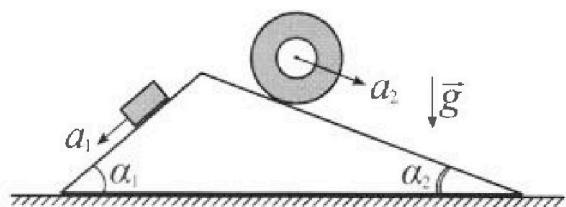


# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-03

*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.*

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брускок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 6g/13$  и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой  $2m$  с ускорением  $a_2 = g/4$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1 (\sin \alpha_1 = 3/5, \cos \alpha_1 = 4/5)$  и  $\alpha_2 (\sin \alpha_2 = 5/13, \cos \alpha_2 = 12/13)$ . Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

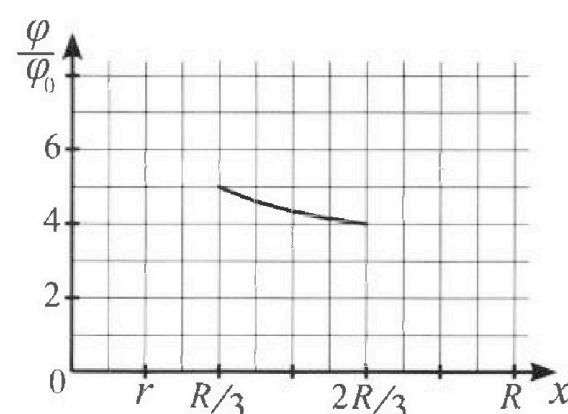
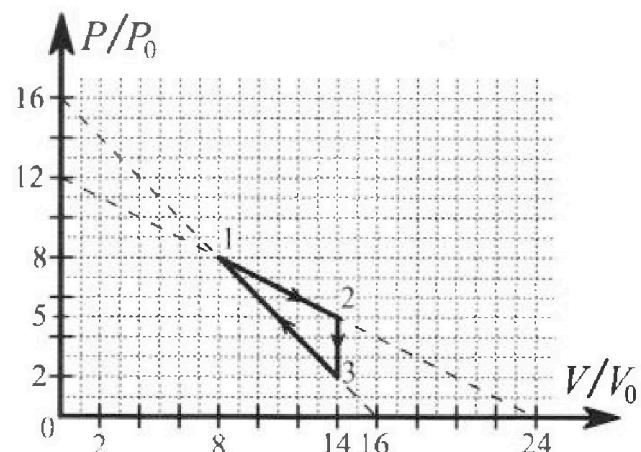
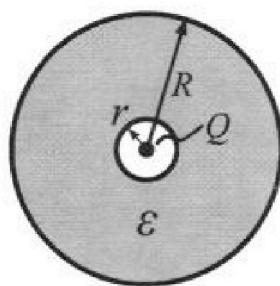
2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\phi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\phi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

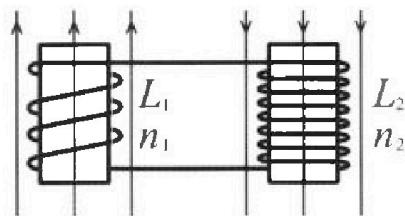
- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 5R/6$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



**Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024  
Вариант 11-03**

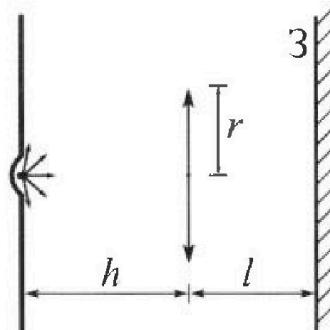
*В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.*

- 4.** Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 16L$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 4n$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью  $\Delta B / \Delta t = \alpha$  ( $\alpha > 0$ ), а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $B_0/3$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $3B_0$  до  $9B_0/4$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменились неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

- 5.** В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 5$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = 2h/3$  расположено параллельно стене плоское зеркало З. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещённой части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещённой части стены.

Ответы дайте в [см<sup>2</sup>] в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.

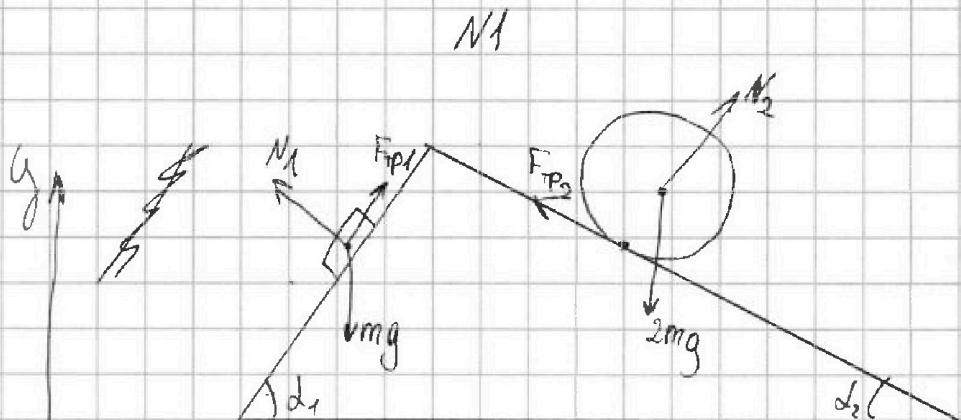


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $N_1$  - сила реакции склона, действующая на блок;

$N_2$  - сила реакции склона, действ. на цилиндр;

$F_{tr1}$  - сила трения, действ. на блок;

$F_{tr2}$  - сила трения, действ. на цилиндр.

Введём ось X параллельно плоск. склона, ось Y - перпендикулярно (см. рис.)

II закон Ньютона для блока в проекциях на  $Ox$  и  $Oy$ :

$$Ox: N_1 - N_1 \cos d_1 + F_{tr1} \sin d_1 = -a_1 \cos d_1 \cdot m$$

$$Oy: -mg + N_1 \sin d_1 - N_1 \cos d_1 + F_{tr1} \cos d_1 = -a_1 \sin d_1 \cdot m$$

При этом  $F_{tr1} = \mu N_1$

Решим эту систему уравн.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} -N_1 \sin \alpha_1 + \mu N_1 \cos \alpha_1 = -m \frac{6g}{13} \cos \alpha_1 \\ -mg + N_1 \cos \alpha_1 + \mu N_1 \sin \alpha_1 = m \frac{6g}{13} \sin \alpha_1 \end{cases}$$

$$-N_1 (\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1) = -m \cdot \frac{6g}{13} \cos \alpha_1$$

$$N_1 = \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cdot \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1}$$

$$-mg + \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1} (\cos \alpha_1 + \mu \sin \alpha_1) = -mg \cdot \frac{6}{13} \sin \alpha_1 \quad | : mg$$

$$-1 + \frac{\frac{6}{13} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5} - \mu \cdot \frac{4}{5}} \left( \frac{4}{5} + \mu \cdot \frac{3}{5} \right) = -\frac{6}{13} \cdot \frac{3}{5}$$

$$\frac{\frac{24}{65}}{\frac{8}{5}} - \frac{\left(\frac{24}{13}\right)}{3-4\mu} \left( \frac{4}{5} + \mu \cdot \frac{3}{5} \right) = \frac{65-18}{65}$$

$$\frac{24}{13} \left( \frac{4}{5} + \frac{3}{5} \mu \right) = \frac{47}{65} (3-4\mu) \quad | \cdot 65$$

$$24(4+3\mu) = 47(3-4\mu)$$

$$24 \cdot 4 + 24 \cdot 3\mu = 47 \cdot 3 - 47 \cdot 4\mu$$

$$\mu(24 \cdot 3 + 47 \cdot 4) = 47 \cdot 3 - 24 \cdot 4$$

$$\mu = \frac{47 \cdot 3 - 24 \cdot 4}{24 \cdot 3 + 47 \cdot 4} = \frac{141 - 96}{72 + 188} = \frac{45}{260} = \frac{9}{52}$$

$$F_{D1} = \mu F_N$$

1-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 -N_1 \sin \alpha_1 + \frac{9}{52} N_1 \cos \alpha_1 &= -mg \cdot \frac{6}{13} \cos \alpha_1 \\
 \Rightarrow N_1 &= \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \mu \cos \alpha_1} = \frac{mg \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{3}{5} - \frac{3}{52} \cdot \frac{4}{5}} = \\
 &= \frac{5 \cdot mg \cdot \frac{24}{82} \cancel{65}}{3 - \frac{36}{52}} = \frac{mg \cdot \frac{24}{13}}{120} = \frac{mg}{65}
 \end{aligned}$$

$$F_{p,2} = \mu N_1 = \frac{mg}{65} \cdot \frac{9}{52} = \frac{9mg}{3380}$$

II закон Ньютона для вращения:

$$O_x: N_2 \sin \alpha_2 - F_{p,2} \cos \alpha_2 = a_2 \cos \alpha_2$$

O<sub>y</sub>:

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P(V) = \frac{1}{2} P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$$P(V) = 12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$$P \cdot V = 12 P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^3}{V_0}$$

$$P \cdot V = \max$$

$$P \cdot V(V) = 12 P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^3}{V_0}$$

$$(P \cdot V)'(V) = 12 P_0 - \frac{3}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$$(P \cdot V)' = 0$$

$$12 P_0 = \frac{3}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0}$$

$$12 V_0 = V$$

$$\frac{V}{V_0} = 12$$

$$dQ = SA + dU$$

$$1-2: \frac{dQ}{dT} = \frac{dA}{dT} + \frac{dU}{dT}$$

$$dA = \frac{1}{2} (P(V) + P(V+dV)) dV =$$

$$= \frac{1}{2} \left( 12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V^2}{V_0} + 12 P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 (V+dV)^2}{V_0} \right) dV$$

$$= \frac{1}{2} \left( 24 P_0 - \frac{1}{2} \frac{2 P_0 V}{V_0} - \frac{1}{2} \frac{P_0 dV}{V_0} \right) dV$$

$$E_{KxR} = \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$Q_{x>R} = \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{8} = \frac{3}{h}$$

$$E_{x>R} = \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

$$E_{x>R} = \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 x^2}$$

$$\Phi_{x>R} = \int_{+\infty}^{+\infty} \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 x^2} dx = \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0} \int_{+\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= kQ \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_{+\infty}^{+\infty} = \frac{kQ}{4\pi\epsilon_0 x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

Введем обозначение:

$U_1$  - внутренняя энергия газа в состоянии 1;

$U_2$  - внутренняя энергия газа в состоянии 2;

$U_3$  - внутренняя энергия газа в состоянии 3.

1) Модуль изменения внутр. энергии в процессе 1-2 равен  $|U_2 - U_1|$ .

$$U_2 = \frac{3}{2} P_2 V_2, \text{ где } P_2 \text{ и } V_2 - \text{состав. давление и объем газа в состоян. 2.}$$

$$U_1 = \frac{3}{2} P_1 V_1, \text{ где } P_1 \text{ и } V_1 - \text{состав. давление и объем газа в состоян. 1.}$$

$$|U_2 - U_1| = \frac{3}{2} |P_2 V_2 - P_1 V_1| = \frac{3}{2} |5P_0 \cdot 14V_0 - 8P_0 \cdot 8V_0| = \frac{3}{2} |70P_0 V_0 - 64P_0 V_0| = \\ = \frac{3}{2} \cdot 6P_0 V_0 = 9P_0 V_0.$$

2) Из газа Работа газа за цикл равна нулю, означает

изменение параметров под заданными кратчайшими путями процессов 1-2, 2-3, 3-1.

$$A = \underbrace{\frac{1}{2} (5+8) P_0 \cdot 6V_0}_{\text{работа в пр. 1-2}} + 0 - \underbrace{\frac{1}{2} (2+3) P_0 \cdot 6V_0}_{\text{работа в пр. 2-3}} = \frac{6 \cdot 13}{2} P_0 V_0 - \frac{10 \cdot 6}{2} P_0 V_0 =$$

|  
работа в пр. 2-3

=  $9P_0 V_0$  - работа газа за цикл.

$$\frac{|U_2 - U_1|}{A} = \frac{9P_0 V_0}{9P_0 V_0} = 1.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2). По данному графику найдите зависимость  $\frac{P}{P_0} \left( \frac{V}{V_0} \right)$  в процессе 1-2.

$$\frac{P}{P_0} = 12 - \frac{1}{2} \frac{V}{V_0}$$

$$\text{Прида } P = 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V_0}{V_0}$$

Из уравнения Менделеева - Капиларона:

$$PV = JR T, \text{ тогда } T = \frac{PV}{JR}$$

( $P, V$  - давление и объём газа соответственно,  $T$  - температура

газа,  $R$  - газовая постоянная, не изменяющаяся в течение процесса,

$J$  - количество вещества газа, не изменяющееся в течение процесса).

Прида максимальная температура в процессе 1-2 достигается при максимальном значении  $(P \cdot V)$

$$P \cdot V = \left( 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 V_0}{V_0} \right) \cdot V = 12P_0 V - \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0} V^2$$

Максимальное значение  $P \cdot V$  достигается в вершине полученной параболы, так как её ветви направлена вниз.

$$\text{Координата } V \text{ вершины параболы равна } \frac{12P_0}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{P_0}{V_0}} = 12V_0$$

Прида максимальная температура газа в процессе 1-2 достигается в точке, где объём газа  $V = 12V_0$ , тогда  $P = 12P_0 - \frac{1}{2} \frac{P_0 \cdot 12V_0}{V_0} = 6P_0$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Эта максимальная температура  $T$  равна  $T = \frac{P_0 V_0}{R} = \frac{6 P_0 \cdot 12 V_0}{7 R} = \frac{72 P_0 V_0}{7 R}$ .

Найдём температуру газа в состоянии 3:

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{R}, \text{ где } P_3 \text{ и } V_3 - \text{ соответствие давление и объём газа в состоян. 3.}$$

$$T_3 = \frac{2 P_0 \cdot 14 V_0}{7 R} = \frac{28 P_0 V_0}{7 R}$$

Число амплификации  $\frac{T}{T_3}$  равно  $\frac{T}{T_3} = \frac{72}{28} = \frac{36}{14} = \frac{18}{7}$ .

3).  $\eta = \frac{A}{Q_{подж}},$  где  $\eta$  - КПД цикла,  $A$  - работа газа за цикл,

$Q_{подж}$  - суммарное количество теплоты, подведенной к газу за цикл.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

Найдите зависимость напряженности поля  $E$  от расстояния  $x$  от точечного заряда.

При  $x > R$  (рассматривая точку за пределами шара)  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2}$ .

По условию находится в бесконечно удаленной точке  $x \rightarrow \infty$ .

Найдите зависимость потенциала  $\varphi(x)$ .

$$\text{При } x \geq R : \varphi(x) = \int_x^{+\infty} E(x) dx = \int_x^{+\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \cdot \frac{dx}{x^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_x^{+\infty} = \\ = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x}$$

При  $r < x < R$  (рассматривая точку лежит внутри шара):

$$E(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \frac{Q}{x^2}$$

$$\varphi(x) = \varphi(R) + \int_x^R E(x) dx = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \int_x^R \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{1}{x^2} dx = \\ = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{R} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \left(-\frac{1}{x}\right) \Big|_x^R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{R} + \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \frac{1}{x} - \\ - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \frac{1}{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\varepsilon} \frac{1}{x} + \frac{Q(\varepsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\varepsilon R}$$

1).  $x = \frac{5R}{6}$  — точка лежит внутри шара, тогда



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi\left(\frac{5R}{6}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{1}{\left(\frac{5R}{6}\right)} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{6Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 5R} + \frac{5Q\epsilon - 5Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R \cdot 5} =$$

$$= \frac{\cancel{Q}(5\epsilon+1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 5R}$$

2). Найдем выражение для  $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)$  и для  $\varphi\left(\frac{R}{3}\right)$ .

Решение

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \frac{2R}{3}} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} =$$

$$= \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 2R} + \frac{2Q\epsilon - 2Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R \cdot 2} = \frac{Q(2\epsilon+1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot 2R}$$

При этом из графика, данного в задаче,  $\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = 44\%$ .

$$\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon \cdot \frac{R}{3}} + \frac{Q(\epsilon-1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} + \frac{Q\epsilon - Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R} =$$

$$= \frac{Q(\epsilon+2)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R}$$

Из графика:  $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = 54\%$ .

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\cancel{(Q(2\epsilon+1))}}{\cancel{(Q(2\epsilon+4))}} = \frac{\cancel{2\epsilon+1}}{\cancel{2\epsilon+4}} = \frac{\cancel{(Q(\epsilon+2))}}{\cancel{(Q(2\epsilon+1))}} =$$

$$= \frac{2\epsilon+4}{2\epsilon+1}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

При этом  $\frac{\varphi(\frac{l}{3})}{\varphi(\frac{2l}{3})} = \frac{5\varphi_0}{4\varphi_0} = \frac{5}{4}$ .

Решим уравнение:

$$\frac{2\varepsilon+4}{2\varepsilon+1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{2\varepsilon+1+3}{2\varepsilon+1} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{2\varepsilon+1} = \frac{1}{4}$$

$$2\varepsilon+1=12$$

$$2\varepsilon=11$$

$$\varepsilon=5,5.$$

Ответ: 1).  $\frac{Q(5\varepsilon+1)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon \cdot 5R}$

2).  $\varepsilon=5,5.$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Таким образом, пучок содержит перед зеркалом ( $\frac{h}{2} < \frac{2h}{3}$ )

Обозначим действительное изображение источника как  $S'$ ,

отстоящий от зеркала линзы как  $O$ , меньшую и верхнюю на чертеже точки линзы как  $A$  и  $B$  соответственно (см. рис. на стр. 1).

Обозначим меньшую и верхнюю на чертеже точки освещенного

пучка, прошедшего через линзу, области зеркала, как  $B'A'$  и  $A'B'$  соответственно (см. рис. на стр. 1).

$$\angle S'AB \approx \angle S'A'B' \text{ (т. к. } AB \parallel B'A' \text{ и } \angle BS'A = \angle B'S'A' \text{ как верн.)}$$

$$A'B' = AB \cdot a \cdot k$$

$$A'B' = AB \cdot \frac{(l-a)}{a} \quad (\text{a - расстояние от линзы до зеркал.})$$

Источника, см. пункт 1).

$$A'B' = 2r \cdot \frac{\left(\frac{h}{2}\right)}{\left(\frac{h}{2}\right)} = 2r \cdot \frac{1}{3} = \frac{2r}{3}.$$

Площадь пучка освещенной пучком, пронесший через линзу, области зеркала, равна  $\pi \cdot \left(\frac{r}{3}\right)^2 = \frac{\pi r^2}{9}$ .

Радиус сферы, в которую все попали лучи, пронесшие линзу

$$\text{лини, равен } r \cdot \frac{(l+h)}{h} = r \cdot \frac{\frac{5h}{3}}{h} = \frac{5r}{3} \text{ (у каждого луча) а следовательно}$$

Площадь сферы зеркала, в которую все попали лучи, пронесшие линзу,

$$\text{пронесшие линзу, равна } \pi \cdot \left(\frac{5r}{3}\right)^2 = \frac{25\pi r^2}{9}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
6 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь радиуса сечения Эйфеля, сечением которой является  
вписанная в него, расположенная за зеркальной, радиус

$$\frac{r \cdot \left(r - \frac{5h}{3}\right)}{\frac{5h}{3}} = \frac{r \cdot \frac{4h}{3}}{\frac{5h}{3}} = \frac{4}{5} r.$$

Площадь этого сечения равна  $\pi \cdot \left(\frac{4}{5}r\right)^2 = \frac{16\pi r^2}{25}$ .

Площадь консольной сечения Эйфеля

$$\text{равна } \frac{12\pi r^2}{25} - \frac{16\pi r^2}{25} = \frac{105\pi r^2}{25} = \frac{105\pi \cdot 25}{25} = 105\pi \text{ см}^2.$$

Объем: 1)  $\frac{200}{3} \pi \text{ см}^3$

2)  $105\pi \text{ см}^3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
5 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдите площадь этой фигуры равна ~~75πr<sup>2</sup>~~

$$\pi \cdot \left(\frac{11r}{5}\right)^2 = \frac{121\pi r^2}{25}$$

Найдите расстояние от линзы, расположенной за зеркалом, до изображения в этой линзе изображения источника, даваемое линзой, находящейся перед зеркалом.

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{l + (l - \frac{b}{2})} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{\frac{2b}{3} + \frac{2b}{3} - \frac{b}{2}} + \frac{1}{b} = \frac{3}{h}$$

$$\frac{1}{\left(\frac{5b}{6}\right)} + \frac{1}{b} = \frac{3}{h}$$

$$\frac{6}{5h} + \frac{1}{b} = \frac{15}{5h}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{9}{5h}$$

$$b = \frac{5h}{9}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
4 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем  $\tan \angle BS'0$ :

$$\tan \angle BS'0 = \frac{r}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{2r}{h}$$

Радиус сферы зеркала, куда могли бы попасть лучи, прошедшие внизу перед зеркалом, если бы не было линзы за зеркалом, равен  $(h + l + (l - \frac{h}{2})) \tan \angle BS'0 = (h + \frac{2h}{3} + \frac{h}{6}) \tan \angle BS'0 = \frac{11}{6}h \cdot \frac{2r}{h} = \frac{11}{3}r$ .

Найдем Это значит, что не будет сферы зеркала, вторую пологу которой не будет освещена такими, прошедшими линзу лучами перед зеркалом, как лучами, прошедшими линзу перед зеркалом (т. е. если бы за зеркалом не было линз-изображения, то все стены оказались бы освещены).

Найдем радиус сферы зеркала, вторую пологу ко попадут лучи, прошедшие через эту линзу перед зеркалом и не прошедшие через линзу за зеркалом. Радиус этой сферы равен

$$\frac{r \cdot (l + h + (l - \frac{h}{2}))}{l + (l - \frac{h}{2})} = \frac{r \cdot (\frac{2h}{3} + h + \frac{2h}{3} - \frac{h}{2})}{\frac{2h}{3} + \frac{2h}{3} - \frac{h}{2}} = \frac{r \cdot \frac{11}{6}h}{\frac{5h}{6}} = \frac{11r}{5}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 6

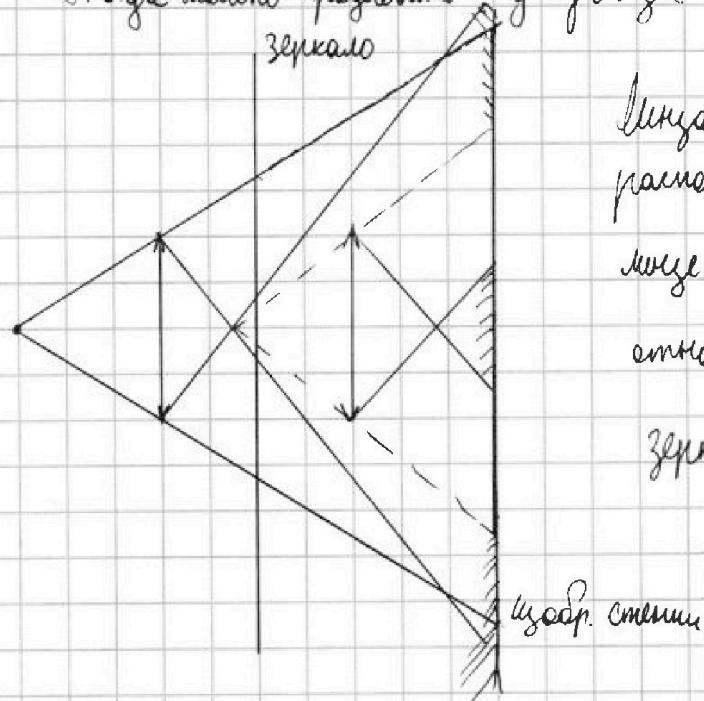
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Площадь несвещенной секторной зеркала равна

$$\frac{25\pi r^2}{9} - \frac{\pi r^2}{9} = \frac{24\pi r^2}{9} = \frac{8}{3}\pi r^2 = \frac{8}{3}\pi \cdot 25 = \frac{200}{3}\pi \text{ см}^2.$$

2). От зеркала луча отражаются под углом, равным углу падения.

При этом можно представить ход лучей за зеркало:



Лучи и экран за зеркалом расположены симметрично  
относительно плоскости  
зеркала.

На экране (изображении стены в зеркале) отражена ~~стен~~  
имагиной несвещенной область.

Радиус области, охватываемой дугами, прошедшими между  
лучами перед зеркалом, равен  $r$ .  $\frac{2(h+l)}{h} = r \cdot \frac{2 \cdot \frac{5b}{3}}{h} =$   
 $= \frac{10}{3}r$ . (указано изображение)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

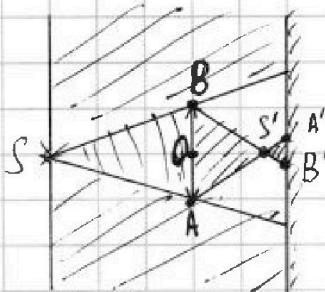
- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

1) Найдите путь изображения предмета зеркала:



В заштрихованном областях на рисунке есть луки:

все лучи, прошедшие через линзы, попадут на зеркало;

все лучи, попавшие в линзу, за линзой образуют склоняющиеся

лучи; за действительным изображением источника лучи становятся расходящимися из одной точки - действительного изображения источника.

Найдите расстояние от линзы до действительного изображения источника.

По формуле линзы:

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{F}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{F} - \frac{1}{h} = \frac{3}{h} - \frac{1}{h} = \frac{2}{h}$$

$$\text{Найдя } \alpha = \frac{h}{2}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varphi_{ER} = \varphi_R + \int_x^R \frac{kQ}{\epsilon R^2} dr = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \int_x^R \frac{dr}{r^2} = \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right)$$

$$= \frac{kQ}{R} + \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R} = \frac{kQ}{\epsilon x} - \frac{kQ}{\epsilon R} + \frac{\epsilon kQ}{\epsilon R}$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon x} \left( \frac{1}{\epsilon x} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon R} \right) \quad \text{24}$$

$$\varphi_{\frac{5R}{6}} = kQ \left( \frac{1}{\epsilon \frac{5R}{6}} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon R} \right) = kQ \left( \frac{6}{5\epsilon R} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon R} \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} \left( \frac{6+5\epsilon-5}{5} \right) \quad \text{24}$$

$$= \frac{kQ}{\epsilon R} \left( \frac{6}{5} + \frac{5(\epsilon-1)}{5} \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} \left( \frac{6+5\epsilon-5}{5} \right) \quad \text{24}$$

$$= \frac{kQ(1+5\epsilon)}{5\epsilon R} \quad \text{47.32}$$

$$\varphi_{\frac{2R}{3}} = kQ \left( \frac{1}{\epsilon \frac{2R}{3}} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon R} \right), \quad kQ \left( \frac{3}{2\epsilon R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R} \right) \quad \text{250} \cdot 3 - 3 \cdot 3 = \\ = \frac{kQ(2\epsilon+1)}{2\epsilon R} \quad \text{250} - 3 = 147$$

$$\varphi_{\frac{2}{3}} = kQ \left( \frac{1}{\epsilon \frac{2}{3}} + \frac{(\epsilon-1)}{\epsilon R} \right), \quad kQ \left( \frac{3}{2\epsilon R} + \frac{\epsilon-1}{\epsilon R} \right) = \frac{kQ}{\epsilon R} (2+\epsilon). \quad \text{18.8}$$

$$\frac{kQ}{2\epsilon R} (2\epsilon+1) = 4\varphi_0 \quad \left| \begin{array}{l} \cancel{\frac{2}{3}} \\ \cancel{\frac{3}{2}} \end{array} \right. \quad \frac{6}{5h} + \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{kQ}{2\epsilon R} (2\epsilon+1) = 5\varphi_0 \quad \frac{6}{5h} + \frac{1}{6} = \frac{15}{5h}$$

$$\frac{4+2\epsilon}{2\epsilon+1} > \frac{5}{9} \quad \frac{1}{f} = \frac{9}{5h}$$

$$16+8\epsilon > 10\epsilon+5$$

$$11 = 2\epsilon$$

$$\epsilon = 5.5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!