')$$

~~дополн:~~

$$\begin{cases} x \geq -3 \\ 4 \geq x+z \end{cases} \Rightarrow \dots \Rightarrow -13 \leq z \leq 7$$

$$(13-z)(13+z) \geq 0$$

$$(z-13)(13+z) \leq 0$$

$$-13 \leq z \leq 13$$

$$1) \quad y-12 \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 12 \Rightarrow y+1 \geq 0$$

$$\Rightarrow (2) \quad 4y - 35 = \sqrt{13^2 - z^2} \quad |^2$$

$$(4y-35)^2 + z^2 = 13^2$$

$$13^2 = (4y-35)^2 + z^2 \geq (4y-35)^2 + z^2 = 13^2 + z^2$$

$$\Rightarrow z=0 \Rightarrow 13^2 = (4y-35)^2 \geq 13^2$$

~~равенство, при y=12~~

$$\Rightarrow z=0, y=12.$$

$$(1) \quad \sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} + 5 = 2\sqrt{12+x-x^2}$$

$$(x+3)(4-x) = 12+x-x^2$$

Пусть $\begin{cases} x+3=a \\ 4-x=b \end{cases} \Rightarrow (1) \quad \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$

$$4 \geq x \geq -3$$

~~$$\sqrt{a} - 5 = 2\sqrt{ab} - \sqrt{b} = \sqrt{b}(2\sqrt{a} - 1)$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(3x) + 3 \cos(2x) + 6 \cos x = p \quad (*) \quad p - ? \geq 1 \text{ реш.}$$

$f(x) = \cos(x)$ — четн \Rightarrow $\mu(x_0)$ — реш., $(-x_0)$ — тоже реш.

Также ясно, что т.к. $\cos(x) \in [-1; 1]$

$$\Rightarrow p \in [-10; 10].$$

$$\begin{aligned} \cos 3x &= \cos(2x+x) = \cos 2x \cdot \cos x - \sin 2x \sin x = \\ &= (2\cos^2 x - 1) \cos x - 2 \cos x \sin x (1 - \cos^2 x) = \\ &= 2\cos^3 x - \cos x - 2\cos x + 2\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x. \end{aligned}$$

$$\cos(2x) = (2\cos^2 x - 1)$$

$$\cos x = a \quad (*) \quad 4a^3 - 3a + 3(2a^2 - 1) + 6a = p$$

$$a \in [-1; 1]$$

$$4a^3 - 3a + 6a^2 - 3 + 6a = p$$

$$4a^3 + 6a^2 + 3a - 3 = p$$

$$(m-n)^3 = m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$$

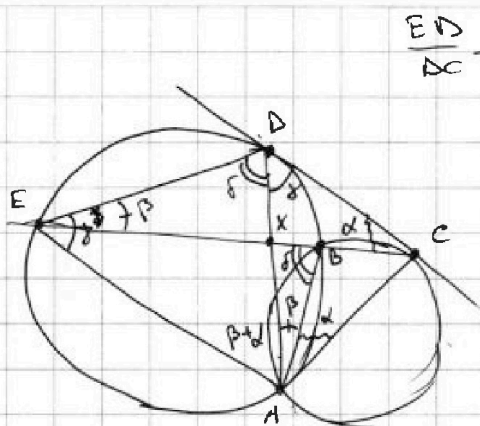


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ED}{DC} = ?$$

$$\frac{CX}{XE} = \frac{3}{10}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle DEC = \angle DAB = \beta \\ \angle EDA = \angle EBA = \delta \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{м.к.} \\ \triangle DBA \\ - \text{впис.} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} \angle BAC = \angle ECD = \alpha \\ \angle AED = \angle ADC = \gamma \end{aligned} \right\} \text{Как}$$

впис. угол и угол между касан и хорд.

$$\Rightarrow \text{в } \triangle EDC: \beta + \alpha + \delta + \gamma = 180$$

~~$$\delta + \gamma = 180 - (\beta + \alpha)$$~~

$$\angle EAD = 180 - (\delta + \gamma) = \alpha + \beta = \angle DAC$$

$\rightarrow \triangle EDA \sim \triangle ADC$ по 2 углам.

$$\Rightarrow \frac{CD}{DE} = \frac{AD}{AE}$$

$$\frac{AD}{\sin \gamma} = \frac{AE}{\sin \delta} \quad (\text{м. син. } \triangle EDA) \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta}$$

$$\text{м. син. } \triangle EDC: \frac{CD}{\sin \beta} = \frac{DE}{\sin \alpha}$$

~~$$\frac{CD}{AE} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$~~

$$\text{м. син. } \triangle CXD: \frac{CX}{\sin \gamma} = \frac{DX}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \sin \gamma \cdot \frac{DX}{CX}$$

$$\text{м. син. } \triangle EXX: \frac{DX}{\sin \beta} = \frac{EX}{\sin \delta} \Rightarrow \sin \beta = \sin \delta \cdot \frac{DX}{EX}$$

$$\frac{\sin \delta \cdot CX \cdot DX}{\sin \gamma \cdot DX \cdot EX} = \frac{\sin \delta}{\sin \gamma} \cdot \frac{CX}{XE} = \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \frac{CD}{DE}$$

$$\left(\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} \right)^2 = \frac{CX}{XE} \Rightarrow \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{CX}{XE}}$$

$$\Rightarrow \frac{DE}{EC} = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

Ответ: $\sqrt{\frac{10}{3}}$

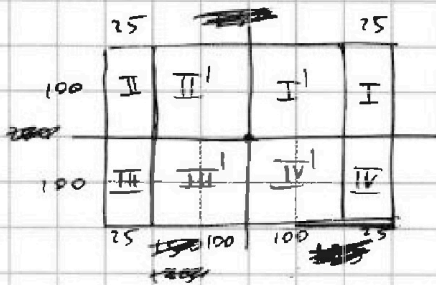


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим покраску первого квадрата:

ок в области II
=> симм. есть 2 варианта:
в области I и III

$100 \cdot 25 \cdot 2$ - вариант.

~~1.1.1) $100 \cdot 25 \cdot 2$ (вариант)~~

Рассмотрим области на рисунке. По числу скобок можно покрасить 8 квадратиков.

Если я ставлю \square_1 , то \square_2 встаёт как-то.
 \square_3 , то \square_4 как-то

\square_4 , то \square_8

1.1.1)

~~1.1.1)~~

\square_1 в II : $100 \cdot 25$ способов

$\Rightarrow \square_2$ в II или в I : 2 сим. очн-но

\square_3 в II : $100 \cdot 25 - 1$

\square_4 & : 2 очн-но

\square_5 в II : $100 \cdot 25 - 2$

\square_7 в II : $100 \cdot 25 - 3$

$$\Rightarrow 100 \cdot 25 \cdot 2 \cdot (100 \cdot 25 - 1) \cdot 2 \cdot (100 \cdot 25 - 2) \cdot (100 \cdot 25 - 3) \cdot 2^2$$

$$2^4 \cdot a(a-1)(a-2)(a-3)$$

1.1.1.2)

//
A

\square_7 в II' $\Rightarrow 100 \cdot 100$

\square_8 в III' $\Rightarrow 3$ очн-но
III'

\Rightarrow пусть $100 \cdot 25 = a$

$$\Rightarrow a \cdot 2^3 \cdot (a-1)(a-2)(4a-3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

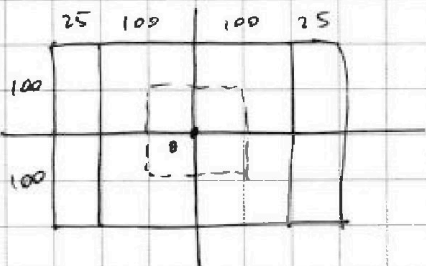
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~1. 2. 1) $a \cdot 2 + (a+1) \cdot 2 + (1+a) \cdot 3 + (a-1) \cdot 2$~~

~~Покрасим клетки~~



Рассмотрим прямоугольники внутри исходного.

2 случая:

- 1) он квадрат
- 2) он прямоугол.

Заметим, что мн-во углов клеток в сл. 1 не совпадает нигде с мн-вом цел. к. сл. 2.

~~Возможно~~ Клетки красить будем в углах прямоугольнич.

~~Возможно 2 квадрата~~

В каждом прямоугол. 2 или 4 клеточки.

$$8 = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$8 = 2 + 2 + 4$$

$$8 = 4 + 4$$

I) 4 прямоугольничка: стороны a и b (соседние)
 $a \neq b$

~~200 - (250 - 100) = 150~~

~~$$200 - (250 - 100) = 150$$~~

Всего квадратов: 100 (с центром в $(0,0)$)

Всего ^{сущ. кв.} прямоугол.: ~~100~~ $100 \cdot 125$.

\Rightarrow ~~прямоуг.~~ не квадр. $100 \cdot 124$.

1 ~~прямоуг.~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a > b & (1) \\ (a-c)(b-c) = p^2 & (2) \\ a-b \not\equiv 0 \pmod{3} & (3) \\ a+b^2 = 560 & (4) \end{cases}$$

(1) и (2):

$$560 = a+b^2 > b+b^2$$

$$b^2 + b - 560 < 0$$

~~###~~

$$b = -25 \Rightarrow 625 - 25 - 560 > 0 \quad \text{⊗}$$

$$b = -24 \Rightarrow 576 - 24 - 560 < 0 \quad \text{⊙}$$

$$b = 24 \Rightarrow 576 + 24 - 560 > 0 \quad \text{⊗}$$

$$b = 23 \Rightarrow 529 + 23 - 560 < 0 \quad \text{⊙}$$

$$\Rightarrow b \in [-24, 23]$$

$(a-c)(b-c) = p^2$. Либо, что $a-c \not\equiv b-c$, т.к. $a > b$

~~$a-c > b-c$~~
1) $\begin{cases} a-c = p^2 \\ b-c = 1 \end{cases}$

ИЛИ $a-c > 0$ $b-c > 0$

2) $\begin{cases} a-c = p \\ b-c = p \end{cases}$
невозможно
т.к. $a > b$

3) $\begin{cases} a-c = 1 \\ b-c = p^2 \geq 4 \end{cases}$
 $\Rightarrow a \leq b$
 \Rightarrow противоречие

$$\Rightarrow \begin{cases} a = p^2 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$c + p^2 \not\equiv 1 + c \pmod{3} \Leftrightarrow (p-1)(p+1) \not\equiv 0 \pmod{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} p \not\equiv 1 \pmod{3} \\ p \not\equiv 2 \pmod{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow p \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow p = 3$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ 43 \\ \hline 129 \\ 172 \\ \hline 2209 \end{array}$$

$$\begin{cases} a = 9 + c \\ b = 1 + c \end{cases}$$

$$(4) a + b^2 = 560$$

$$9 + c + 1 + 2c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 3c - 550 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 550 = 9 + 2200 = 2209 = (47)^2$$

$$c = \frac{-3 \pm 47}{2} = -25 \Rightarrow a = -16, b = -24$$

$$c = \frac{-3 + 47}{2} = 22 \Rightarrow a = 31, b = 23$$

~~Ответ: $(-16, -24, -25); (31, 23, 22)$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

④ или $a - c < 0$
 $b - c < 0$

1) $\begin{cases} a - c = -p^2 \\ b - c = -1 \end{cases}$

~~$a = p^2$~~
 $a > b$

$-p^2 + c > -1 + c$
 $-p^2 > -1$
 $p^2 < 1$
ч-тве

2) $\begin{cases} a - c = -p \\ b - c = -p \end{cases}$

$a = b$
но $a > b$
ч-тве

3) $\begin{cases} a - c = -1 \\ b - c = -p^2 \end{cases}$

~~$a > b$~~
 ~~$-1 + c > -p^2 + c$~~
 ~~$-1 > -p^2$~~
 $1 < p^2$

$a = -1 + c$
 $b = -p^2 + c = c - p^2$

~~$a = b$~~

$-1 + c \neq -p^2 + c$

$-1 \neq -p^2$

$\begin{cases} p \neq 1 \\ p \neq 2 \end{cases}$

$\rightarrow p = 3$

$a + b^2 = 560$

$\begin{cases} a = -1 + c \\ b = c - 9 \end{cases}$

$c - 1 + c^2 - 18c + 81 = 560$

$c^2 - 17c - 80 = 560$

$c^2 - 17c - 480 = 0$

$\begin{cases} c = 32 \Rightarrow a = 31, b = 23 \\ c = -15 \Rightarrow a = -16, b = -24 \end{cases}$

- Ответ:
- $(-16, -24, -25)$
 - $(31, 23, 22)$
 - $(31, 23, 32)$
 - $(-16, -24, -15)$

~~$16 \cdot 10 \cdot 3 = 480$~~
 $480 = 48 \cdot 10 = 20 \cdot 24 =$
 $= 40 \cdot 12 = 2^5 \cdot 5 \cdot 3 =$
 $= 32 \cdot 15$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$\sqrt{x+5} = \sqrt{(x+3)(4-x)} + 5$~~

~~$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} + 5$~~

~~$\sqrt{x+5} = \sqrt{(x+3)(4-x)} + 5$~~
 $x = \frac{1}{2}$
 $\sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$
 $\sqrt{\frac{7}{2}} - \sqrt{\frac{7}{2}} + 5 = 5$
 $\frac{25}{4}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$, $a, b > 0$
 $\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = \sqrt{ab} + \sqrt{ab}$
 $\sqrt{a}(1 - \sqrt{b}) + 5 = \sqrt{b}(\sqrt{a} - 1)$

$\sqrt{x+3} - \sqrt{4-x} = 2\sqrt{(x+3)(4-x)} - 5$

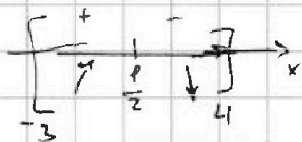
$-3 \leq x \leq 4$

$\sqrt{x+3}$ - ∞ сур. возраст, на $x \in (-3; 4)$

$-\sqrt{4-x}$ - сур. возр. на $x \in (-3; 4)$

$x_B = -\frac{1}{2(-1)} = \frac{1}{2}$; $y_B = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 12 = \sqrt{12 + \frac{1}{4}} \approx 3,4$

$(2\sqrt{-x^2+x+12})' = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{-x^2+x+12}} \cdot (-2x+1) = \frac{-2x+1}{\sqrt{-x^2+x+12}}$



~~$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab}$~~

$\sqrt{a} + 5 = \sqrt{b} + 2\sqrt{ab}$

$a + 10\sqrt{a} + 25 = b + 4ab + 4b\sqrt{a}$

$\frac{\sqrt{x+3}(1 - \sqrt{4-x})}{2(1-\sqrt{3})} + 5 = \frac{\sqrt{4-x}(\sqrt{x+3}-1)}{\sqrt{3}}$
 $7 = 3\sqrt{3}$



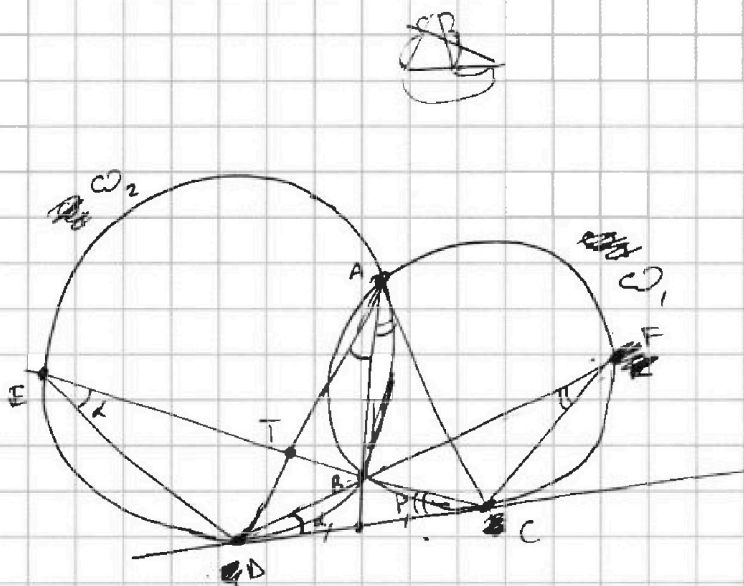


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{CT}{TE} = \frac{3}{10}$$

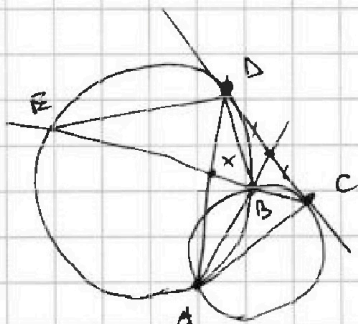
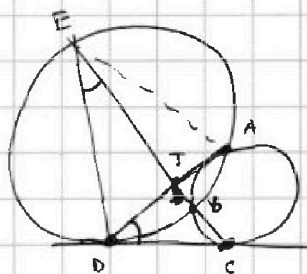
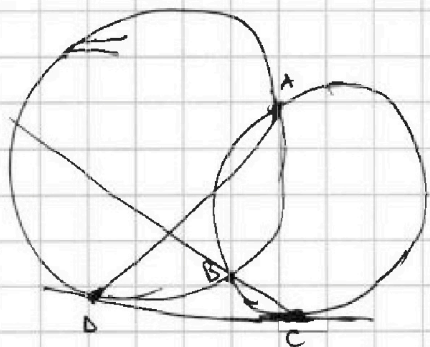
$$\frac{ED}{CD} = ?$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{BD}{BC} = \frac{DC}{CF}$$

$$BC \cdot EC = CD^2$$

$$\frac{DC}{EC} = \frac{BC}{DC}$$

$$\frac{BD}{9 \sin \beta} = \frac{BC}{\sin \alpha} \Leftrightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$$



$$\frac{CT}{TE} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{ED}{DC} = \frac{BD}{BC} = \frac{DC}{CF}$$

$$BC \cdot EC = CD^2$$

$$\frac{DC}{EC} = \frac{BC}{DC}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

126) $(a, b, c) \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} a > b \\ a - b \neq \frac{0}{3} \\ (a - c)(b - c) = p^2 \quad (3) \\ a + b^2 = 560 \end{cases}$$

$$560 = a + b^2 > b + b^2$$

~~$$b^2 + b - 560 < 0$$~~

$$b = 24 \Rightarrow b^2 = 576$$

$$b = 23 \Rightarrow b^2 = 529$$

$$\frac{529}{23} = 23 \quad \text{Ⓢ}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ 23 \\ \hline 68 \\ 45 \\ \hline 529 \end{array}$$

$$b = -24 \Rightarrow 576 - 24 - 560 < 0 \quad \text{Ⓢ}$$

$$b^2 + b = 625 - 25 - 560 > 0 \quad \text{Ⓢ}$$

$$\Rightarrow b \in [-24, 23]$$

~~Целень~~ Целень $p = 3$

$$\Rightarrow (a - c)(b - c) = 3^2 \quad (3)$$

~~$$\begin{cases} a = 3 + c \\ b = 3 + c \end{cases}, c \in [0, 23]$$~~

$$a - b \neq \frac{0}{3} \Rightarrow (a - c) - (b - c) \neq \frac{0}{3} \Rightarrow (a - c) \neq (b - c)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - c = 3 \\ b - c = 9 \end{cases} \quad \text{— неважно невозможны.}$$

$$\Rightarrow 1) \begin{cases} a - c = 1 \\ b - c = 9 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a &= 1 + c \\ b &= 9 + c \end{aligned}$$

$$a + b^2 = 560$$

$$1 + c + 81 + 18c + c^2 = 560$$

$$c^2 + 19c - 478 = 0$$

$$D = 361 + 4 \cdot 478 = 361 + 1912 =$$

$$= 2273$$

$$\Rightarrow \sqrt{2273}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ -82 \\ \hline 478 \\ 1912 \\ \hline 361 \\ \hline 2273 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

