



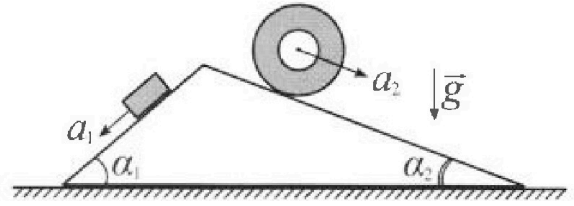
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-03



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

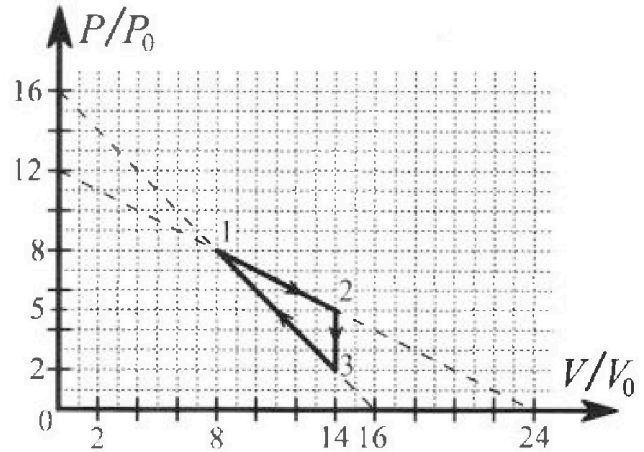
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 6g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $2m$ с ускорением $a_2 = g/4$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

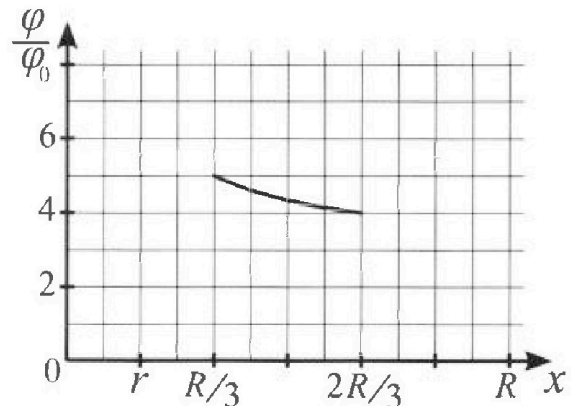
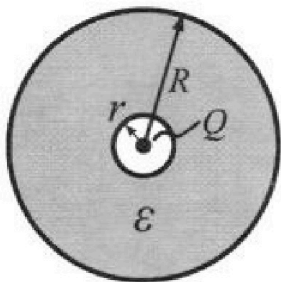


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 5R/6$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



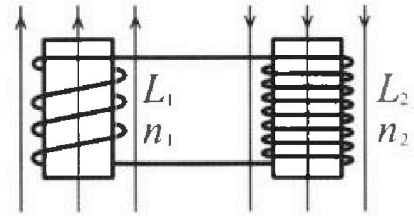
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-03

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

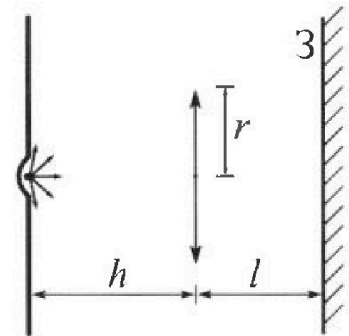


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 16L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 4n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/3$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $3B_0$ до $9B_0/4$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 5$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало Z . Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде γl , где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

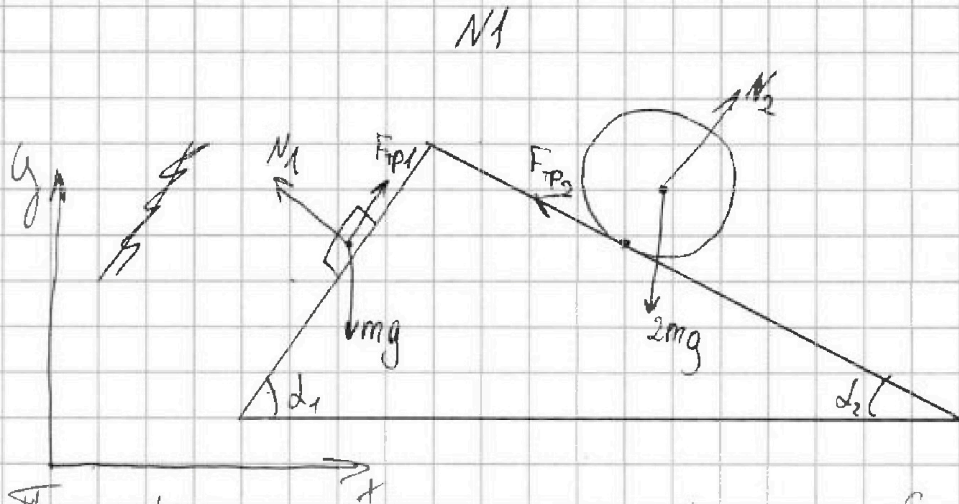


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть N_1 - сила реакции клина, действующая на брусок;

N_2 - сила реакции клина, действ. на цилиндр;

$F_{тр1}$ - сила трения, действ. на брусок;

$F_{тр2}$ - сила трения, действ. на цилиндр.

Возьмем ось x параллельно плоск. склона, ось y - перпендикулярно.
(см. рис.)

II закон Ньютона для бруска в проекциях на Ox и Oy :

$$Ox: N_2 - N_1 \cos \alpha_1 + F_{тр1} \sin \alpha_1 = -a_1 \cos \alpha_1 \cdot m$$

$$Oy: -mg + N_1 \sin \alpha_1 + F_{тр1} \cos \alpha_1 = -a_1 \sin \alpha_1 \cdot m$$

При этом $F_{тр1} = \mu N_1$

Решим эту систему уравн.:



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -N_1 \sin \alpha_1 + \mu N_1 \cos \alpha_1 = -\frac{m \cdot 6g}{13} \cos \alpha_1 \\ -mg + N_1 \cos \alpha_1 + \mu N_1 \sin \alpha_1 = -m \frac{6g}{13} \sin \alpha_1 \end{cases}$$

$$-N_1 (\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1) = -m \frac{6g}{13} \cos \alpha_1$$

$$N_1 = \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cdot \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1}$$

$$-mg + \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1} (\cos \alpha_1 + \mu \sin \alpha_1) = -mg \cdot \frac{6}{13} \sin \alpha_1 \quad | :mg$$

$$-1 + \frac{\frac{6}{13} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5} - \mu \cdot \frac{4}{5}} \left(\frac{4}{5} + \mu \cdot \frac{3}{5} \right) = -\frac{6}{13} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{24}{65}}{\frac{3}{5} - 4\mu} \left(\frac{4}{5} + \mu \cdot \frac{3}{5} \right) = \frac{65 - 18}{65}$$

$$\frac{24}{13} \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5} \mu \right) = \frac{47}{65} (3 - 4\mu) \quad | \cdot 65$$

$$24(4 + 3\mu) = 47(3 - 4\mu)$$

$$24 \cdot 4 + 24 \cdot 3\mu = 47 \cdot 3 - 47 \cdot 4\mu$$

$$\mu(24 \cdot 3 + 47 \cdot 4) = 47 \cdot 3 - 24 \cdot 4$$

$$\mu = \frac{47 \cdot 3 - 24 \cdot 4}{24 \cdot 3 + 47 \cdot 4} = \frac{141 - 96}{72 + 188} = \frac{45}{260} = \frac{9}{52}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$- N_1 \sin d_1 + \frac{9}{52} N_1 \cos d_1 = -mg \cdot \frac{6}{13} \cos d_1$$

$$\mu N_1 = \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cos d_1}{\sin d_1 - \mu \cos d_1} = \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5} - \frac{9}{52} \cdot \frac{4}{5}} =$$

$$= \frac{5 \cdot mg \cdot \frac{24}{82 \cdot 65}}{\frac{3}{5} - \frac{36}{52}} = \frac{mg \cdot \frac{24}{13}}{120} = \frac{mg}{65}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N_1 = \frac{mg}{65} \cdot \frac{9}{52} = \frac{9mg}{3380}$$

II закон Ньютона для шарика:

$$O_x: N_2 \sin d_2 - F_{\text{тр}} \cos d_2 = a_2 \cos d_2$$

$$O_y:$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{P(V)}{P_0} = 12 \frac{P_0}{P_0} - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}$$

$$P(V) = 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V}{V_0}$$

$$P \cdot V = 12P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$P \cdot V = \max$

$$P \cdot V(V) = 12P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$$(P \cdot V)'(V) = 12P_0 - \frac{P_0 V}{V_0}$$

$$(P \cdot V)' = 0$$

$$12P_0 - \frac{P_0 V}{V_0} = 0$$

$$12V_0 = V$$

$$\frac{V}{V_0} = 12$$

$$dQ = \delta A + dU$$

$$1-2: \frac{dQ}{dT} = \frac{dA}{dT} + \frac{dU}{dT}$$

$$\delta A = \frac{1}{2} (P(V) + P(V + dV)) \cdot dV$$

$$= \frac{1}{2} \left(12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V}{V_0} + 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 (V + dV)}{V_0} \right) \cdot dV$$

$$= \frac{1}{2} \left(24P_0 - \frac{1}{2} \frac{2P_0 V}{V_0} - \frac{1}{2} \frac{P_0 dV}{V_0} \right) dV$$

$$E_{\text{ext}} = \frac{kQ}{r^2}$$

$$E_{\text{ext}} = \frac{kQ}{r^2}$$

$$E_{\text{ext}} = \frac{kQ}{r^2}$$

$$Q_{\text{ext}} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{kQ}{r^2} \cdot 4\pi r^2 dr$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{b} = \frac{3}{h}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{2}{h}, \quad b = \frac{h}{2}$$

$$\varphi_{x>R} = \int_{R_1}^{+\infty} \frac{kQ}{r^2} dx = \frac{kQ}{R} \int_{R_1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$$

$$= kQ \left(-\frac{1}{x} \right) \Big|_{R_1}^{+\infty} = \frac{kQ}{R}$$

$$\frac{P(V)}{P_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$$

$$P(V) = 16P_0 - \frac{P_0 V}{V_0}$$

$$PV = 16P_0 V - \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$$(PV)' = 16P_0 - 2 \frac{P_0 V}{V_0}$$

$$16P_0 - 2 \frac{P_0 V}{V_0} = 0$$

$$8 = \frac{V}{V_0}$$

$$dU = \frac{3}{2} d(PV) = \frac{3}{2} \left(12P_0 dV - \frac{P_0}{V_0} V dV \right)$$

$$= \frac{3}{2} P_0 \left(12 - \frac{V}{V_0} \right) dV$$

$$\frac{52}{3}$$

$$\frac{156}{36}$$

$$120$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

Введем обозначения:

U_1 - внутренняя энергия газа в состоянии 1;

U_2 - внутренняя энергия газа в состоянии 2;

U_3 - внутренняя энергия газа в состоянии 3.

1) Модуль приращения внутр. энергии в процессе 1-2 равен $|U_2 - U_1|$.

$$U_2 = \frac{3}{2} P_2 V_2, \text{ где } P_2 \text{ и } V_2 - \text{ соотв. давление и объем газа в сост. 2.}$$

$$U_1 = \frac{3}{2} P_1 V_1, \text{ где } P_1 \text{ и } V_1 - \text{ соотв. давление и объем газа в состоянии 1.}$$

$$\begin{aligned} |U_2 - U_1| &= \frac{3}{2} |P_2 V_2 - P_1 V_1| = \frac{3}{2} |5P_0 \cdot 14V_0 - 8P_0 \cdot 8V_0| = \frac{3}{2} |70P_0 V_0 - 64P_0 V_0| = \\ &= \frac{3}{2} \cdot 6P_0 V_0 = 9P_0 V_0. \end{aligned}$$

2) ~~Из~~ Работа газа за цикл равна ~~площади~~ ~~определенной~~

площади фигуры под графиком при процессах 1-2, 2-3, 3-1.

$$A = \underbrace{\frac{1}{2} (5+8) P_0 \cdot 6V_0}_{\text{работа в процессе 1-2}} + 0 - \underbrace{\frac{1}{2} (2+8) P_0 \cdot 6V_0}_{\substack{\text{работа} \\ \text{в проц. 2-3}}} = \frac{6 \cdot 13}{2} P_0 V_0 - \frac{10 \cdot 6}{2} P_0 V_0 =$$

$$= 9P_0 V_0 - \text{работа газа за цикл.}$$

$$\frac{|U_2 - U_1|}{A} = \frac{9P_0 V_0}{9P_0 V_0} = 1.$$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2). По данному графику найдите зависимость $\frac{P}{P_0} \left(\frac{V}{V_0} \right)$ в процессе 1-2.

$$\frac{P}{P_0} = 12 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}$$

$$\text{Тогда } P = 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V}{V_0}$$

Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$PV = \nu RT, \text{ тогда } T = \frac{PV}{\nu R}$$

(P, V - давление и объем газа соответственно, T - температура газа, R - газовая постоянная, не изменяется в течение процесса, ν - количество вещества газа, не изменяется в течение процесса).

Тогда максимальная температура в процессе 1-2 достигается при максимальном значении $(P \cdot V)$

$$P \cdot V = \left(12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V}{V_0} \right) \cdot V = 12P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2$$

Наибольшее значение $P \cdot V$ достигается в вершине параболической параболы, так как её ветви направлены вниз.

$$\text{Координата } V \text{ вершины параболы равна } \frac{12P_0}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}} = 12V_0$$

Тогда наибольшая температура газа в процессе 1-2 достигается в точке, где объем газа $V = 12V_0$, тогда $P = 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 \cdot 12V_0}{V_0} = 6P_0$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Эта максимальная температура T равна $T = \frac{3P_0 V_0}{2R} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6P_0 \cdot 12V_0}{2R} =$
 $= \frac{72 P_0 V_0}{2R}$

Найдем температуру газа в состоянии 3:

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{R}, \text{ где } P_3 \text{ и } V_3 - \text{соотв. давление и объем газа в сост. 3.}$$

$$T_3 = \frac{2P_0 \cdot 14V_0}{2R} = \frac{28 P_0 V_0}{2R}$$

Искомое отношение $\frac{T}{T_3}$ равно $\frac{T}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$.

3). $\eta = \frac{A}{Q_{\text{подв}}}$, где η - КПД цикла, A - работа газа за цикл,

$Q_{\text{подв}}$ - суммарное количество теплоты, подведенной к газу за цикл.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

Найти зависимость напряженности поля E от расстояния x от точечного заряда.

При $x > R$ (рассматриваемая точка лежит вне шара) $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$.

То же самое потенциал в бесконечно удаленной точке равен 0.

Найти зависимость потенциала $\varphi(x)$.

$$\begin{aligned} \text{При } x \geq R: \varphi(x) &= \int_x^{+\infty} E(x) dx = \int_x^{+\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \cdot \frac{dx}{x^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_x^{+\infty} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x} \end{aligned}$$

При $r < x < R$ (рассматриваемая точка лежит внутри шара):

$$E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{Q}{x^2}$$

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \varphi(R) + \int_x^R E(x) dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \int_x^R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{1}{x^2} dx = \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_x^R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{1}{x} - \\ &- \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{1}{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \frac{1}{x} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} \end{aligned}$$

1). ~~☞~~ $x = \frac{5R}{6}$ - точка лежит внутри шара, тогда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{1}{\left(\frac{5R}{6}\right)} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{6Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 5R} + \frac{5Q\epsilon - 5Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R \cdot 5} =$$

$$= \frac{Q(5\epsilon+1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 5R}$$

2) Найдём выражение для $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)$ и для $\varphi\left(\frac{R}{3}\right)$.

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \frac{2R}{3}} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} =$$

$$= \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 2R} + \frac{2Q\epsilon - 2Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R \cdot 2} = \frac{Q(2\epsilon+1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 2R}$$

При этом из графика, данной величины, $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 4\varphi_0$.

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \frac{R}{3}} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} + \frac{Q\epsilon - Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} =$$

$$= \frac{Q(\epsilon+2)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$$

Из графика: $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 5\varphi_0$.

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\frac{Q(2\epsilon+1)}{2}}{\frac{Q(\epsilon+2)}{1}} = \frac{2\epsilon+1}{2} = \frac{Q(\epsilon+2)}{\frac{Q(2\epsilon+1)}{2}} =$$

$$= \frac{2\epsilon+4}{2\epsilon+1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При этом $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{5\varphi_0}{4\varphi_0} = \frac{5}{4}$.

Решим уравнение:

$$\frac{2\varepsilon+4}{2\varepsilon+1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{2\varepsilon+1+3}{2\varepsilon+1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{2\varepsilon+1} = \frac{1}{4}$$

$$2\varepsilon+1 = 12$$

$$2\varepsilon = 11$$

$$\varepsilon = 5,5$$

Ответ: 1). $\frac{Q(5\varepsilon+1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot 5R}$

2). $\varepsilon = 5,5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом, пучок соберется перед зеркалом ($\frac{h}{2} < \frac{2h}{3}$)

Обозначим действительное изображение источника как S' , оптический центр линзы как O , нижнюю и верхнюю на чертеже точки линзы как A и B соответственно (см. рис. на стр. 1).

Обозначим нижнюю и верхнюю на чертеже точки освещенной пучком, прошедшим через линзу, области зеркала, как B' и A' соответственно (см. рис. на стр. 1).

$\triangle S'AB \sim \triangle S'A'B'$ (т.к. $AB \parallel B'A'$ и $\angle BS'A = \angle B'S'A'$ как верш.)

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{a}{l}$$

$$A'B' = AB \cdot \frac{(l-a)}{a} \quad (a - \text{расстояние от линзы до центр}$$

источника, см. лист 1).

$$A'B' = 2r \cdot \frac{\left(\frac{h}{2}\right)}{\left(\frac{h}{3}\right)} = 2r \cdot \frac{1}{3} = \frac{2r}{3}$$

Тогда площадь освещенной пучком, прошедшим через линзу, области зеркала, равна $\pi \cdot \left(\frac{r}{3}\right)^2 = \frac{\pi r^2}{9}$.

Радиус области, в которую не попали лучи, прошедшие мимо линзы, равен $r \cdot \frac{(l+h)}{h} = r \cdot \frac{5h}{3} = \frac{5r}{3}$ (из подобия пучка) а значит

Тогда площадь области зеркала, в которую не попали лучи, прошедшие мимо линзы, равна $\pi \cdot \left(\frac{5r}{3}\right)^2 = \frac{25\pi r^2}{9}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда радиус области экрана, освещенной лучами, пришедшими
в точку, расположенной за зеркалом, равен

$$\frac{r \cdot \left(h - \frac{5h}{3}\right)}{\frac{5h}{3}} = \frac{r \cdot \frac{4h}{3}}{\frac{5h}{3}} = \frac{4}{5}r.$$

Площадь этой области равна $\pi \cdot \left(\frac{4}{5}r\right)^2 = \frac{16\pi r^2}{25}$.

Тогда площадь неосвещенной области экрана

равна $\frac{121\pi r^2}{25} - \frac{16\pi r^2}{25} = \frac{105\pi r^2}{25} = \frac{105\pi \cdot 25}{25} = 105\pi \text{ см}^2$.

Ответ: 1) $\frac{200}{3} \pi \text{ см}^2$

2) $105\pi \text{ см}^2$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найти Площадь этой области равна ~~180~~

$$\pi \cdot \left(\frac{11r}{5}\right)^2 = \frac{121\pi r^2}{25}$$

Найти расстояние \sqrt{b} от линзы, расположенной за зеркалом, до изображения в этой линзе изображения источника, даваемого линзой, находящейся перед зеркалом.

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{l + (l - \frac{b}{2})} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{\frac{2b}{3} + \frac{2b}{3} - \frac{b}{2}} + \frac{1}{b} = \frac{3}{h}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{5b}{3}\right)} + \frac{1}{b} = \frac{3}{h}$$

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{b} = \frac{3}{5h}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{9}{5h}$$

$$b = \frac{5h}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем $\operatorname{tg} \angle BS'O$:

$$\operatorname{tg} \angle BS'O = \frac{r}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{2r}{h}$$

Радиус области экрана, куда могли бы попасть лучи, преломившиеся в линзе ~~и~~ перед зеркалом, если бы не было линзы за зеркалом, равен $(h+l + (l - \frac{h}{2})) \operatorname{tg} \angle BS'O =$
 $= (h + \frac{2h}{3} + \frac{h}{6}) \operatorname{tg} \angle BS'O = \frac{11}{6} h \cdot \frac{2r}{h} = \frac{11}{3} r.$

Найдем это значение, что не будет области экрана, ~~в которую попадут~~ которая не будет освещена ни лучами, прошедшими прямо линзы перед зеркалом, ни лучами, преломившимися в линзе перед зеркалом (т.е. если бы за зеркалом не было линзы-изображения, то вся стенка оказалась бы освещена).

Найдем радиус области экрана, в которую не попадут лучи, прошедшие через ~~на~~ линзу перед зеркалом и не прошедшие через линзу за зеркалом. Радиус этой области равен

$$\frac{r \cdot (l+h + (l - \frac{h}{2}))}{l + (l - \frac{h}{2})} = \frac{r \cdot (\frac{2h}{3} + h + \frac{2h}{3} - \frac{h}{2})}{\frac{2h}{3} + \frac{2h}{3} - \frac{h}{2}}$$
$$= \frac{r \cdot \frac{11}{6} h}{\frac{5}{6} h} = \frac{11r}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 6

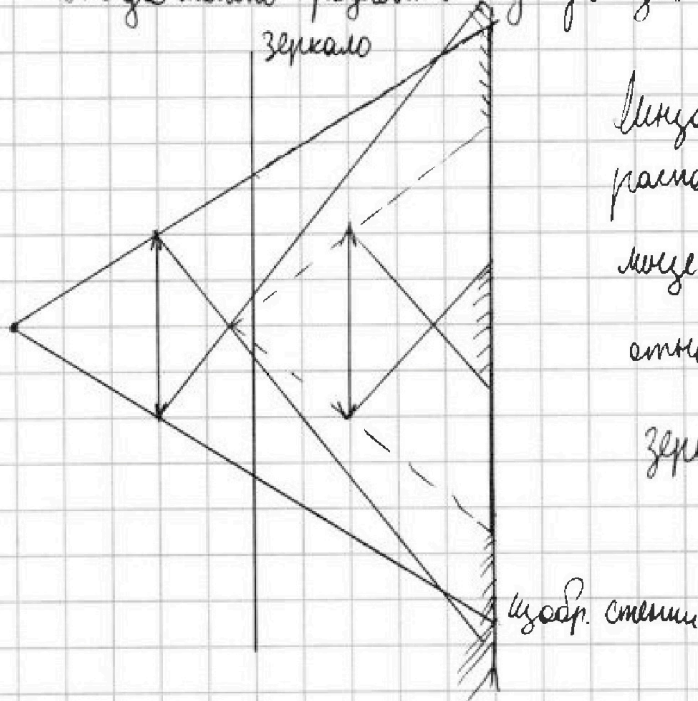
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда площадь освещенной области зеркала равна

$$\frac{25\pi r^2}{9} - \frac{\pi r^2}{9} = \frac{24\pi r^2}{9} = \frac{8}{3}\pi r^2 = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot 25 = \frac{200}{3}\pi \text{ см}^2.$$

2). От зеркала лучи отражаются под углом, равным углу падения.

Тогда можно представить ход лучей за g высотой зеркала:



Источник и экран за зеркалом размещаются симметрично луче и экрану перед зеркалом относительно плоскости зеркала.

На экране (образе стены в зеркале) отмечена ~~из~~ итраховой освещенная область.

Радиус области, освещенной лучами, прошедшими мимо линзы перед зеркалом, равен $r \cdot \frac{2(h+l)}{h} = r \cdot \frac{2 \cdot \frac{5}{3}h}{h} = \frac{10}{3}r$ (из подобия треугольников).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

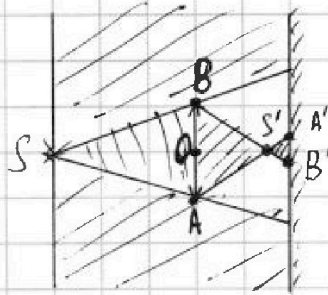
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

1) Найдите площадь заштрихованной части зеркала:



В заштрихованной области на рисунке есть лучи:

Все лучи, прошедшие мимо линзы, попадают на зеркало;

Все лучи, попавшие в линзу, за линзой образуют сходящийся

пучок; за действительным изображением источника пучок

становится расходящимся из одной точки - действительного

изображения источника.

Найдите расстояние от линзы до действительного

изображения источника.

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{F} - \frac{1}{h} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h}$$

$$\text{Тогда } a = \frac{h}{2}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_{x < R} = \varphi_R + \int_x^R \frac{kQ}{\epsilon R^2} dr = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \int_x^R \frac{dx}{r^2} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$= \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R} + \frac{\epsilon kQ}{\epsilon R}$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon x} + \frac{kQ}{\epsilon R} (\epsilon - 1)$$

$$\varphi_{\frac{\epsilon R}{5}} = kQ \left(\frac{1}{\epsilon \cdot \frac{\epsilon R}{5}} + \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon R} \right) = kQ \left(\frac{5}{\epsilon^2 R} + \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon R} \right) = \frac{24}{72}$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon R} \left(\frac{5}{\epsilon} + \frac{5(\epsilon - 1)}{5} \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} \left(\frac{6 + 5\epsilon - 5}{5} \right) = \frac{24}{96}$$

$$= \frac{kQ(1 + 5\epsilon)}{5\epsilon R}$$

$$\varphi_{\frac{2\epsilon}{3}} = kQ \left(\frac{1}{\epsilon \cdot \frac{2\epsilon}{3}} + \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon R} \right) = kQ \left(\frac{3}{2\epsilon^2} + \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} \right) = \frac{47 \cdot 32}{250 \cdot 3 - 3 \cdot 32} = \frac{150 - 96}{54} = \frac{54}{54} = 1$$

$$= \frac{kQ(2\epsilon + 1)}{2\epsilon R}$$

$$\varphi_{\frac{R}{3}} = kQ \left(\frac{1}{\epsilon \cdot \frac{R}{3}} + \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} \right) = kQ \left(\frac{3}{\epsilon R} + \frac{\epsilon - 1}{\epsilon R} \right) = \frac{18 \cdot 8}{18 \cdot 8} = \frac{18 \cdot 8}{18 \cdot 8} = 1$$

$$\frac{kQ}{2\epsilon R} (2\epsilon + 1) = 4Q_0$$

$$\frac{kQ}{2\epsilon R} (2\epsilon) = 5Q_0$$

$$\frac{4 + 2\epsilon}{2\epsilon + 1} = \frac{5}{4}$$

$$16 + 8\epsilon = 10\epsilon + 5$$

$$11 = 2\epsilon$$

$$\epsilon = 5.5$$

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{6} = \frac{15}{5h}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{9}{5h}$$

$$h = \frac{5h}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы во каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

