



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколько способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).

6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:

- $a < b$,
- число $b - a$ не кратно 3,
- число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
- выполняется равенство $a^2 + b = 710$.

7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, b_9 = b_7 \cdot q^2 = x+3, b_{15} = b_7 \cdot q^8 = \\ = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}, \text{ где } b_i - i\text{-ый член прогрессии,}$$

0 - знаменатель прогрессии

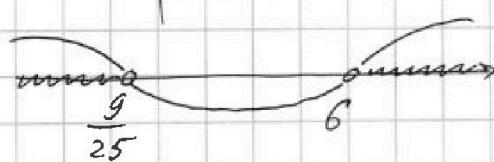
Заметим, что $b_7 \neq 0, b_9 \neq 0, b_{15} \neq 0$, м.к.

иначе $b_7 = b_9 = b_{15} = 0$, м.е. $\begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{25} \end{cases}$

$$q^8 = \frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

1) Чтобы подкоренное выражение b_7 и b_{15}

было ~~равно~~ больше 0:



$$\begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x > 6 \end{cases}$$

2) Заметим, что $b_7 > 0, b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow b_9 > 0,$
 $\begin{matrix} > 0 \\ > 0 \end{matrix}$

м.е. $x > -3$

Из 1) и 2): $\begin{cases} -3 < x < \frac{9}{25} & (\text{случай 1}) \\ x > 6 & (\text{случай 2}) \end{cases}$

График случаев

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Случай 1: } -3 < x < \frac{9}{25} \Rightarrow x - 6 < 0$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{6-x} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{6-x}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow x + 3 = \sqrt{(25x - 9)(x - 6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{6-x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 3 = \sqrt{9 - 25x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 9 - 25x \Rightarrow \\ x + 3 > 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x^2 + 31x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-3; \frac{9}{25}) \Rightarrow \text{подходит} \\ x = -31 < -3 \Rightarrow \text{не подходит} \end{cases}$$

$$\text{Случай 2: } x > 6$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{x-6} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow x + 3 = \sqrt{(25x - 9)(x - 6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + 3 = \sqrt{25x - 9} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 25x - 9 \Rightarrow \\ x + 3 > 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x^2 - 19x + 18 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-18) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 < 6 \Rightarrow \text{не подходит} \\ x = 18 > 6 \Rightarrow \text{подходит} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \{0; 18\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5}^2 - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ 1|y+4| + 9|y-5| = \sqrt{81-2^2} \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение системы
Рядом случаев:

1) $y \geq 5$

$$\underbrace{5y + 16}_{\geq 51} = \underbrace{\sqrt{81-2^2}}_{\leq 9, \text{ m.k. } 2^2 \geq 0} \Rightarrow \text{такое возможно}$$

но, только если $y=5, z=0$

2) $-4 \leq y < 5$

$$\underbrace{-3y + 24}_{> 9} = \underbrace{\sqrt{81-2^2}}_{\leq 9} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

3) $y < -4$

$$\underbrace{-5y + 16}_{> 36} = \underbrace{\sqrt{81-2^2}}_{\leq 9} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Значит, исходная система равносильна

$$\begin{cases} \sqrt{x+5}^2 - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)} \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5 + 1 - x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4 \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{(1-x)(x+5)} = 10 \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5 + 1 - x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4(1-x)(x+5) + 16 - \\ 16 \\ -8\sqrt{(1-x)(x+5)} \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$

Пусть $t = \sqrt{(1-x)(x+5)}$, тогда 1-ое ур-ние
системы равносильно
 $4t^2 - 4t + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2,5 \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:

$$1) \sqrt{(1-x)(x+5)} = 1 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases} \quad 2\sqrt{2} < 3 \Rightarrow \text{оба корня } \in [-5, 1]$$

$$2) \sqrt{(1-x)(x+5)} = 2,5 \Leftrightarrow -x^2 - 4x - 1,25 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1,25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \text{ хороший} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \text{ плохой} \end{cases}$$

$$\sqrt{11} < 4 \Rightarrow \text{оба корня } \in [-5, 1]$$

Ответ: $y = 5, z = 0, \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \\ x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(\cos 3x + \cos x) + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$2p(\cos 2x \cdot \cos x + \cos x) + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$2p \cos x (\cos 2x + 1) = 12 \cos^2 x + 4 - 12 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x + 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1 + \sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x)(\cos^2 x - 2 \cos x + 1 - \sqrt[3]{p-1} \cos x - 1) \cdot (\sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x) + (\sqrt[3]{p-1})^2 \cdot \cos^2 x = 0$$

Используем $f(x) = x^3$, а $t = \cos x$ ($\Rightarrow t \in [-1; 1]$) \Rightarrow

$$\Rightarrow f(t-1) = f(\sqrt[3]{1-p} \cdot t); f \text{ монотонно}$$

возрастает по $x \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t-1 = \sqrt[3]{1-p} \cdot t \Rightarrow t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

При $p=0$ равенство ~~нельзя~~ не выполняется

так как $\Rightarrow p \neq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}$. Решений нет

при $\left[\frac{1 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < -1 \right]$ случаи 1

$\left[\frac{1 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 1 \right]$ случаи 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

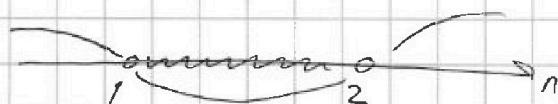
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение:
случай 1:

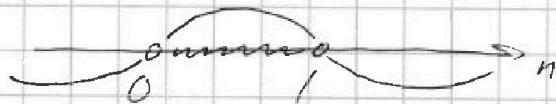
$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < -1 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ \sqrt[3]{1-p} < 2 \end{array} \right. \\ n = \sqrt[3]{1-p}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} p < 0 \\ p > -7 \end{cases}$$

случай 2:

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ \sqrt[3]{1-p} > 0 \end{array} \right. \\ n = \sqrt[3]{1-p}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} p > 0 \\ p < 1 \end{cases}$$

следовательно, решения нет при решении

решения есть при $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$,
 $\cos x = \pm \arccos \left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} \right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

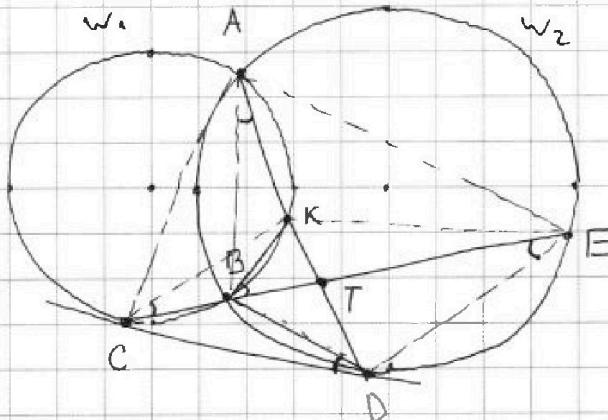


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$TA \cdot TK = TC \cdot TB \quad (\text{степень точки } T \text{ относ. } w_1) \quad \Rightarrow$$

$$TB \cdot TE = TA \cdot TD \quad (\text{степень точки } T \text{ относ. } w_2) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{TK}{TD} = \frac{TC}{TE} = \frac{2}{5} \Rightarrow \triangle BKT \sim \triangle DTE \Rightarrow \frac{BK}{DE} = \frac{2}{5}$$

$$\triangle BKT \sim \triangle BAT \Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{TK}{BT} = \frac{BF}{AB}$$

$\angle BDC = \angle CED$ (угол между кас. и ее радии и углы, опир. на одну кас. и стяг. ее радией) \Rightarrow

$\Rightarrow \angle CDB = \angle TAB (= \angle BED \text{ m.r. вписан. четырехск.-угольник}) = \angle KCT (\angle AKB \text{ вписанной}) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \triangle CKT \sim \triangle ABT \Rightarrow \frac{BT}{KT} = \frac{AB}{CK} \Rightarrow BT = CK$$

$\angle KCB = \angle KBT \Rightarrow m.\angle B \text{ внн. с } m.\angle C \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD \sim BD, \frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

М.к. стороны прямоугольников имеют чётную длину, никакие клемки не лежат на никаких симметриях

1) Найдём кол-во ли-в таких, обладающих симметрией относительно центра:

Базисной клемке в прямоугольнике симметрична относительно центра ровно одна другая

клемка \Rightarrow выбрав 4 клемки, другие задаются однозначно для центральной симметрии \Rightarrow

\Rightarrow всего вариантов ~~100·400·(100·900-2)~~.

~~$(100·400) \cdot (100 \cdot 400 - 2) \cdot (100 \cdot 400 - 4)$~~

$(100 \cdot 400) \cdot (100 \cdot 400 - 2) \cdot (100 \cdot 400 - 4) \cdot (100 \cdot 400 - 6)$

4! \cdot ~~2~~ 2^4

\nearrow м.к. задача подсчитывает на сим. ей даёт том же
выбираем 4 клемки друг другу клемки ~~одинак~~

2) Сим. отн. средней линии при стороне $\boxed{100}$. Выбираем 4 клемки в "верхней" половине прямоугольника, и оставшиеся задаются однозначно \Rightarrow вариантов $(50 \cdot 400) \cdot (50 \cdot 400 - 1) \cdot (50 \cdot 400 - 2) \cdot (50 \cdot 400 - 3)$

3) Сим. отн. средней линии при стороне 400. Выбираем 4 клемки в "левой" половине



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

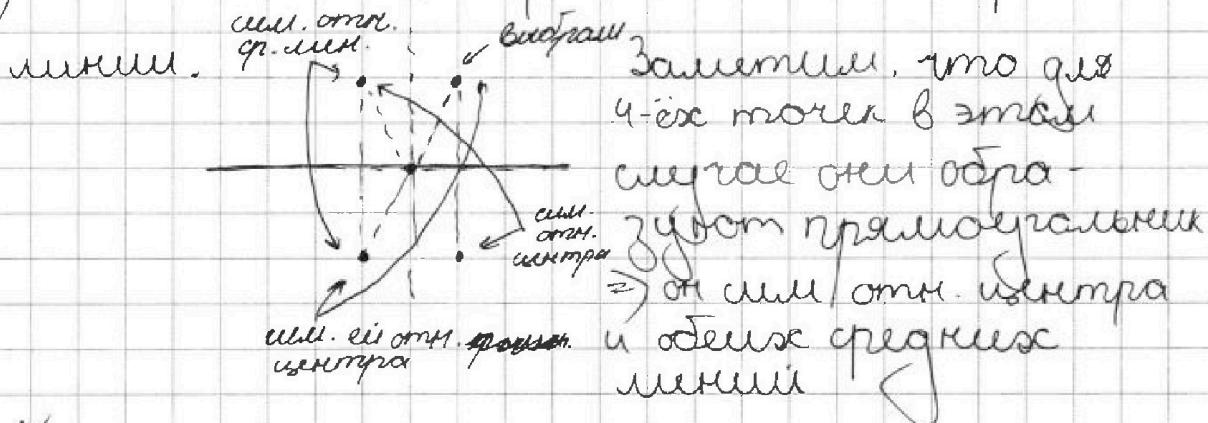
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

прямоугольника, ч. оставшиеся задаются однозначно \Rightarrow вариантов $\frac{(100 \cdot 200) \cdot (100 \cdot 200 - 1) \cdot (100 \cdot 200 - 2)}{4!} = \frac{100 \cdot 200 \cdot 3}{3!}$

Ч) И сим. отн. центра, и сим. отн. угл.



Такой прямоугольник однозначно задается точкой в одной из четвертей ~~угла~~ исходного прямоугольника \Rightarrow вариантов $\frac{(50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)}{2}$ число способов

выбрать два ря прямоугольника, т.е.

8 точек. Этот случай учтён по одному разу в качестве излишней 1-3, т.е.
 $\binom{8}{2}$ (число пар)

всего вариантов

$$\frac{40000 \cdot (40000 - 1) \cdot (40000 - 2) \cdot (40000 - 3) \cdot (40000 - 4) \cdot (40000 - 5) \cdot (40000 - 6)}{4! \cdot 2^4} + 2 \cdot \frac{20000 \cdot (20000 - 1) \cdot (20000 - 2) \cdot (20000 - 3)}{4!}$$

$$- 2 \cdot \frac{10000 \cdot (10000 - 1)}{2} / \in \text{ответ}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое

число, то либо $\begin{cases} a-c=p \\ b-c=p \end{cases}$, либо $\begin{cases} a-c=1, b-c=p^2, a \text{ и } b \text{ не } \\ b-c=1, a-c=p^2 \end{cases}$

$a < b$, то возможен только случай

$$c = a-1, b-c = p^2$$

$$b-a = p^2 - 1 \not\equiv 3$$

~~$a^2 + b^2 = a^2 + b^2 \geq 2ab \Rightarrow ab \leq 26, a \neq 27$~~

$$a^2 + b^2 = a^2 + p^2 + a-1 = 410$$

~~$a^2 \geq |a|$, т.к. a целое $\Rightarrow a^2 + p^2 \geq a^2 + p^2 - 1$,~~

$$\text{т.к. } p^2 - 1 \leq 410 \Rightarrow p \leq 26$$

~~$p^2 - 1 \not\equiv 3$~~ квадрат числа при делении на 3 может давать остаток 0, либо 1 $\Rightarrow (p^2 - 1) \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \not\equiv 3$
 $\Rightarrow p = 3$

$$b-a = 8$$

$$a^2 + a + 8 = 410$$

$$a^2 + a - 402 = 0$$

$$D = 2809 - 53^2 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ a = -24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -24 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases}$$

← ответ: $a = 26, b = 34, c = 25$ или
 $a = -24, b = -19, c = -28$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



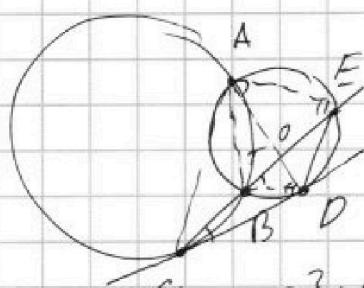
- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \quad 407 \cdot 4 = \\ |y+4| + |y-5| = \sqrt{81-2^2} \quad 26 \quad 25 \quad 2809 \times 53 \\ y^2 + 8y + 16 + 4y^2 - 40y + 100 = 2809 + 265 \\ 5y^2 - 32y + 116 + 8|y-5||y+4| = 81 - 2^2$$

$$5y^2 - 32y + 116 + 8|y-5||y+4| = 81 - 2^2$$



$$\frac{77}{24} \text{ CT.CE}$$

$$\frac{189}{54} CD^2 = CE \cdot CB$$

$$\frac{625}{625} \frac{AO}{OD} = \frac{AO}{CO} =$$

$$\frac{5x}{2}$$

$$CE = 7x$$



$$a^2 + a + 1 = 400D \quad D = 1$$

$$a^2 + a - 409 = 0 \quad 409 \quad 4 \cdot 409$$

$$2800$$

$$2836$$

$$2831$$

$$CD^2 = CE \cdot CB$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$P^2 \cdot 1 \quad 26$$

$$P \cdot P \quad 26$$

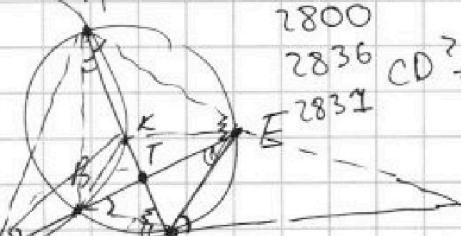
$$a-c^2 b-c \quad 156$$

$$a-c=1 \quad 62$$

$$b-c=P \quad 76$$

$$a-c=1 \quad P=1/3$$

$$b-c=P$$



$$\frac{DE}{AD}$$

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DT}{BT}$$

$$\frac{BD}{BE} = \frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DT}{BT}$$

$$15$$

$$TB \cdot BC = TK \cdot TA$$

$$TK \cdot TB \cdot TE = TD \cdot TA$$

$$\frac{TD}{TK} = \frac{TE}{TC} = \frac{4+6+4+1}{5} = \frac{15}{5}$$

$$16 - 4 \cdot 1,25$$

$$2(4 + \frac{4 \cdot 3}{2}) +$$



$$2+16+12 = 30$$

$$12$$

$$1+4 \cdot 4 + \frac{4 \cdot 3}{2} + 4 \cdot 4 \cdot 16 \cdot 14 \cdot 12 \cdot 10$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$15$$

$$CD^2 = DK \cdot AD$$

$$9(a-1) \geq_0 CD^2 = CB \cdot CE$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -5$$

$$4z + x \leq 1 \quad y = 4x - x^2 + 2 \geq 0$$

$$4z \leq 6 \quad z \leq 1,5 \quad y \geq 4x + x^2 - 2 = -(x-1)(x+5)$$

$$y \geq (x+2)^2 - 2 - 4$$

$$1,5 + y \geq (x+2)^2 - 4$$

$$y \geq (x+2)^2 - 6,5$$

$$1) y > 5$$

$$5y - 16 = \sqrt{81 - z^2} \leftarrow \text{максимум } 9 \\ z \geq 25$$

$$2) -4 < y \leq 5$$

$$-4y + 20 = \sqrt{81 - z^2} \\ 24 - 3y = \sqrt{81 - z^2}$$

24 - 3y максимум 9

$$(x+2)(x+5)$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$(x+1)(x+10)$$

$$(1-x)$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 1$$

$$-x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 16 = 32$$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad b_9 \cdot b_7 q^2 = x+3 \quad b_{15} = b_7 q^8 =$$

$$= \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \quad q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}}$$

* Все полож. $x > 6$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$q^8 = \frac{1}{x-6} \times$$



$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} = \sqrt{25x-9} \cdot h \cdot l = e \sqrt{h^2 + l^2}$$

$$x^2 + 86x + 9 = 25x - 9 \quad h^2 + l^2 = x^2 \quad x^2 - \frac{4\sqrt{3}}{5} x - 9$$

$$x^2 - 19x - 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$

$$h \cdot l = 3 \quad h_1 \cdot l = 3$$

$$h_2 \cdot l = 2$$

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} \quad \frac{9}{c^2+4^2} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2^2} \quad 4 \leq z \leq 9$$

$$x > -5 \quad x+4z < 1 \quad y+2-4+(x-2)^2$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab} \quad x - x^2 - 4z < 15 - 5x - 26z$$

$$x \cdot c \cdot \frac{h}{x}$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} + \sqrt{1-x-4z}$$

~~$$x \geq -5$$~~

$$x+4z \leq 1$$

~~$$-15-4z \leq 1 \quad 4z \leq 6 \Rightarrow z \leq 1,5$$~~

$$4z \leq 6$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + p \cos x + (2p+12) \cos x = (6 - \cos^2 x)(4 - \cos x)(4 + \cos x)$$

$$p \cos 2x \cos x + (2p+12) \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2p \cdot \cos x \cdot \cos 2x + (2p+12) \cdot \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

~~$$2p \cos x - 4p \cos^3 x + 2p \cos x + 12 \cos x = 18 \cos x$$~~

знач

$$2p \cos x (\cos^2 2x + 1) + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 12 \cos^2 x + 4$$

$$p \cos^3 x + 12 \cos x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1 + \sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x)(\cos^2 x - 2 \cos x + 1 + \sqrt[3]{p-1} \cos x (\cos x - 1) + (\sqrt[3]{p-1})^2 \cdot \cos^2 x) = 0$$

$$f(x) = f(y) \quad \cos x = t$$

$$(t-1)^3 = (1-p) \cdot t^3 \quad f(x) = x^3 \uparrow \text{no } x$$

знач

$$\frac{1-p < 8}{p >}$$

$$1 - \sqrt[3]{1-p} < -1$$

$$f(t-1) = f(\sqrt[3]{1-p} \cdot t)$$

$$t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

$$1-p > 0 \Rightarrow p < 1$$

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

$$9 -$$