



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [3 балла] Найдите все действительные значения x , при каждом из которых существует геометрическая прогрессия, состоящая из действительных чисел и такая, что её седьмой член равен $\sqrt{(25x - 9)(x - 6)}$, девятый член равен $x + 3$, а пятнадцатый член равен $\sqrt{\frac{25x - 9}{(x - 6)^3}}$.

2. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z}, \\ |y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-z^2}. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все значения параметра p , при которых уравнение

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

имеет хотя бы одно решение. Решите это уравнение при всех таких p .

4. [5 баллов] Две окружности ω_1 и ω_2 пересекаются в точках A и B , а их общая касательная имеет с ω_1 и ω_2 общие точки C и D соответственно, причём точка B расположена ближе к прямой CD , чем точка A . Луч CB пересекает ω_2 в точках B и E . Найдите отношение $ED : CD$, если диагональ AD четырёхугольника $ACDE$ делит отрезок CE в отношении $2 : 5$, считая от вершины C .
5. [4 балла] Дан клетчатый прямоугольник 100×400 . Сколькими способами можно закрасить 8 клеток этого прямоугольника так, чтобы закрашенное множество обладало хотя бы одной из следующих симметрий: относительно центра прямоугольника, относительно любой из двух "средних линий" прямоугольника ("средней линией" прямоугольника назовём отрезок, соединяющий середины двух его противоположных сторон). Ответ дайте в виде выражения, содержащего не более трёх членов (в них могут входить факториалы, биномиальные коэффициенты).
6. [4 балла] Найдите все тройки целых чисел $(a; b; c)$ такие, что:
- $a < b$,
 - число $b - a$ не кратно 3,
 - число $(a - c)(b - c)$ является квадратом некоторого простого числа,
 - выполняется равенство $a^2 + b = 710$.
7. [6 баллов] В основании призмы лежит равносторонний треугольник площади 1. Площади её боковых граней равны 3, 3 и 2. Найдите объём призмы.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}, b_9 = b_7 \cdot q^2 = x+3, b_{15} = b_7 \cdot q^8 = \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}}, \text{ где } b_i - i\text{-ый член прогрессии,}$$

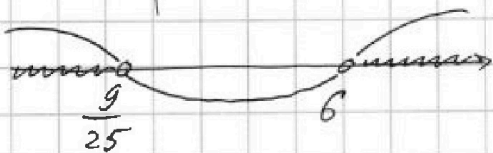
q - знаменатель прогрессии

Заметим, что $b_7 \neq 0, b_9 \neq 0, b_{15} \neq 0$, т.к.

иначе $b_7 = b_9 = b_{15} = 0$, т.е. $\begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{9}{25} \end{cases} \quad \times$

$$q^8 = \frac{b_{15}}{b_7} = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} = \frac{1}{(x-6)^2}$$

1) Чтобы подкоренные выражения b_7 и b_{15} были ~~равны~~ больше 0:



$$\begin{cases} x < \frac{9}{25} \\ x > 6 \end{cases}$$

2) Заметим, что $b_7 > 0, b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow b_9 > 0$,
 $\begin{matrix} \nearrow > 0 & \nearrow > 0 \end{matrix}$

т.е. $x > -3$

Из 1) и 2): $\begin{cases} -3 < x < \frac{9}{25} & (\text{случай 1}) \\ x > 6 & (\text{случай 2}) \end{cases}$

Воздор случаев.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Случай 1: } -3 < x < \frac{9}{25} \Rightarrow x - 6 < 0$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{6-x} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{6-x}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{6-x}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+3 = \sqrt{9-25x} \quad \left. \begin{array}{l} x+3 > 0 \\ \Rightarrow x^2+6x+9 = 9-25x \Rightarrow \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x^2+31x=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \in (-3; \frac{9}{25}) \Rightarrow \text{подходит} \\ x=-31 < -3 \Rightarrow \text{не подходит} \end{array} \right.$$

$$\text{Случай 2: } x > 6$$

$$q^8 = \frac{1}{(x-6)^2} \Rightarrow q^4 = \frac{1}{x-6} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{\sqrt{x-6}}$$

$$b_9 = b_7 \cdot q^2 \Rightarrow x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-6}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+3 = \sqrt{25x-9} \quad \left. \begin{array}{l} x+3 > 0 \\ \Rightarrow x^2+6x+9 = 25x-9 \Rightarrow \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x^2-19x+18=0 \Rightarrow (x-1)(x-18)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 < 6 \Rightarrow \text{не подходит} \\ x=18 > 6 \Rightarrow \text{подходит} \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } \{0; 18\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ |y+4| + |y-5| = \sqrt{81-2z^2} \end{cases}$$

Рассмотрим второе ур-ние системы

Выбор случаев:

1) $y \geq 5$

$$\underbrace{5y - 16}_{\geq 9} = \underbrace{\sqrt{81-2z^2}}_{\leq 9, \text{ т.к. } z^2 \geq 0} \Rightarrow \text{такое возможно}$$

но, только если $y=5, z=0$

2) $-4 \leq y < 5$

$$\underbrace{-3y + 24}_{> 9} = \underbrace{\sqrt{81-2z^2}}_{\leq 9} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

3) $y < -4$

$$\underbrace{-5y + 16}_{> 36} = \underbrace{\sqrt{81-2z^2}}_{\leq 9} \Rightarrow \text{нет реш.}$$

Значит, исходная система равносильна

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \\ y=5 \\ z=0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{-x^2 - 4x + 5} \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+5} - \sqrt{1-x} + 4 = 2\sqrt{(1-x)(x+5)} \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)} - 4 \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4\sqrt{(1-x)(x+5)} = 10 \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+5 + 1-x - 2\sqrt{(1-x)(x+5)} = 4\sqrt{(1-x)(x+5)} + 16 - \\ - 16\sqrt{(1-x)(x+5)} \\ -5 \leq x \leq 1 \\ y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$$

Пусть $t = \sqrt{(1-x)(x+5)}$, тогда 1-ое ур-ние

системы равносильно

$$4t^2 - 14t + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2,5 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Разбор случаев:

$$1) \sqrt{(1-x)(x+5)} = 1 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \end{cases} \leftarrow 2\sqrt{2} < 3 \Rightarrow \text{оба корня} \in [-5; 1]$$

$$2) \sqrt{(1-x)(x+5)} = 2,5 \Leftrightarrow -x^2 - 4x - 1,25 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 1,25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \text{ не подходит} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \text{ не подходит} \end{cases}$$

$$\sqrt{11} < 4 \Rightarrow \text{оба корня} \in [-5; 1]$$

Ответ: $y = 5, z = 0,$

$$\begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{2} \\ x = -2 - 2\sqrt{2} \\ x = \frac{-4 + \sqrt{11}}{2} \\ x = \frac{-4 - \sqrt{11}}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p(\cos 3x + \cos x) + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$2p(\cos 2x \cdot \cos x + \cos x) + 12 \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$2p \cos x (\cos 2x + 1) = 12 \cos^2 x + 4 - 12 \cos x$$

$$4p \cos^3 x - 12 \cos^2 x + 12 \cos x - 4 = 0$$

$$p \cos^3 x - 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1 + \sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x)(\cos^2 x - 2 \cos x + 1 - \sqrt[3]{p-1} \cos x - 1) \cdot (\sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x) + (\sqrt[3]{p-1})^2 \cdot \cos^2 x = 0$$

Пусть $f(x) = x^3$, а $t = \cos x$ ($\Rightarrow t \in [-1, 1]$) \Rightarrow

$\Rightarrow f(t-1) = f(\sqrt[3]{1-p} \cdot t)$; f монотонно

возрастает по $x \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t-1 = \sqrt[3]{1-p} \cdot t \Rightarrow t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

При $p=0$ равенство ~~не выполняется~~ не выпол-

нено $\Rightarrow p \neq 0 \Rightarrow t = \frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}$. Решений нет

при $\begin{cases} \frac{1 - \sqrt[3]{1-p}}{1} < -1 & \text{случай 1} \\ p=0 & \\ \frac{1 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 1 & \text{случай 2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

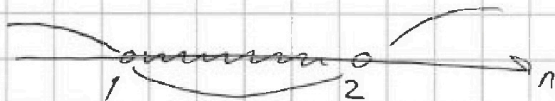
Разбор случаев:

Случай 1:

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < -1 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < 0$$

$$n = \sqrt[3]{1-p}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} > 1 \\ \sqrt[3]{1-p} < 2 \end{cases}$$



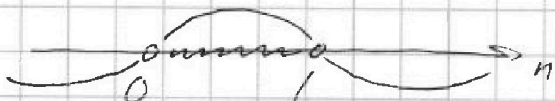
$$\Rightarrow \begin{cases} p < 0 \\ p > -7 \end{cases}$$

Случай 2:

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt[3]{1-p}}{1 - \sqrt[3]{1-p}} > 0$$

$$n = \sqrt[3]{1-p}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{1-p} < 1 \\ \sqrt[3]{1-p} > 0 \end{cases}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} p < 0 \\ p < 1 \end{cases}$$

следовательно, решений нет при $p \in (-7, 1)$

Ответ: решения есть при $p \in (-\infty, -7] \cup [1, +\infty)$;
~~тогда~~ $x = \pm \arccos\left(\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

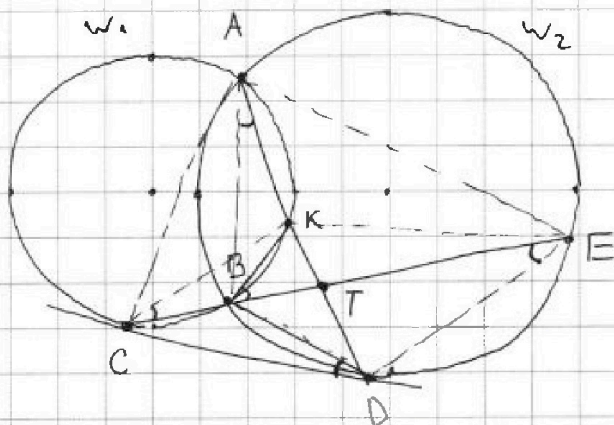


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$TA \cdot TK = TC \cdot TB \quad (\text{степень точки } T \text{ отн. } w_1)$$

$$TB \cdot TE = TA \cdot TD \quad (\text{степень точки } T \text{ отн. } w_2)$$

$$\Rightarrow \frac{TK}{TD} = \frac{TE}{TE} = \frac{2}{5} \Rightarrow \Delta BKT \sim \Delta DTE \Rightarrow \frac{BK}{DE} = \frac{2}{5}$$

$$\Delta BKT \sim \Delta BAT \Rightarrow \frac{BK}{AB} = \frac{TK}{BT} = \frac{BT}{AB}$$

$\angle BDC = \angle CED$ (углы между кас и хордой и углами, опир. на дугу, стяг. хордой) \Rightarrow

$\Rightarrow \angle CDB = \angle TAB$ (= $\angle BED$ т.к. вписан. четырехугольник) = $\angle KCT$ (с ΔKCB вписанной) \Rightarrow

$$\Rightarrow \Delta CKT \sim \Delta ABT \Rightarrow \frac{BT}{KT} = \frac{AB}{CK} \Rightarrow BT = CK$$

$\angle KCB = \angle KBT \Rightarrow$ м. B совм. с м. $C \Rightarrow$

$$\Rightarrow CD = BD, \quad \frac{CT}{TE} = \frac{2}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

П.к. стороны прямоугольника имеют четную длину, никакие клетки не лежат на линиях симметрии

1) Найдем кол-во им-в точек, обладающих симметрией относительно центра:

Каждой клетке в прямоугольнике симметрична относительно центра ровно одна другая клетка \Rightarrow выберем 4 клетки, другие задаются однозначно для центральной симметрии \Rightarrow

\Rightarrow всего вариантов ~~$(100 \cdot 400 - 2)$~~

$$\frac{(100 \cdot 400 - 2) \cdot (100 \cdot 400 - 4) \cdot (100 \cdot 400 - 6)}{4! \cdot 2^4}$$

выбираем 4 несим. друг другу клетки \leftarrow т.к. записав любой клетке на сим. ей даст тот же случай

2) Сим. отн. средней линии при стороне 100. Выбираем 4 клетки в "верхней" половине прямоугольника, и оставшиеся задаются однозначно \Rightarrow вариантов $(50 \cdot 400) \cdot (50 \cdot 400 - 1) \cdot (50 \cdot 400 - 2) \cdot (50 \cdot 400 - 3)$

3) Сим. отн. ^{4!}средней линии при стороне 400. Выбираем 4 клетки в "левой" половине



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

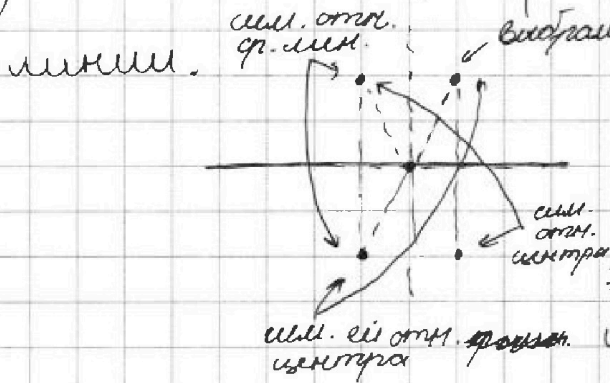
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

прямоугольника, 4 оставшиеся задаются однозначно \Rightarrow вариантов $\frac{(100 \cdot 200)(100 \cdot 200 - 1)(100 \cdot 200 - 2)}{4! \cdot (100 \cdot 200 - 3)}$

4) И сим. отн. центра, и сим. отн. ср. лин.



Заметим, что для 4-ех точек в этом случае они образуют прямоугольник \Rightarrow он сим. отн. центра и обеих средних линий

Такой прямоугольник однозначно задается точкой в одной из четвертей первого исходного (прямоугольника) \Rightarrow вариантов $\frac{(50 \cdot 200) \cdot (50 \cdot 200 - 1)}{2}$ — число способов

выбрать два m прямоугольника, т.е.

8 точек. Этот случай учитываем по одному разу в каждом из случаев 1-3, т.е. (т.е. 2-мишних раза)

всего вариантов

$$\frac{40000 \cdot (40000 - 2)(40000 - 4)(40000 - 6)}{4! \cdot 2^4} + 2 \cdot \frac{20000(20000 - 1) \cdot (20000 - 2)(20000 - 3)}{4!}$$

$$- 2 \frac{10000(10000 - 1)}{2} \text{ — ответ}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если $(a-c)(b-c) = p^2$, где p - простое число, то либо $\begin{cases} a-c = b-c = p \\ a-c = 1, b-c = p^2 \\ b-c = 1, a-c = p^2 \end{cases}$, а т.к.

$a < b$, то возможен только случай $c = a - 1, b - c = p^2$

$$b - a = p^2 - 1 \not\equiv 3$$

~~$$a^2 + b = a^2 + p^2 + a - 1 = 410$$~~

~~$$a^2 + b = a^2 + p^2 + a - 1 = 410$$~~

~~$a^2 \geq |a|$, т.к. a число $\Rightarrow a^2 + p^2 + a - 1 \geq p^2 - 1$,
т.е. $p^2 - 1 \leq 410 \Rightarrow p \leq 26$~~

~~$$p^2 - 1 \not\equiv 3$$~~

квадрат числа при делении на 3 может давать либо 0, либо 1 $\Rightarrow (p^2 - 1 \not\equiv 3 \Rightarrow p^2 \not\equiv 3) \Rightarrow p = 3$

$$b - a = 8$$

$$a^2 + a + 8 = 410$$

$$a^2 + a - 402 = 0$$

$$D = 2809 = 53^2 \Rightarrow a = \frac{-1 \pm 53}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ a = -24 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 26 \\ b = 34 \\ c = 25 \\ a = -24 \\ b = -19 \\ c = -28 \end{cases}$$

← ответ: $a = 26, b = 34, c = 25$ или $a = -24, b = -19, c = -28$

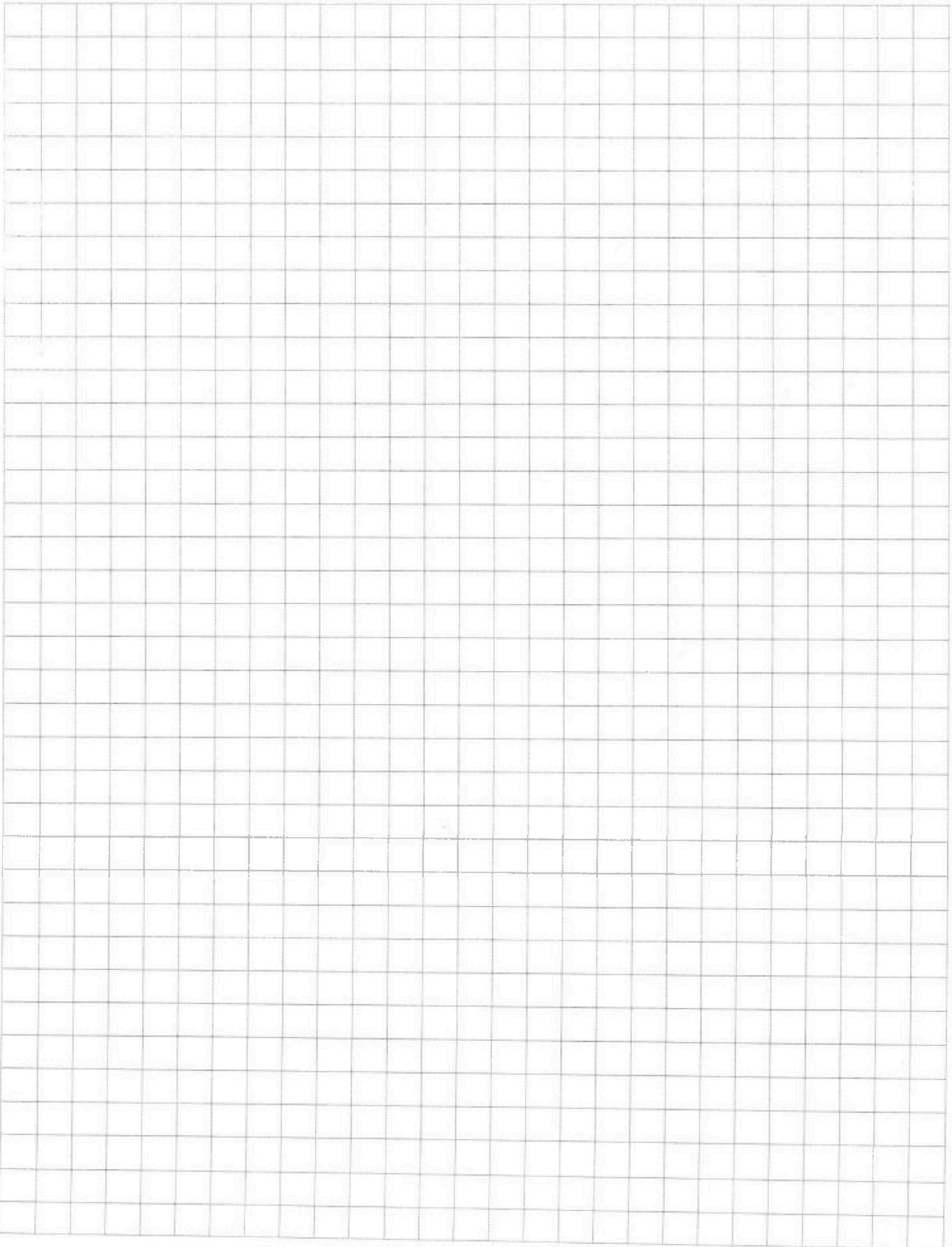


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

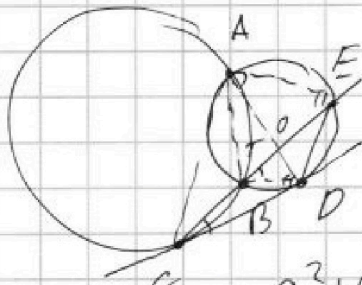
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+z} \quad 402 \cdot 4 = 1608$$

$$1y+41+4|y-51 = \sqrt{81-2^2} \quad 26 \quad 25 \quad 2809 \times \frac{53}{53}$$

$$y^2+8y+16+4y^2-40y+100 + 8|y-51|y+41 = 81-2^2$$

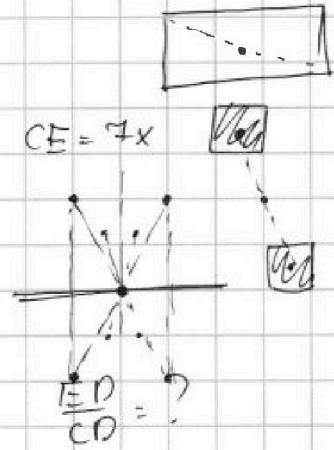
$$5y^2-32y+116+8|y-51|y+41 = 81-2^2$$



$$\frac{189}{54} CD^2 = \frac{AO}{CO} = \frac{5x}{2}$$

$$a^2+a+1=700D \quad D=1$$

$$a^2+a-709=0 \quad 409 \quad 4 \cdot 709$$



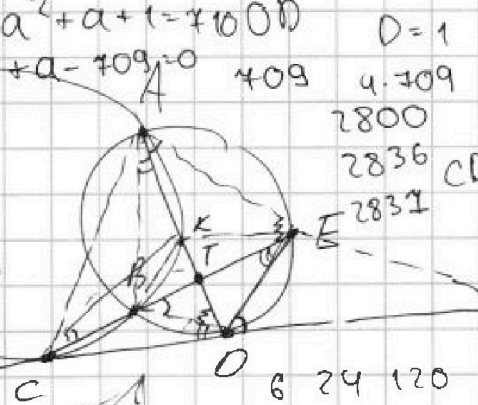
$$p^2 \cdot 1$$

$$p \cdot p$$

$$a-c = b-c$$

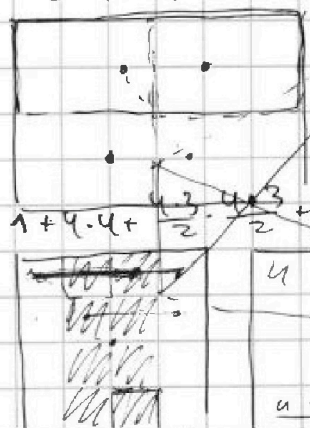
$$a-c = p$$

$$b-c = p$$



$$CD^2 = CE \cdot CB$$

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$



$$2+16+12 = 30$$

$$12$$

$$1+4+4 + \frac{3 \cdot 4 \cdot 3}{2} + 4 \cdot 4 + 16 \cdot 14 \cdot 12 \cdot 10$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$875$$

$$25-1$$

$$\frac{DE}{AB} = \frac{DT}{BT}$$

$$\frac{BD}{DE} = \frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CD}$$

$$TB \cdot TC = TK \cdot TA \quad 15$$

$$TD \cdot TB \cdot TE = TD \cdot TA$$

$$\frac{TD}{TK} = \frac{TE}{TC} = \frac{2}{5}$$

$$CD^2 = DK \cdot AD$$

$$9(a-1) \geq 0 \quad CD^2 = CB \cdot CE \quad 2 \left(4 + \frac{4 \cdot 3}{2} \right)$$

$$16 - 4 \cdot 125$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x \geq -5$$

$$4z + x \leq 1$$

$$y - 4x - x^2 + 2 \geq 0$$

$$4z \leq 6 \quad z \leq 1,5 \quad y \geq 4x + x^2 - 2 = (x-1)(x+5)$$

$$y \geq (x+2)^2 - 2 - 4$$

$$1,5 + y \geq (x+2)^2 - 4$$

$$y \geq (x+2)^2 - 6,5$$

1) $y > 5$

$$5y - 16 = \sqrt{81 - 2z^2} \leftarrow \text{максимум } y$$

$xy > 25$

2) $-4 < y \leq 5$

$$-4 \leq y \leq 5 \quad y + 4 + 20 - 4y = \sqrt{81 - 2z^2}$$

$$24 - 3y = \sqrt{81 - 2z^2}$$

$$24 - 3y \text{ максим. минимум } y$$

$$(x+1)(x+5)$$

$$2t^2 - 3t + 5 = 0$$

$$(x+1)(x+5)$$

$$(t-1)(4t-10)$$

$$(1-x)$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{32}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$-x^2 - 4x + 5 = 1$$

$$-x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$D = 16 + 16 = 32$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b_7 = \sqrt{(25x-9)(x-6)} \quad b_9 = b_7 \cdot q^2 = x+3 \quad b_{15} = b_7 \cdot q^8 =$$

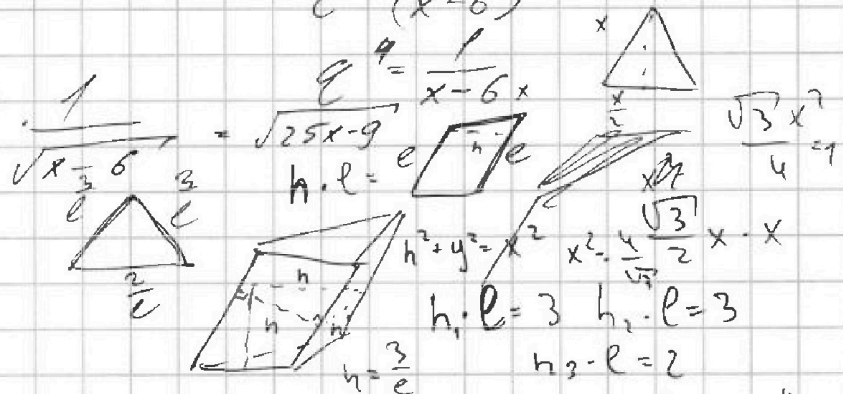
$$= \sqrt{\frac{25x-9}{(x-6)^3}} \quad q^8 = \sqrt{\frac{1}{(x-6)^4}} \quad \neq \text{все равно } x > 6$$

$$x+3 = \sqrt{(25x-9)(x-6)}$$

$$x^2 + 86x + 9 = 25x - 9$$

$$x^2 - 19x + 18 = 0$$

$$(x-1)(x-18) = 0$$



$$\sqrt{x+5} - \sqrt{1-x-4z} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2}$$

$$|y+4| + 4|y-5| = \sqrt{81-2z}$$

$$x > -5 \quad x+4z < 1 \quad y+2-4+(x-2)^2$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab} \quad x - x^2 - 4z + 5 - 5x - 20z$$

$$\sqrt{x+5} + 4 = 2\sqrt{y-4x-x^2+2} + \sqrt{1-x-4z}$$

$$x \geq -5$$

$$x+4z \leq 1$$

$$4z \leq 6 \Rightarrow z \leq \frac{3}{2} = 1,5$$

$$4z \leq 6$$

$$p \cos 3x + 3(p+4) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cos 3x + p \cos x + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$

$$p \cdot \cos 2x \cdot \cos x + (2p+12) \cos x = 6 \cos 2x + 10$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2p \cdot \cos x \cdot \cos^2 x + (2p+12) \cdot \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$\cancel{2p \cos x} - \cancel{4p \cos^3 x} + \cancel{2p \cos x} + 12 \cos x = \cancel{12 \cos^2 x} + 10$$

2116

$$2p \cos x (\cos^2 x + 1) + 12 \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$4p \cos^3 x + 12 \cos x = 6 \cos^2 x + 10$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos x = 3 \cos^2 x + 1$$

$$\cos x (p \cos^2 x + 3) = 3 \cos^2 x + 1$$

$$p \cos^3 x + 3 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$$

$$(\cos x - 1)^3 + (p-1) \cos^3 x = 0$$

$$(\cos x - 1 + \sqrt[3]{p-1} \cdot \cos x) (\cos^2 x - 2 \cos x + 1 + \sqrt[3]{p-1} \cos x (\cos x - 1) + (\sqrt[3]{p-1})^2 \cdot \cos^2 x) = 0$$

$$f(x) = f(y) \quad \cos x = t$$

$$(t-1)^3 = (1-p) \cdot t^3 \quad f(x) = x^3 \uparrow \text{no } x$$

~~2116~~

$$\begin{matrix} 1-p < 8 \\ p > \end{matrix}$$

$$\frac{1}{1 - \sqrt[3]{1-p}} < -1$$

$$f(t-1) = f(\sqrt[3]{1-p} \cdot t)$$

$$t(1 - \sqrt[3]{1-p}) = 1$$

$$1-p > 0 \Rightarrow p < 1$$

$$3 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

9.