



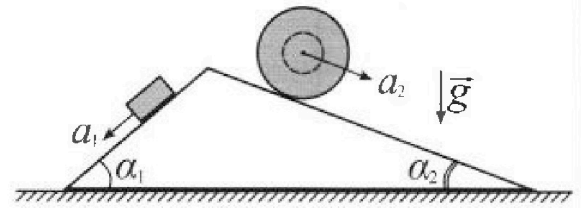
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-02



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 7g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $5m$ с ускорением $a_2 = 8g/25$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$).



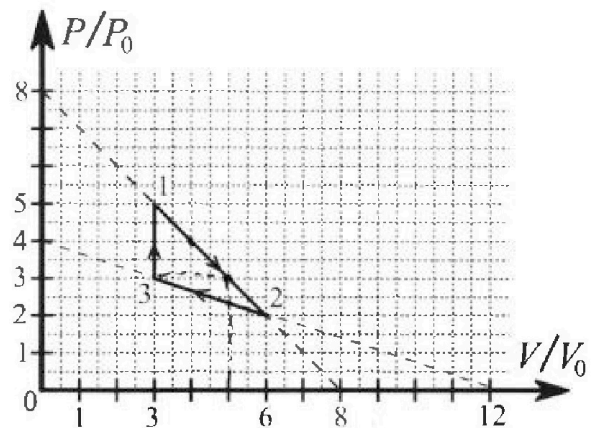
Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

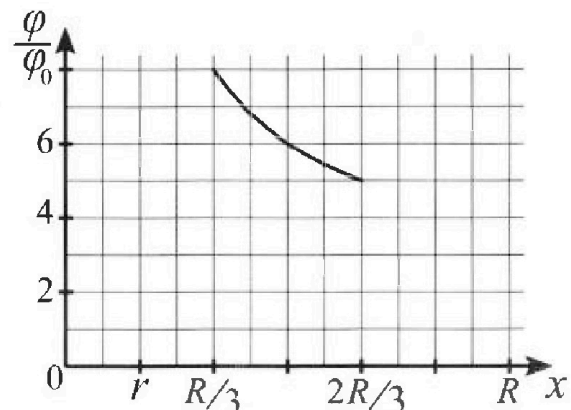
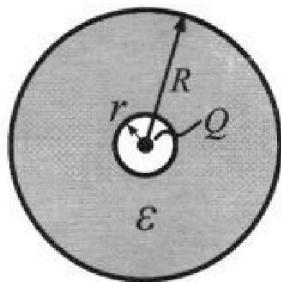
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 3-1 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 2.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 3R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

1)

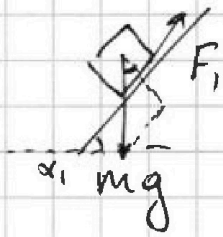


$$a_1 = \frac{7}{17}g$$

$$a_2 = \frac{8}{25}g$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{8}{17}$$



По II З.Н:

$$mg \cdot \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

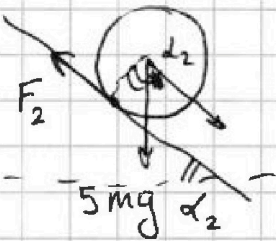
Ответ:

Тогда:

$$F_1 = m(g \cdot \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{17} \right) = \frac{17 \cdot 3 - 35}{5 \cdot 17} mg \text{ @}$$

$$\text{@} \underline{\underline{\frac{16}{85} mg}}$$

2)



Полный шаг 4) слева.

св. стр.

Тогда для шара:

$$\beta = \frac{a_2}{R}; R - \text{радиус шара!}$$

Примем:

$$R \cdot F_2 = J \cdot \beta; J - \text{момент инерции шара!}$$

Шар полный \Rightarrow сфера:



$$\Rightarrow J = 2 \int x^2 dm$$

$$x = R \cdot \cos \varphi$$

$$dm = 2\pi x \cdot d\varphi \cdot R \cdot \frac{M}{4\pi R^2} = \frac{M}{2R} R^2 \cos \varphi \cdot d\varphi$$

Тогда

$$J = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{M}{2} R^2 \cos^2 \varphi \cdot \cos \varphi d\varphi = MR^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \varphi d\varphi = MR^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \cdot \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} d\varphi$$

св. стр.

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(продолж. 1)

2) По Т. о движениям У.К.:

$$5mg \sin \alpha_2 - F_2 = 5ma_2$$

T.р.

$$F_2 = 5m(g \sin \alpha_2 - a_2) = 5m\left(g \cdot \frac{8}{17} - \frac{8}{25}g\right) \Leftrightarrow$$

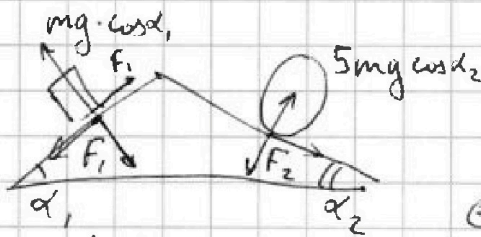
$$\Leftrightarrow mg\left(\frac{40}{17} - \frac{8}{5}\right) \Leftrightarrow \text{~~...}~~$$

Важно: $\Leftrightarrow 8mg\left(\frac{5}{17} - \frac{1}{5}\right) = 8mg \frac{25-17}{85} = \frac{64}{85}mg$

Ответ:

$$\underline{\underline{F_2 = \frac{64}{85}mg}}$$

3)



Ответ:

$$\Rightarrow \underline{\underline{F_3 = F_2 \cdot \cos \alpha_2 + 5mg \cos \alpha_2 \cdot \sin \alpha_2}}$$

$$\Leftrightarrow F_1 \cdot \cos \alpha_1 + mg \cos \alpha_1 \cdot \sin \alpha_1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{64}{85} \cdot \frac{15}{17} + 5 \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} - \frac{16}{85} \cdot \frac{4}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5}\right) mg \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{64 \cdot 3 + 15 \cdot 40}{17^2} - \frac{64 \cdot 12 \cdot 17}{17 \cdot 5^2}\right) mg \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{192}{17^2} - \frac{264}{17 \cdot 5^2}\right) mg = \frac{mg}{17} \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13}{17} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11}{25}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{17} mg \left(\frac{13}{17} - \frac{11}{25}\right) \Leftrightarrow \frac{24 \cdot 512}{17^2 \cdot 25} mg - \frac{24 \cdot 50}{17 \cdot 25} mg = \frac{24 \cdot 6}{85} mg \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{17} mg \frac{325 - 187}{17 \cdot 25} = \frac{24 \cdot 138}{17 \cdot 17 \cdot 25} mg$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{192 - 600}{17^2} - \frac{64 - 204}{17 \cdot 5^2}\right) mg = \left(\frac{140}{17 \cdot 5^2} - \frac{408}{17^2}\right) mg \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{28}{17 \cdot 5} - \frac{24}{17}\right) mg \Leftrightarrow \text{~~...}~~$$

Важно. ср.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(продолж. 1.3)

~~$F_3 = \left(\frac{14}{17} - \frac{24}{17} \right) \text{mg} = -\frac{10}{17} \text{mg}$~~
~~Итого~~
~~Ответ:~~
 ~~$|F_3| = \frac{10}{17} \text{mg}$~~

$$F_3 = \left(\frac{28}{17.5} - \frac{24}{17} \right) \text{mg} = \frac{28 - 24.5}{85} \text{mg} = \frac{28 - 120}{85} \text{mg} \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \quad -\frac{92}{85} \text{mg}$$

Ответ:

$$\underline{\underline{|F_3| = \frac{92}{85} \text{mg}}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2.

1) Одноатомный $\Rightarrow i = 3$.

$$\Delta U_{31} = Q_{31} = \frac{i}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{i}{2} (5p_0 - 3p_0) \cdot 3V_0 = \frac{3}{2} \cdot 2p_0 \cdot 3V_0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9p_0 V_0.$$

Ответ: $A = \frac{(5p_0 - 3p_0) \cdot (6V_0 - 3V_0)}{2} = \frac{2p_0 \cdot 3V_0}{2} = 3p_0 V_0$; работа за цикл.

~~$\eta = \frac{Q_{31}}{A} = \frac{9p_0 V_0}{3p_0 V_0} = 3$~~ Ответ: $\eta = \frac{\Delta U_{31}}{A} = 3$

2) T_{max} - касание изотермы (с T_{max})

Тогда:

$$\tilde{p}_* V_* = const \text{ (изотерма)}$$

$$\tilde{p}_* = \frac{p_u V_u}{V} \Rightarrow \frac{d\tilde{p}}{dV} = - \frac{p_u V_u}{V^2}$$

с гр. стороны:

В процессе 1-2:

Тогда: $p = 8p_0 \left(1 - \frac{V}{8V_0}\right) \Rightarrow \frac{dp}{dV} = - \frac{p_0}{V_0}$

$$- \frac{p_* V_*}{V_*^2} = - \frac{p_0}{V_0} \Rightarrow \frac{p_*}{V_*} = \frac{p_0}{V_0} \Rightarrow p_* = 8p_0 \left(1 - \frac{V_*}{8V_0}\right)$$

$$p_* = 8p_0 - p_* \Rightarrow p_* = 4p_0 \Rightarrow V_* = 4V_0$$

$$\Rightarrow \nu R T_{max} = V_* p_* = 16p_0 V_0$$

$$\nu R T_2 = 2p_0 \cdot 6V_0 = 12p_0 V_0$$

Ответ: $\frac{T_{max}}{T_2} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(продолж. 2.)

3) $A = 3p_0V_0$
(зад. от вып. 12)

$Q_H = Q_{33} + Q_{44}$; т.е. к 4 - точка касания
адиабат.

адиабата:

$p'V'^{\gamma} = p_4V_4^{\gamma}$

$\Rightarrow p' = \frac{p_4V_4^{\gamma}}{V'^{\gamma}} \Rightarrow \frac{dp'}{dV'} = -\gamma \cdot \frac{p_4V_4^{\gamma}}{V'^{\gamma+1}}$

где $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5}{3}$.

Тогда:

$p = 8p_0 \left(1 - \frac{V}{8V_0}\right)$

(в т.ч. кас-ия) $-\gamma \cdot \frac{p_4V_4^{\gamma}}{V_4^{\gamma+1}} = -\frac{p_0}{V_0} \Rightarrow \frac{p_4}{V_4} = \frac{p_0}{8V_0} = \frac{3}{5} \cdot \frac{p_0}{V_0}$

Тогда:

$p_4 = 8p_0 \left(1 - \gamma \frac{p_4}{8p_0}\right) = 8p_0 - \frac{5}{3} p_4$

$\frac{8}{3} p_4 = 8p_0 \Rightarrow p_4 = 3p_0 \Rightarrow V_4 = 5V_0$

Тогда:

$Q_{14} = \frac{3}{2} (15p_0V_0 - 15p_0V_0) + A_{14} = 2V_0 \cdot 3V_0 + \frac{2V_0 \cdot 2p_0}{2} \text{ (3)}$

$\text{(3)} \quad 8p_0V_0 \Rightarrow Q_H = 8p_0V_0 + 9p_0V_0$

Тогда:

Ответ:

$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{3}{8+9} = \frac{3}{17}$



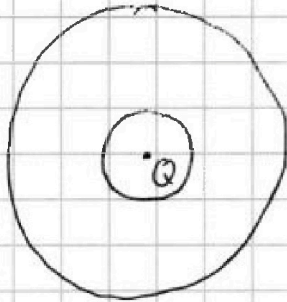
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3.

1)



Тогда поле от заряда:

$$E = \frac{kQ}{x^2}$$

(без гравитации)

$$\Rightarrow \Phi = \int E d\vec{x} \Leftrightarrow$$

Тогда:

$$= \frac{kQ}{x} \Big|_{x^\infty} = \frac{kQ}{x}$$

$$\underline{\underline{\Phi(x)}} = \begin{cases} \frac{kQ}{x}; & x \geq R \\ \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{R}; & x \leq R \end{cases}$$

(при наличии гравитации:

$$\Delta\Phi = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$\frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{R} \oplus \dots \oplus kQ \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right); \quad x \leq R$$

Тогда

$$\underline{\underline{\Phi_{in}(x)}} = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{R}$$

$$\Phi_{in}\left(\frac{3}{4}R\right) = \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{4}{3R} - \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{R} = \frac{kQ}{3\epsilon R} + \frac{kQ}{R} = \frac{kQ}{R} \left(\frac{1}{3\epsilon} + 1 \right)$$

Ответ:

$$\underline{\underline{\Phi_{in}\left(\frac{3}{4}R\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{1}{3\epsilon} + 1 \right)}}$$

2) Из п. 1.

Из графика:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{in}\left(\frac{2}{3}R\right) &= \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{2R} - \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\epsilon} \right) \\ \Phi_{in}\left(\frac{1}{3}R\right) &= \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{3}{R} - \frac{1}{R} \right) + \frac{kQ}{R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\epsilon} \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Phi_{in}\left(\frac{1}{3}R\right) &= \frac{8}{5} = 1 + \frac{2}{\epsilon} \\ \Phi_{in}\left(\frac{2}{3}R\right) &= \frac{8}{5} = 1 + \frac{1}{2\epsilon} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 8 + \frac{4}{\epsilon} = 5 + \frac{10}{\epsilon} \Rightarrow 3 = \frac{6}{\epsilon} \Rightarrow \underline{\underline{\epsilon = 2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

4.

$$1) \Phi_1 = n_1 S B \Rightarrow \dot{\Phi}_1 = -n_1 S \dot{\alpha}$$

По ~~Уч.~~ 3. Параллели:

$$\mathcal{E}_r = -\dot{\Phi}_1 \Rightarrow \mathcal{E} = n_1 S \dot{\alpha}$$

Тогда:

$$\mathcal{E} - \dot{I}_0 L_1 - \dot{I}_0 L_2 = 0 \Rightarrow \dot{I}_0 = \frac{\mathcal{E}}{L_1 + L_2} = \frac{n_1 S \dot{\alpha}}{L_1 + L_2}$$

Тогда:

$$\underline{\underline{Ответ:}} \quad \underline{\underline{|\dot{I}_0|}} = \frac{n_1 S \dot{\alpha}}{L_1 + L_2} = \frac{n_1 S \dot{\alpha}}{10L}$$

~~1) 2)~~ $\left. \begin{array}{l} \Phi_1 = n_1 S B_1 \\ \Phi_2 = -n_2 S B_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathcal{E} = -\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2 = n_2 S \dot{B}_2 - n_1 S \dot{B}_1 \\ \text{т.к. } B_1 = \frac{B_0}{3}, B_2 = \frac{B_0}{4} \end{array}$

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi}_1 - \dot{\Phi}_2 = n_2 S \dot{B}_2 - n_1 S \dot{B}_1$$

Тогда:

$$\mathcal{E} - \dot{I} L_1 - \dot{I} L_2 = 0 \Rightarrow \dot{I} = \frac{n_2 S \dot{B}_2 - n_1 S \dot{B}_1}{L_1 + L_2}$$

$$\Rightarrow \Delta I = \frac{S}{L_1 + L_2} (n_2 \Delta B_2 - n_1 \Delta B_1) = \frac{S}{L_1 + L_2} \left(n_2 \left(\frac{B_0}{4} - \frac{B_0}{3} \right) - n_1 \left(\frac{B_0}{3} - \frac{2B_0}{3} \right) \right)$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot \left(\frac{B_0}{3} - \frac{2B_0}{3} \right) = \frac{S}{L_1 + L_2} \left(n_2 \cdot \frac{B_0}{4} - n_1 \cdot \frac{B_0}{3} \right)$$

$$I(0) = 0 \Rightarrow I_k = -\frac{S}{L_1 + L_2} \left(\frac{n_2}{4} - \frac{n_1}{3} \right) B_0 = -\frac{S}{10L} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3} \right) n B_0$$

Тогда:

$$\underline{\underline{|\underline{I}_k|}} = \frac{S B_0 n}{24L}$$

$$\ominus - \frac{S n B_0}{10L} \cdot \frac{9-4}{12} = - \frac{S n B_0}{24L}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



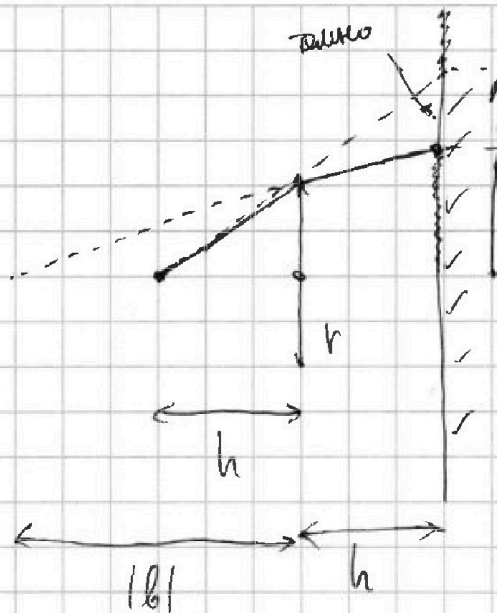
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5.

1)



из подобия: $\frac{2r}{2h} = \frac{r}{h}$.

По ф-е Т.Келли:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{b}$$

$$\Rightarrow b = \frac{Fh}{h-F} = \frac{2h^2}{h-2h} = -2h$$

Тогда, из подобия:

$$\frac{x}{r} = \frac{h+|b|}{|b|} = \frac{3h}{2h} = \frac{3}{2}$$

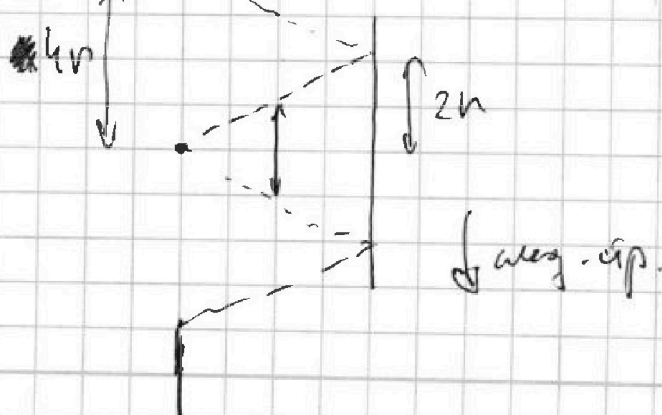
$$\Rightarrow S_1 = \pi(2r)^2 - \pi(x)^2 = \pi\left(4r^2 - \frac{9}{4}r^2\right) = \pi \cdot \frac{16-9}{4}r^2 \text{ ①}$$

$$\text{② } \frac{7}{4}\pi r^2 = 7\pi.$$

Оценим:

$$\underline{\underline{S_1 = 7\pi \text{ [см}^2\text{]}}}}$$

2) Если, ~~что~~ ~~лучи~~ ~~не~~ ~~попадают~~ ~~в~~ ~~низу~~:



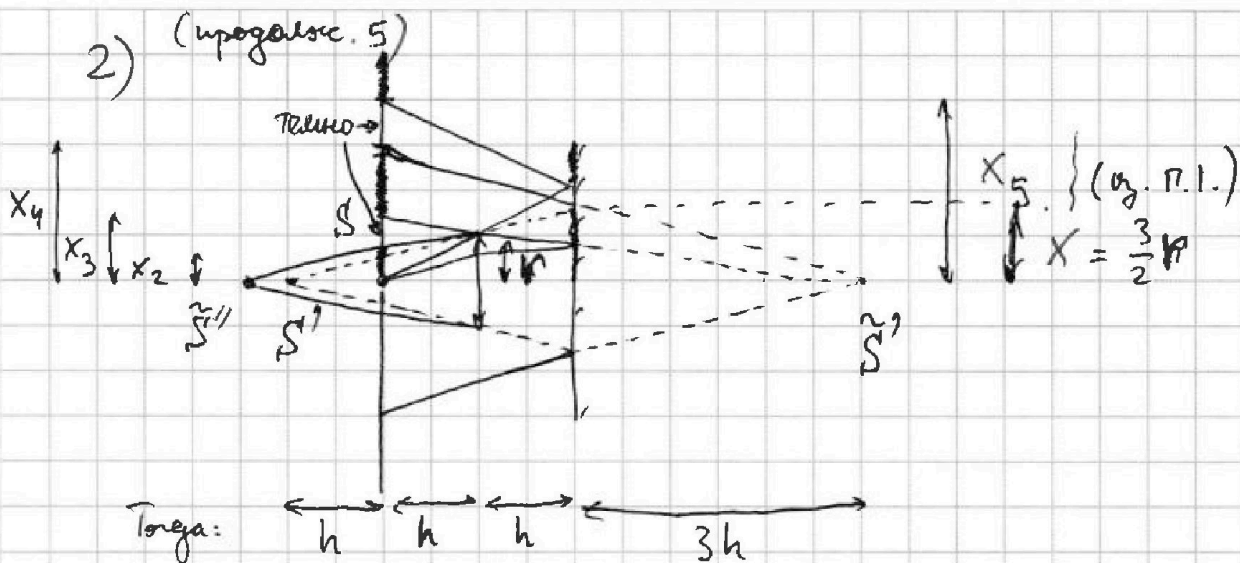


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$C : \frac{1}{F} = \frac{1}{C} + \frac{1}{4h} \Rightarrow C = \frac{4h \cdot F}{4h - F} = \frac{8h^2}{2h} = 4h$$

$$C - h = 3h$$

Вывод, из подобия:

$$\frac{X_5}{\frac{2}{2}r} = \frac{2h}{h} \Rightarrow X_5 = 4r$$

$$\frac{X_4}{X} = \frac{5h}{3h} \Rightarrow X_4 = \frac{5}{3} \cdot \frac{3}{2}r = \frac{5}{2}r$$

$$\frac{X_3}{r} = \frac{5h}{4h} \Rightarrow X_3 = \frac{5}{4}r$$

$$\frac{X_2}{r} = \frac{C-h}{C}r = \frac{3h}{4h} = \frac{3}{4} \Rightarrow X_2 = \frac{3}{4}r$$

Ответ: Тонга

$$S_2 = \pi(X_5^2 - X_4^2) + \pi(X_3^2 - X_2^2) = \pi\left(16 - \frac{25}{4} + \frac{25}{16} - \frac{9}{16}\right)r^2 \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} \pi r^2 \left(16 - \frac{25}{4} + 1\right) = \pi r^2 \left(\frac{39}{4} + 1\right) = \pi(39 + 4) = \underline{\underline{43\pi}}$$