

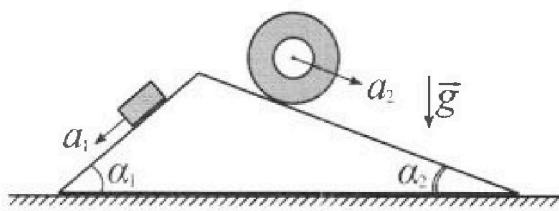


**Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024**  
**Вариант 11-01**



*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брускок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $4m$  с ускорением  $a_2 = 5g/24$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1 (\sin \alpha_1 = 3/5, \cos \alpha_1 = 4/5)$  и  $\alpha_2 (\sin \alpha_2 = 5/13, \cos \alpha_2 = 12/13)$ . Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

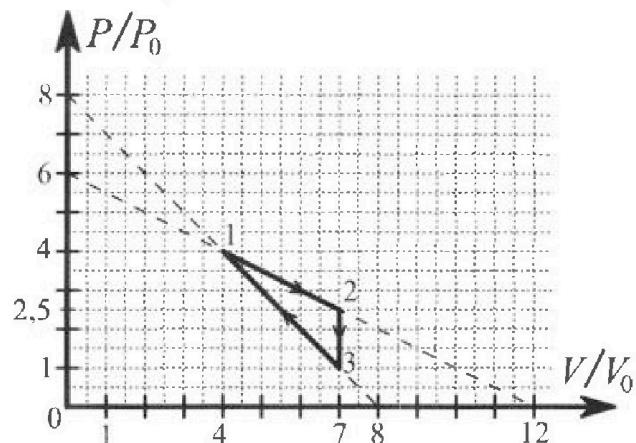


- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

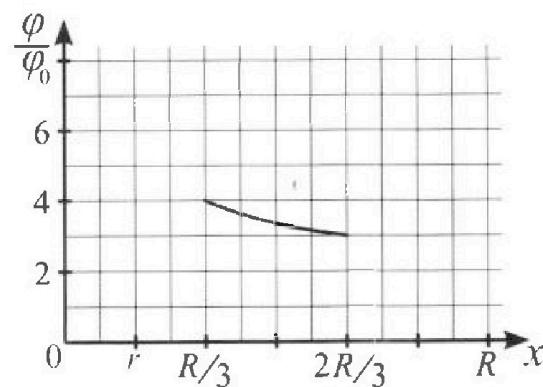
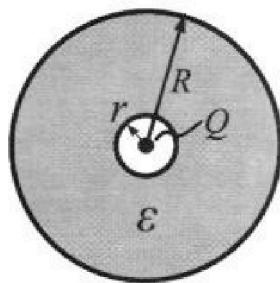
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\phi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\phi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = R/4$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .

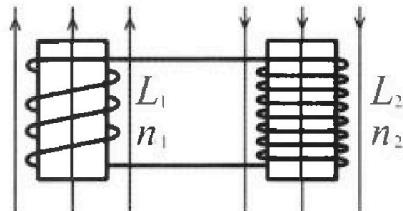


**Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024**

**Вариант 11-01**

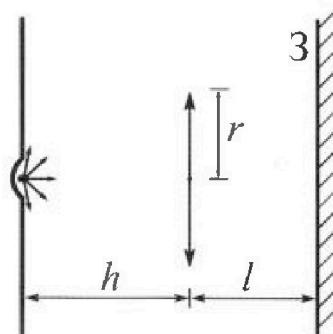
*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*

- 4.** Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 4L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 2n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/2$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $2B_0$  до  $2B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменились неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

- 5.** В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/2$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 3$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в  $[\text{см}^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

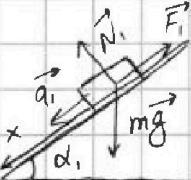
- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~1.

Дано:  $m, g; \alpha_1 = 5g/13, \alpha_2 = 5g/24, d_1: \sin d_1 = \frac{3}{5}, \cos d_1 = \frac{4}{5}$ ,  
 $d_2: \sin d_2 = \frac{5}{13}, \cos d_2 = \frac{12}{13}$

1) Рассмотрим отдельно часть клина с бруском.  
  
 На бруск действует только сила тяжести  $mg$  со стороны Земли и со стороны клина - сила нормальной реакции  $N_1$  и сила трения  $F_1$ .  
 Введён ось  $OX$ , сопротивленную поверхности бруска.

Запишем второй закон Ньютона:  $ma_1 = mg + N_1 + F_1$   
 Спроступируем на  $OX$ :  $ma_1 = mg \cdot \sin d_1 - F_1$

$$F_1 = mg \cdot \sin d_1 - ma_1 = mg \cdot \frac{3}{5} - mg \cdot \frac{5}{13} = mg \cdot \frac{14}{65}$$

2) Рассмотрим отдельно часть клина с цилиндром.



На цилиндр тоже действует только сила тяжести  $mg$  и сила со стороны бруска: нормальная реакция  $N_2$  и сила трения  $F_2$  (однако для цилиндра сила трения направлена вдоль склонов).

Запишем второй закон Ньютона:  $4ma_2 = 4mg + N_2 + F_2$   
 Введён ось  $OY$  - сопротивленную движению - спроступируем:  $4mg = 4mg \cdot \sin d_2 + F_2$   
 $F_2 = 4ma_2 - 4mg \cdot \sin d_2 = 4mg \cdot \frac{5}{24} - 4mg \cdot \frac{5}{13} = -\frac{55}{78}mg$   
 минус говорят о том что сила направлена в противоположную оси склону

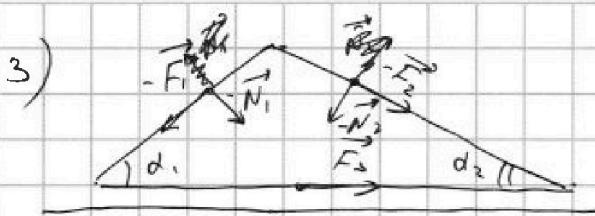
$$F_2 = \frac{55}{78}mg$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Сообразим на рисунке силы, действующие на квадратную горизонтальную составляющую (помимо них есть еще)

один нормальная реакция грунта и сила тяжести, действующая на квадрат (ЭТО сила, противодействующая силам, действующим на груз и узлы).  
модули  $F_1, F_2$  известны, модули  $N_1, N_2$  можно

найти из соображения того, что узлы и груз не имеют ускорения по нормали от поверхности иначе а узлы  $N_1, N_2$  уравнивались бы силами, действующими на них:  $N_1 = mg \cos d_1 = \frac{4}{5} mg$   
 $N_2 = mg \cos d_2 = \frac{12}{13} mg$

Введем горизонтальную ось  $OX$ , на которой - горизонтальное ускорение нет:  $0 = F_3 - F_1 \cos d_1 + N_1 \sin d_1 - N_2 \sin d_2 + F_2 \cos d_2$

$$F_3 = F_1 \cdot \frac{4}{5} + N_2 \cdot \frac{12}{13} - F_2 \cdot \frac{12}{13} - N_1 \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} mg + \frac{48}{13} \cdot \frac{5}{13} mg -$$

$$- \frac{55}{78} \cdot \frac{12}{13} mg = mg \left( \frac{\frac{14 \cdot 4 \cdot 13 + 48 \cdot 5 \cdot 25 - 55 \cdot 25 \cdot 25 - 4 \cdot 3 \cdot 165}{165 \cdot 25}}{=}$$

$$= \left( \frac{26 \cdot 25 - 100 \cdot 13}{165 \cdot 25} \right) mg = - \frac{2}{13} mg \quad (\text{не угадали направление}) \rightarrow F_3 = \frac{2}{13} mg$$

Ошибки: 1)  $F_1 = \frac{14}{65} mg$

2)  $F_2 = \frac{55}{78} mg$

3)  $F_3 = \frac{2}{13} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T(V) = \frac{6P_0V_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2}{DR} \rightarrow \text{чтобы найти максимум -}$$

продифференцируем по } V

$$\frac{dT}{dV} = \frac{6P_0 - V \cdot \frac{P_0}{V_0}}{DR} - \text{приводимо к максимуму равна } 0$$

$$\frac{6P_0 - V_{\max} \frac{P_0}{V_0}}{DR} = 0 \rightarrow V_{\max} = 6V_0 - \text{соответственно, } P_{\max} =$$

$$= P(V_{\max}) = 6P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} \cdot 6V_0 = 3P_0, \text{ а значит,}$$

$$T_{\max} = 6 \cdot 3T_0 = 18T_0$$

$$\frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{18T_0}{16T_0} = \frac{9}{8}$$

3) работа цикла  $A = 2,25P_0V_0$

площадь трапеции под графиком

на 1-2 шаг совершил работу  $A_{12} = \frac{1}{2}(4+2,5)\frac{P_0}{V_0}(7-4)V_0 = 9,75P_0V_0$ , это боковые энергии полученные на  $\Delta U_{12} = \frac{3}{2}DR(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}DR(17,5T_0 - 16T_0) = 2,25DRT_0 = 2,25V_0P_0$

соответственно, сумма подведенной теплосы  $Q_{12} =$

$$= 3,75P_0V_0 + 2,25P_0V_0 = 12P_0V_0$$

на 2-3работка не совершилась и шаг освобождения теплосы отсутствует

на 3-1работка шага  $A_{31} = -\frac{1}{2}(4+1)\frac{P_0}{V_0}(7-4)V_0 = -7,5P_0V_0$

$$\Delta U_{31} = \frac{3}{2}DR(T_1 - T_3) = \frac{3}{2}DR(16T_0 - 7T_0) = 13,5DRT_0 = 13,5P_0V_0$$

$Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31} = -7,5P_0V_0 + 13,5P_0V_0 = 6P_0V_0$  - теплосы подведенной;

$$\gamma = \frac{A}{Q}, \text{ где } Q - \text{суммарная подведенная}$$

теплосы, } = \frac{A}{Q\_{12} + Q\_{31}} = \frac{2,25P\_0V\_0}{12P\_0V\_0 + 6P\_0V\_0} = \frac{1}{8}

Отвс: 1)  $\frac{\Delta U_{12}}{A} = 7$

2)  $\frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{9}{8}$

3)  $\gamma = \frac{1}{8}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

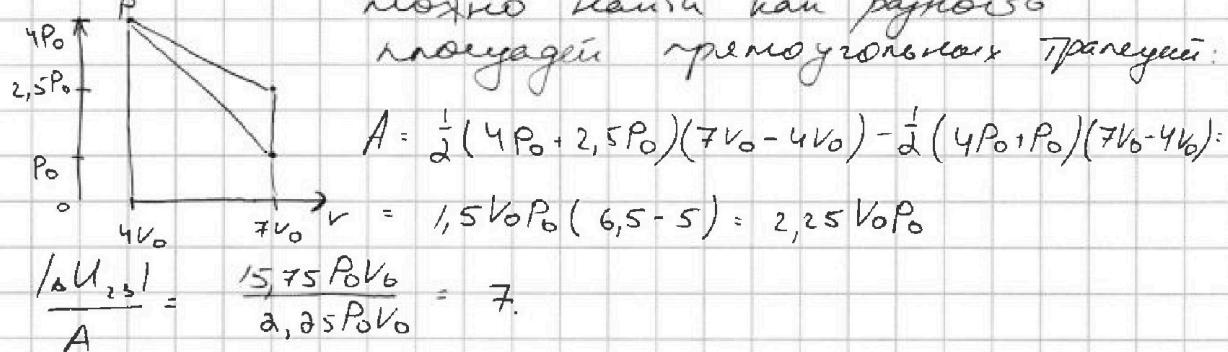
№2.

1) Составим график давления и объема газа в трех точках 1 -  $P_1 = 4P_0$ ,  $V_1 = 4V_0$ ; 2 -  $P_2 = 2,5P_0$ ,  $V_2 = 7V_0$ ; 3 -  $P_3 = P_0$ ,  $V_3 = 7V_0$ .

Введем температуру  $T_0$ :  $P_0V_0 = DRT_0$ , тогда  $\frac{T}{T_0}$  в точке равно  $\frac{P}{P_0} \cdot \frac{V}{V_0}$  - соответственно,  $T_2 = 7 \cdot 2,5 T_0 = 17,5 T_0$ ,  $T_3 = 7 \cdot 1 T_0 = 7 T_0$ .

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) = \frac{3}{2} \nu R (7 - 17,5) T_0 = 1,5 \cdot 10,5 \nu R T_0 = 15,75 \nu P_0 V_0$$

Работу же цикла А можно найти как площадь внутри цикла, которую в свою очередь можно найти как разность площадей трехугольных треугольников:



2) Температура в состоянии 1  $T_1 = 16T_0$ .

На 1-2 убывает давление от ~~направления~~ <sup>объема</sup>  $P(V)$ -линейной, а убывает предсказана как  $6P_0 - \alpha V$ , где  $\alpha$  - константа пропорциональности  $> 0$  (свободный член равен  $6P_0$ , так как прямая соположна градиенту проходящей через точку  $(6;0)$ ).

$$T(V) = \frac{P(V) \cdot V}{DR}$$
 из уравнения Менделеева-Клодюра:
$$= \frac{(6P_0 - \alpha V)V}{DR} = \frac{6P_0 V - \alpha V^2}{DR}$$

Найдем  $\alpha$ : соположно градиенту  $P(12V_0) = 0$

$$6P_0 - 12\alpha V_0 = 0 \rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_0}{V_0}$$



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) <sup>N3</sup>  
дано:  $r, R, Q, \epsilon$ .

$\varphi(r) = k \frac{Q}{r}$  как потенциал точечного заряда

Зависимость модуля напряжённости электрического поля в диэлектрике можно записать как  
от расстояния до заряда

$$E(x) = k \frac{Q}{x^2} \cdot \frac{1}{\epsilon}$$

$$\begin{aligned} \varphi(\frac{R}{3}) &= \varphi(r) - \Delta \varphi, \text{ где } \Delta \varphi = \int_r^{\frac{R}{3}} E(x) dx = \int_r^{\frac{R}{3}} k \frac{Q}{x^2} \cdot \frac{1}{\epsilon} dx : \\ &= k \frac{Q}{\epsilon} \int_r^{\frac{R}{3}} \frac{1}{x^2} dx = k \frac{Q}{\epsilon} \cdot \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_r^{\frac{R}{3}} = \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\frac{R}{3}} \right) \\ \varphi(\frac{R}{3}) &= \varphi(r) - \Delta \varphi = k \frac{Q}{r} - \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{\frac{R}{3}} \right) = kQ \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{R}{3}} - \frac{1}{r} \right) \end{aligned}$$

2) Согласно графику  $\varphi(\frac{R}{3}) = 4\varphi_0$ ,  $\varphi(\frac{2R}{3}) = 3\varphi_0$

$$\varphi(\frac{2R}{3}) - \varphi(\frac{R}{3}) = \int_{\frac{R}{3}}^{\frac{2R}{3}} E(x) dx = \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_{\frac{R}{3}}^{\frac{2R}{3}} =$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon} \cdot \frac{\frac{3}{2R}}{\frac{3}{2R}}, \text{ тогда } \frac{3}{2} \frac{kQ}{\epsilon R} = \varphi(\frac{2R}{3}) - \varphi(\frac{R}{3}) = 4\varphi_0 - 3\varphi_0 = \varphi_0$$

Далее любой точки на расстоянии  $x$  в

также  $x$  диэлектрика верно  $\varphi(x) = \varphi(r) -$

$$- k \int_r^x E(t) dt = \frac{kQ}{r} - \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right) = \frac{kQ(\epsilon-1)}{\epsilon r} + \frac{kQ}{\epsilon x}$$

$$\frac{\varphi(R/3)}{\varphi(2R/3)} = \frac{\frac{\epsilon-1}{r} + \frac{3}{R}}{\frac{\epsilon-1}{r} + \frac{3}{2R}}$$

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{6(\epsilon-1)}{r} + 3}{\frac{6(\epsilon-1)}{r} + 1,5} \rightarrow \frac{6(\epsilon-1) + 3}{6(\epsilon-1) + 1,5} = \frac{4}{3} \rightarrow \epsilon = 1,5$$

$$\frac{1}{3} = \frac{(\epsilon-1)6 + 3}{R} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{6\epsilon + 6 + 3}{6\epsilon + 6} \rightarrow \epsilon = 1,5$$

$$\rightarrow \frac{1}{3} = \frac{6\epsilon + 9}{6\epsilon + 6} \rightarrow 6\epsilon + 6 = 18\epsilon + 18 \rightarrow \epsilon = 1,5$$

$$\text{Отвс: 1) } \varphi(\frac{R}{3}) = kQ \left( \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{R}{3}} - \frac{1}{r} \right)$$

$$2) \epsilon = 1,5$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N<sup>4</sup>

Дано:  $h_1 = h$ ,  $h_2 = 4h$ ;  $n_1 = n$ ;  $n_2 = 2n$

1) В любой момент времени  $\dot{\varphi} = \frac{I}{J} h \rightarrow$

$$\rightarrow BS_n = Jh \rightarrow \frac{d\dot{\varphi}}{dt} = \frac{dB_n}{dt} = \frac{dS_n}{h} \text{ в начальный момент времени}$$

Отв: 1)  $\dot{\varphi} = \frac{dS_n}{h}$

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

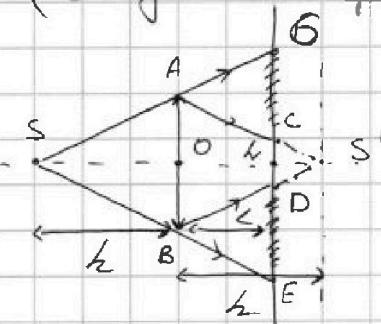
СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5.

Дано:  $F = h/2$ ;  $L = \frac{2}{3}h$ ;  $r = 3\text{ см}$

1) Так как  $F = \frac{h}{2}$ , источник, лежащий на главной оптической оси на расстоянии  $h$  от зеркала, находится на расстоянии  $2F$  - это изображение в собирающей линзе (если бы зеркало не было) лежит на том же расстоянии по другой стороне от зеркала (следующее формулой линзы  $\frac{1}{f} + \frac{1}{2F} = \frac{1}{F} \rightarrow f = 2F$ )



Лучи  $S, S'$  - источник и его изображение в линзе,  $O$  - центр линзы;  $h$  - пересечение главной оптической оси и плоскости зеркала,  $C, D$  - точки падения крайних преломленных лучей,  $E, F$  - точки падения крайних непреломленных лучей;  $A, B$  - крайние точки линзы.

Искомая площадь равна  $\pi L E^2 - \pi L D^2$

$$\triangle AS'B \sim \triangle CSD, \frac{LD}{OB} = \frac{S'E}{S'O}, LD \text{ и } OB \text{ - соизбодвенные отрезки}$$

$$LD = OB \cdot \frac{S'E}{S'O} = r \cdot \frac{h-e}{h} = r \cdot \frac{1}{3}$$

$$\triangle DBE \sim \triangle ASB, \frac{DE}{AB} = \frac{L}{h} \quad (\text{отношение сторон и отношение высот}) \Rightarrow$$

$$\rightarrow DE = AB \cdot \frac{L}{h} = 2r \cdot \frac{2}{3} = \frac{4r}{3}$$

$$LE = LD + DE = \frac{5}{3}r$$

$$S_{\text{тени}} = \pi L E^2 - \pi L D^2 = \pi \left( \left(\frac{5}{3}\right)^2 r^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 r^2 \right) = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{24}{9} = \pi \cdot 9 \frac{24}{9} = 24\pi \text{ см}^2$$

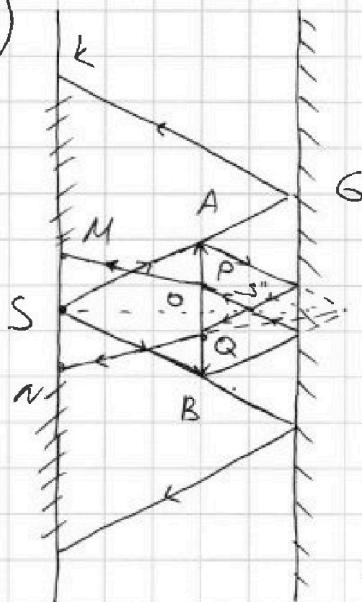


- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)



После отражения преломленные лучи пересеклись в точке  $S''$ , симметричной  $S'$  относительно поверхности дранца.

Сообразив симметрию можно найти расстояние от луча до  $S'' = l - (h - l) = 2l - h = \frac{4}{3}h - h = \frac{1}{3}h$

Запишем формулу для ширины изоскина на расстоянии

$$\frac{k}{3} : \frac{\frac{2}{3}h + \frac{1}{3}h \cdot \frac{2}{h}}{h} \rightarrow \frac{2}{h} = \frac{3}{h} \Rightarrow h \rightarrow$$

→ это изображение линейное и находилось на расстоянии  $h$  от изоскина – это также точка  $S'$ . Кусок лучей симметрический в точке  $S''$  после преломления будет рассечен, а преломленные лучи пересекутся в  $S'$ . Точки  $P, Q$  – точки пересечения крайних лучей луча из  $S''$  с изоскинами  $M, N$  – точки падения крайних лучей после преломления.

$$S_{\text{изоскин}} = \pi Sk^2 - \pi Sm^2.$$

$$\triangle PS''Q \sim \triangle ASB : \frac{PQ}{AB} = \frac{S''O}{SO} \cdot \frac{h/3}{h} \rightarrow PQ = \frac{AB}{3}$$

$$\triangle MS'N \sim \triangle PS''Q : \frac{MN}{PS''} = \frac{S'O}{S'S} = \frac{h}{2h} \rightarrow MN = 2PQ = \frac{2}{3}AB$$

$$\triangle S'GK \sim \triangle ASB : \frac{SK}{AB} = \frac{L+h}{h} \quad (\text{отношение высот})$$

$$\frac{\frac{2}{3}h+h}{h} = \frac{5}{3} \rightarrow SK = \frac{5}{3}AB$$

$$S_{\text{изоскин}} = \pi(Sk^2 - Sm^2) = \pi(Sk^2 - (\frac{MN}{2})^2) = \pi((\frac{5}{3})^2 \cdot AB^2 - (\frac{2}{3})^2 \cdot AB^2) = \pi AB^2 \cdot \frac{25}{9} - \frac{4}{9} = 96\pi \text{ см}^2$$

Отв: 1)  $S_{\text{изоскин}} = 24\pi \text{ см}^2$

2)  $S_{\text{изоскин}} = 96\pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$\frac{5}{3} = \frac{6(\varepsilon - 1) + 3}{6(\varepsilon - 1) + 3} \rightarrow 24\varepsilon - 24 + 6 = 18\varepsilon - 18 + 5$$

$$6\varepsilon = 24 - 15 = 9$$

$$\varepsilon = \frac{3}{2}$$

Отв: 1)  $\varphi\left(\frac{R}{4}\right) = kQ\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R\varepsilon} - \frac{1}{ra}\right)$

2)  $\varepsilon = 1,5$



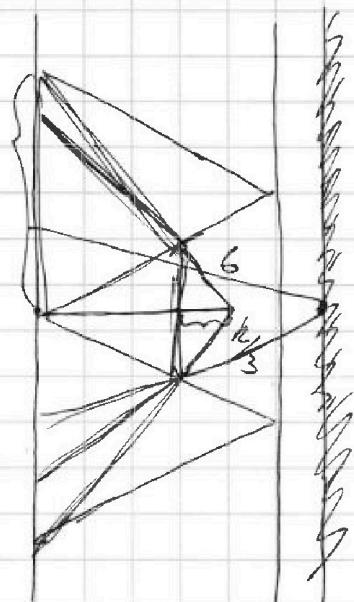
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2)



Черновик

$$h \quad \frac{5}{3}h$$

$$6 \cdot \frac{5}{3} = 10$$

$$6 \cdot \frac{4}{3} = 8$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T(V) = \frac{6P_0 V - \frac{V_0}{P_0} V^2}{DR} - \text{чтобы найти максимум производ-} \\ \text{терегулируем по } dV$$

$$\frac{dT}{dV} = 6P_0 - \frac{V_0}{P_0} \rightarrow 6 \text{ максимум производит только}$$

$$6P_0 V_{\max} - \frac{V_0}{P_0} = 0 \rightarrow V_{\max} = 6V_0 \cancel{\sqrt{DR}} \cancel{= \sqrt{P_0 DR}} \cancel{= \sqrt{P_0 V_0}} \cancel{\frac{36 P_0 V_0}{DR} = 18 P_0 V_0}$$

$$P_{\max} = 6P_0 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot$$

Это тоже черновик

$$\frac{3}{h} + \frac{1}{r} = \frac{2}{h}$$

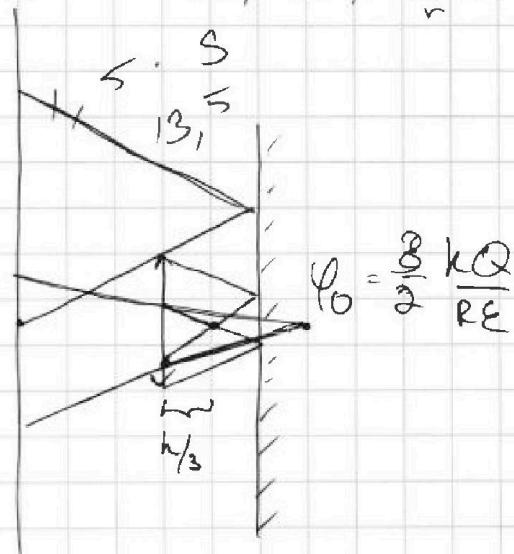
$$\frac{3}{5} + \frac{1}{0,00} = \frac{3,25}{0,00}$$

$$\frac{3}{2,5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{1,5}{1} \quad \varphi(x) = \varphi(r) - \int_r^x E(t) dt$$

$$\frac{1}{r} = -\frac{1}{h} \quad \frac{15^2 \cdot 10^{-2}}{18} = \frac{25}{200} = \frac{1}{8}?$$

$$\varphi(r) \sim S$$

$$Q \rightarrow E = k \frac{Q}{x^2}$$



$$\varphi(r) = k \frac{Q}{r}$$

$$k \varphi\left(\frac{R}{r}\right) = k \frac{Q}{r} - \frac{R}{4} \cdot k \frac{Q}{\epsilon} \quad \varphi(x) = \varphi(r) - \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{x} \right)$$

$$\int_0^r k \frac{Q}{\epsilon x^2} dx = k \frac{Q}{\epsilon} \int_r^R \frac{1}{x^2} dx = k \frac{Q}{\epsilon} \left[ -\frac{1}{x} \right]_r^R$$

$$= k \frac{Q}{\epsilon} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \quad \varphi\left(\frac{R}{r}\right) = \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon x^2}$$