



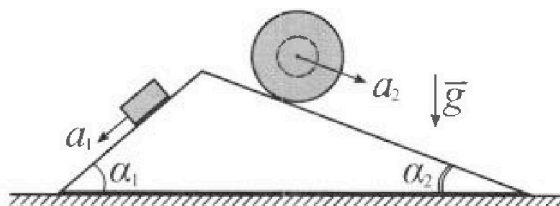
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

## Вариант 11-04



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

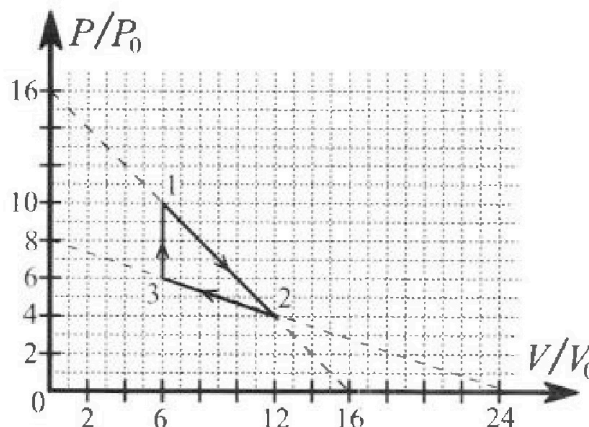
1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой  $m$  с ускорением  $a_1 = 5g/17$  и скатывается без проскальзывания полый шар массой  $9m/4$  с ускорением  $a_2 = 8g/27$  (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту  $\alpha_1$  ( $\sin \alpha_1 = 3/5$ ,  $\cos \alpha_1 = 4/5$ ) и  $\alpha_2$  ( $\sin \alpha_2 = 8/17$ ,  $\cos \alpha_2 = 15/17$ ). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.



- 1) Найти силу трения  $F_1$  между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения  $F_2$  между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения  $F_3$  между столом и клином.

Каждый ответ выразить через  $m$  и  $g$  с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость  $P/P_0$  от  $V/V_0$ . Здесь  $V$  и  $P$  - объем и давление газа,  $V_0$  и  $P_0$  - некоторые неизвестные объем и давление.

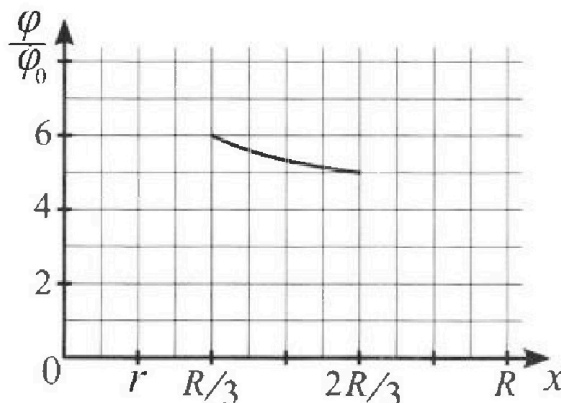
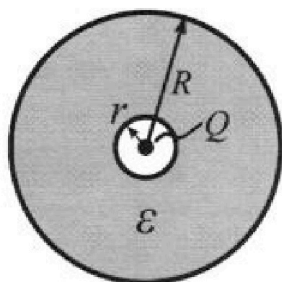


- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и радиусами поверхностей  $r$  и  $R$  находится шарик с зарядом  $Q$  (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала  $\varphi$  электрического поля внутри диэлектрика от расстояния  $x$  от центра полого шара в интервале изменений  $x$  от  $R/3$  до  $2R/3$  (см. рис.). Здесь  $\varphi_0$  — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

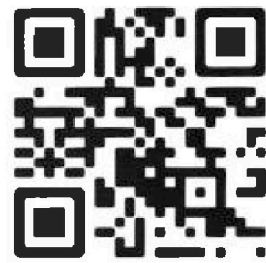
- 1) Считая известными  $r$ ,  $R$ ,  $Q$ ,  $\epsilon$ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при  $x = 11R/12$ .
- 2) Используя график, найти численное значение  $\epsilon$ .



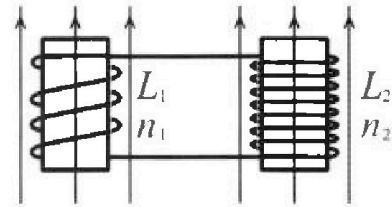
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби  
и радикалы.

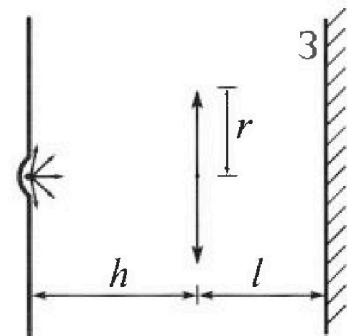


4. Две катушки с индуктивностями  $L_1 = L$  и  $L_2 = 9L/4$  и числами витков  $n_1 = n$  и  $n_2 = 3n/2$  помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки  $S$ . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью  $L_1$  индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью  $\Delta B / \Delta t = -\alpha (\alpha > 0)$ , а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью  $L_1$  уменьшилась от  $B_0$  до  $3B_0/4$ , не изменив направления, а в катушке с индуктивностью  $L_2$  индукция внешнего поля уменьшилась от  $4B_0$  до  $8B_0/3$ , не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии  $h$  расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 2h/3$ . Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы  $r = 4$  см. Справа от линзы на расстоянии  $l = h/2$  расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в  $[см^2]$  в виде  $\gamma\pi$ , где  $\gamma$  - целое число или простая обыкновенная дробь.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

$$a_1 = \frac{5g}{17}$$

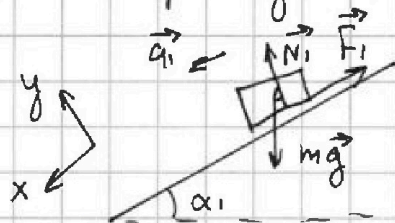
$$a_2 = \frac{8g}{27}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{3}{5}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{8}{17}$$

$F_1 = ? F_2 = ? F_3 = ?$

1) Рассмотрим движение бруска:



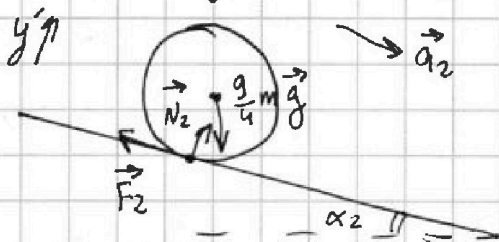
$$y: N_1 = mg \cos \alpha_1$$

$$x: mg \sin \alpha_1 - F_1 = ma_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1)$$

$$F_1 = m \left( g \cdot \frac{3}{5} - \frac{5}{17} g \right) = mg \cdot \frac{51 - 25}{85} = \frac{26}{85} mg$$

2) Рассмотрим движение шара:



Уравнение моментов для центра шара:

$$F_2 R = \gamma \epsilon; \text{ для полного шара:}$$

$$\gamma = \frac{2}{5} MR^2 = \frac{9}{4} m R^2; F_2 R = \frac{9}{4} m R^2 \epsilon; F_2 = \frac{9}{4} m \epsilon R, \text{ где } \epsilon - \text{угловое}$$

ускорение нижней точки шара,  $R$  - радиус шара,  $\gamma$  - момент инерции шара

Заметим, что за равные промежутки времени длина дуги, которую описывает относительно центра шара точка на его поверхности, равна перемещению центра шара. Тогда и ускорение этой точки совпадает с ускорением шара:  $a = a_2$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

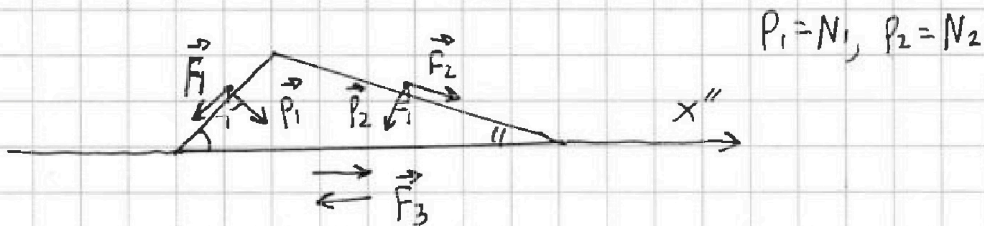
СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\varepsilon = \frac{a}{R}; \varepsilon = \frac{a_2}{R}; F_2 = \frac{g}{4} m \cdot \frac{a_2}{R} R = \frac{g}{4} m a_2; F_2 = \frac{g}{4} m \cdot \frac{8g}{27} = \frac{2}{3} mg$$

$$y': N_2 = \frac{9}{4} mg \cos \alpha_2$$

3) Рассмотрим силы, действующие на клин:



$$x'': F_2 \cos \alpha_2 + P_1 \sin \alpha_1 = F_1 \cos \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 + F_3$$

$$F_3 = F_2 \cos \alpha_2 + N_1 \sin \alpha_1 - F_1 \cos \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 = \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{17} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} - \frac{26}{85} \cdot \frac{4}{5} - \frac{9}{4} \cdot \frac{15}{17} \right) mg = \left( \frac{30}{51} + \frac{12}{25} - \frac{104}{17 \cdot 25} - \frac{135}{4 \cdot 17} \right) mg = \left( \frac{120 - 405}{12 \cdot 17} + \right.$$

$$\left. + \frac{204 - 104}{17 \cdot 25} \right) mg = \left( \frac{4}{17} - \frac{285}{17 \cdot 12} \right) mg = -mg \cdot \frac{285 - 48}{17 \cdot 12} = -\frac{237}{17 \cdot 12} mg =$$

$$= -\frac{79}{17 \cdot 4} mg = -\frac{79}{68} mg$$

$$|F_3| = \frac{79}{68} mg$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{26}{85} mg$  2)  $F_2 = \frac{2}{3} mg$  3)  $F_3 = \frac{79}{68} mg$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

1) Найдем  $|\Delta U_{12}|$  - модуль приращения вн. эн. в процессе 1-2

$$|\Delta U_{12}| = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{3}{2} (60 p_0 V_0 - 48 p_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot 12 p_0 V_0$$

$$|\Delta U_{12}| = 18 p_0 V_0$$

Найдем работу газа за цикл как разность площадей треугольников с координатами вершин  $A(6;4)$ ,  $B(6;10)$ ,  $C(12;4)$  и  $A_0(6;4)$ ,

и  $D(6;6)$ ,  $C(12;4)$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18, A_{ABC} = 18 p_0 V_0$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6, A_{ADC} = 6 p_0 V_0$$

$$A_{\text{ц}} = A_{ABC} - A_{ADC} = 12 p_0 V_0$$

$$\frac{|\Delta U_{12}|}{A_{\text{ц}}} = \frac{18}{12} = \frac{6}{4} = 1,5$$

2) Зависимость давления газа от объема в процессе 1-2:

$$p(V) = 16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V; pV = \nu R T \Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$$

$$T(V) = \frac{V(16 p_0 - \frac{p_0}{V_0} V)}{\nu R}; T(V) = T_{\max} \Rightarrow T'(V) = 0$$

$$T'(V) = \frac{16 p_0 - 2 \frac{p_0}{V_0} V}{\nu R} = 0; V = 8 V_0 \text{ проверим знак производной:}$$

$$T'(V) \begin{array}{c} + \\ - \end{array} \xrightarrow{8 V_0} V = 8 V_0 \text{ - точка максимума}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$T_{\max} = T(8V_0) = \frac{(16p_0 - 8 \frac{p_0}{V_0} V_0) \cdot 8V_0}{2R} = 64 \frac{p_0 V_0}{2R}$$

Найдём температуру в состоянии 3:

$$36 p_0 V_0 = 2R T_3; T_3 = 36 \frac{p_0 V_0}{2R}$$

$$\frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9}$$

$$3) \eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q^+} \cdot 100\%, \text{ где } Q^+ \text{ - кол. теплоты, полученное газом}$$

В процессе 1-2 теплоёмкость газа меняет знак.

Пусть это происходит в точке  $x (V_x; p_x)$

$$c=0 \Rightarrow \frac{\delta Q}{dT} = 0; \delta Q = \delta A + dU; \delta Q = p dV + \frac{3}{2} (p dV + V dp) =$$

$$= \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp; p(V) = 16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V \Rightarrow dp = -\frac{p_0}{V_0} dV$$

$$\delta Q = \frac{5}{2} (16p_0 - \frac{p_0}{V_0} V) dV + \frac{3}{2} V (-\frac{p_0}{V_0}) dV = 40 p_0 dV - \frac{5}{2} \cdot \frac{p_0 V}{V_0} dV - \frac{3}{2} \cdot$$

$$\cdot \frac{p_0 V}{V_0} dV; \delta Q = dV (40 p_0 - 4 \frac{p_0}{V_0} V)$$

$$\delta Q = 0, dV \neq 0 \Rightarrow 40 p_0 - 4 \frac{p_0}{V_0} V = 0 \Rightarrow V = 10V_0, V_x = 10V_0, p_x =$$

$$= 16p_0 - 10p_0 = 6p_0$$

До точки  $x$  газ получает тепло. Найдём  $Q_1$  - количество теплоты, полученное газом в процессе 1-2.

$$Q_1 = \frac{10p_0 + 6p_0}{2} \cdot 4V_0 + \frac{3}{2} (60p_0 V_0 - 60p_0 V_0) = 32 p_0 V_0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$Q^+ = Q_{31} + Q_1, \text{ где } Q_{31} - \text{ кол. теплоты, полученное в процессе 3-1}$$

$$Q_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2} (60 p_0 V_0 - 36 p_0 V_0) = \frac{3}{2} \cdot 24 p_0 V_0 = 36 p_0 V_0$$

$$Q^+ = 68 p_0 V_0; \quad \eta = \frac{12}{68} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1) 1,5    2)  $\frac{16}{9}$     3)  $\frac{3}{17}$



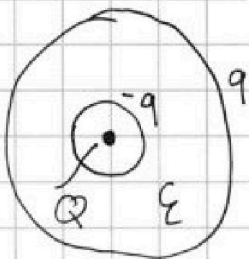
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

Когда внутри диэлектрика расположим заряд, материал диэлектрика поляризуется: его внутренняя и внешняя поверхности приобретают одинаковый по модулю и противоположный по знаку заряд (в толще диэлектрика заряда нет, т.к. поляризующиеся молекулы компенсируют заряд рядом расположенных "соседей")



Таким образом, можно заметить диэлектрик на две равномерно заряженные сферы. Напряжённость поля внутри диэлектрика

равна:  $E(x) = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$ ; с другой стороны:  $E(x) = \frac{kQ}{x^2} - \frac{kq}{x^2}$

$$\frac{kQ}{\epsilon x^2} = \frac{kQ}{x^2} - \frac{kq}{x^2}; \quad \frac{Q}{\epsilon} = Q - q; \quad q = Q \cdot \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}$$

Тогда потенциал внутри диэлектрика:  $\varphi_1(x) = \frac{kQ}{x} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{x}$

для  $x \leq R$  и  $\varphi_2(x) = \frac{kQ}{x} + \frac{kq}{R} - \frac{kq}{x}$  для  $R \leq x \leq R$

$$\varphi_1(x) = \frac{kQ}{x} + \frac{kQ(\epsilon - 1)}{\epsilon R} - \frac{kQ(\epsilon - 1)}{\epsilon x} = \frac{kQ}{x} + \frac{kQ(\epsilon - 1)(R - x)}{\epsilon R x}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2(x) &= \frac{kQ}{x} + \frac{kQ(\epsilon - 1)}{\epsilon R} - \frac{kQ(\epsilon - 1)}{\epsilon x} = \frac{kQ(\epsilon - \epsilon + 1)}{\epsilon x} + \frac{kQ(\epsilon - 1)}{\epsilon R} \\ &= \frac{kQ}{\epsilon x} + \frac{kQ(\epsilon - 1)}{\epsilon R} \end{aligned}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \varphi\left(\frac{11R}{12}\right) = \begin{cases} \frac{12kQ}{11R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)(\gamma-R)}{\varepsilon R \gamma}, & \text{для } \gamma \geq \frac{11R}{12} \\ \frac{12kQ}{11R\varepsilon} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{R\varepsilon} = \frac{kQ(\varepsilon+1)}{11R\varepsilon}, & \text{для } \gamma \leq \frac{11R}{12} \end{cases}$$

$$2) \varphi_2\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{3kQ}{\varepsilon R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = \frac{kQ(\varepsilon+2)}{\varepsilon R}$$

$$\varphi_2\left(\frac{2R}{3}\right) = \frac{3kQ}{2\varepsilon R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)}{\varepsilon R} = \frac{kQ(2\varepsilon+1)}{2\varepsilon R}$$

из графика:  $\frac{\varphi_2\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi_2\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{kQ(\varepsilon+2)}{\varepsilon R} \cdot \frac{2\varepsilon R}{kQ(2\varepsilon+1)} = \frac{6}{5}$

$$\frac{2(\varepsilon+2)}{2\varepsilon+1} = \frac{6}{5}; \quad \frac{\varepsilon+2}{2\varepsilon+1} = \frac{3}{5}; \quad 5\varepsilon+10 = 6\varepsilon+3; \quad \varepsilon = 7$$

Ответ: 1)  $\frac{12kQ}{11R} + \frac{kQ(\varepsilon-1)(\gamma-R)}{\varepsilon R \gamma}$ , для  $\gamma \geq \frac{11R}{12}$ ;

$$\frac{kQ(11\varepsilon+1)}{11R\varepsilon}, \text{ для } \gamma \leq \frac{11R}{12}$$

2) 7



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$L_1 = L$$

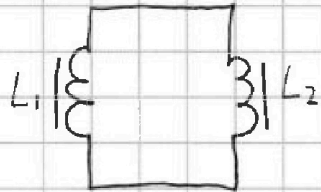
$$L_2 = \frac{3}{4}L$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = \frac{3}{2}n$$

S

Изобразим катушки на схеме:



1) Когда поле катушек уменьшается:

$$\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0, \text{ т.к. сопротивление}$$

мне в цепи мало  $\mathcal{E}_{1,2}$  ЭДС индуцируются в катушках

1)  $\left| \frac{d\mathcal{M}}{dt} \right| = ?$

и 2, совб.

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\Phi_1}{dt} = - \frac{d\Phi_{\text{ск}1}}{dt} + L_1 \frac{dI}{dt}; \Phi_{\text{ск}1} = \mu n_1 I S,$$

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{\mu n_1 S dI}{dt} - L_1 \frac{dI}{dt} = - \mu n_1 S - L_1 \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_2 = - L_2 \frac{dI}{dt}; \mu n_1 S - L_1 \frac{dI}{dt} - L_2 \frac{dI}{dt} = 0; \frac{dI}{dt} = \frac{\mu n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{4 \mu n_1 S}{13L}$$

2)  $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = 0; \frac{d\Phi_{\text{ск}1}}{dt} + \frac{d\Phi_{\text{ск}2}}{dt} + (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt} = 0 \quad | \cdot dt$

$$d\Phi_{\text{ск}1} + d\Phi_{\text{ск}2} + (L_1 + L_2) dI = 0; (L_1 + L_2) dI = - (d\Phi_{\text{ск}1} + d\Phi_{\text{ск}2})$$

$$(L_1 + L_2) dI = - (n_1 S dB_1 + \frac{3}{2} n_2 S dB_2)$$

$$(L_1 + L_2) \Delta I = - n_1 S (\Delta B_1 + \frac{3}{2} \Delta B_2); (L_1 + L_2) (I - 0) = - n_1 S (\frac{3B_0}{4} - B_0 +$$

$$+ \frac{3}{2} \cdot \frac{8B_0}{3} - \frac{3}{2} \cdot 4B_0); I(L_1 + L_2) = n_1 S (B_0 - \frac{3B_0}{4} + 6B_0 - 4B_0)$$

$$I(L_1 + L_2) = n_1 S (3B_0 - \frac{3B_0}{4}); \frac{13}{4} I L = \frac{9B_0 n_1 S}{4}; I = \frac{9}{13} \frac{B_0 n_1 S}{L}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1    2    3    4    5    6    7  
                 

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Answer: 1)  $\frac{4 \text{ ans}}{13L}$     2)  $\frac{9 \text{ ans}}{13L}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

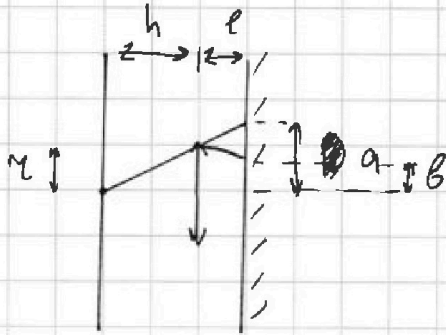
N 5

$$h$$

$$F = \frac{2}{3}h$$

$$r = 4 \text{ см}$$

$$l = \frac{h}{2}$$



1) Часть зеркала будет  
неосвещённой, т.к. если луч  
проходит чуть выше линзы, он  
не преломляется и падает на

1)  $S_1$  - ?

зеркала выше, чем преломлённый луч ниже линзы.

2)  $S_2$  - ?

Пусть  $b$  - радиус касала линзы,  $a$  - радиус конца тени

$$\text{Из подобия: } \frac{a}{r} = \frac{l+h}{h} \Rightarrow a = r \frac{l+h}{h} = \frac{3}{2}r$$

Найдём расстояние от изображения лампочки до линзы с помощью

формулы тонкой линзы:  $\frac{1}{F} = \frac{1}{h} + \frac{1}{f}$  где  $f$  - искомое расстояние

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{h} = \frac{3}{2h} - \frac{1}{h} = \frac{1}{2h} ; f = 2h$$

$$\text{Из другого подобия: } \frac{r}{b} = \frac{f}{f-l} ; r = b \frac{f}{f-l} ; b = r \frac{f-l}{f} =$$

$$= r \cdot \frac{2h - 0,5h}{2h} = r \cdot \frac{3}{4}$$

$S_1$  - площадь между окружностями с радиусами  $a$  и  $b$

$$S_1 = \pi(a^2 - b^2) = \pi r^2 \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{9}{16}\right) = \frac{27}{16} \pi r^2 = 27\pi \text{ см}^2$$

2) Рассмотрим положение изображений лампочки после каждого  
изменения направления хода лучей



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдём параметр  $X$  - точки пересечения углового луча с линзой:

$$\frac{b}{OX} = \frac{h+l}{h} ; OX = b \frac{h}{h+l} = \frac{3}{4}z \cdot \frac{2h}{3h} = \frac{z}{2}$$

$$\text{Или } \frac{OX}{b'} = \frac{OS_3}{SS_3} ; b' = OX \frac{SS_3}{OS_3} = OX \cdot \frac{h-OS_3}{OS_3} = \frac{z}{2} \cdot \frac{3}{5}h \cdot \frac{5}{2h}$$

$$b' = \frac{3}{4}z$$

теперь найдём  $a'$ :

$$\frac{a}{a'} = \frac{OS^*}{S^*S} ; \frac{a}{a'} = \frac{h+l+l}{2(h+l)} ; a' = a \cdot \frac{2(h+0,5h)}{h+l}$$

$$= a \cdot \frac{3}{2}$$

$$S_2 = \bar{n} (a'^2 - b'^2) = \bar{n} z^2 \left( \frac{9}{4} - \frac{9}{16} \right) = \frac{27}{16} \bar{n} z^2 = 27 \bar{n} \text{ см}^2$$

Ответ: 1)  ~~$27 \bar{n}$~~  2)  ~~$27 \bar{n}$~~

$$\frac{a}{a'} = \frac{S^*Z}{S^*S} ; a' = a \frac{S^*S}{S^*Z} = a \frac{2(h+l)}{h+l} = 2a = 3z$$

$$S_2 = \bar{n} (a'^2 - b'^2) = \bar{n} z^2 \left( 9 - \frac{9}{16} \right) = 16 \bar{n} \cdot \left( 9 - \frac{9}{16} \right) = \bar{n} (9 \cdot 16 - 9) = 135 \bar{n} \text{ см}^2$$

Ответ: 1)  $27 \bar{n}$  2)  $135 \bar{n}$

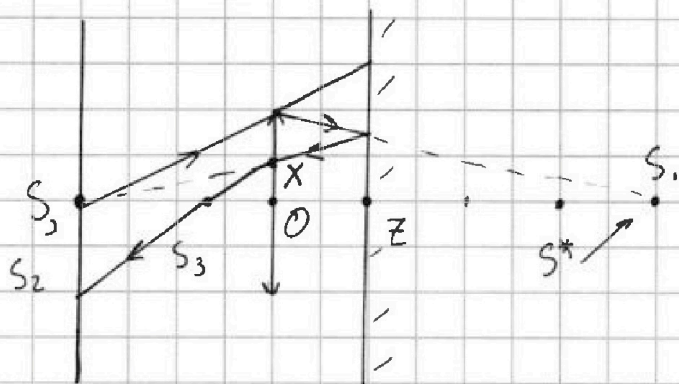


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$S$  - положение лампы

$S_1$  - положение I изображения при отсутствии зеркала

$S_2$  - положение отражённого изображения

$S_3$  - последнее изображение лампы

Заметим, что крайний луч, преломившись 2 раза в линзе, отклоняется на максимальный угол от горизонтали, поэтому он будет являться границей тени. Обозначим расстояние от оптической оси до пересечения граничного луча со стеной за  $b'$ .

Другой границей тени будет являться тот же луч, идущий чуть выше линзы. После отражения от зеркала он пойдёт так, будто он исходил от источника  $S^*$ . Обозначим расстояние от оптической оси до пересечения этого луча со стеной за  $a'$ .

$$z S_1 = z S_2 \Rightarrow z S_2 = f - l = 2h - \frac{h}{2} = \frac{3}{2} h$$

$$OS_2 = z S_2 - l = h$$

Найдём положение  $S_3$ :  $\frac{1}{f} = \frac{1}{OS_3} - \frac{1}{OS_2}$ ;  $\frac{1}{OS_3} = \frac{3}{2h} + \frac{1}{h} = \frac{5}{2h}$

$$OS_3 = \frac{2}{5} h$$

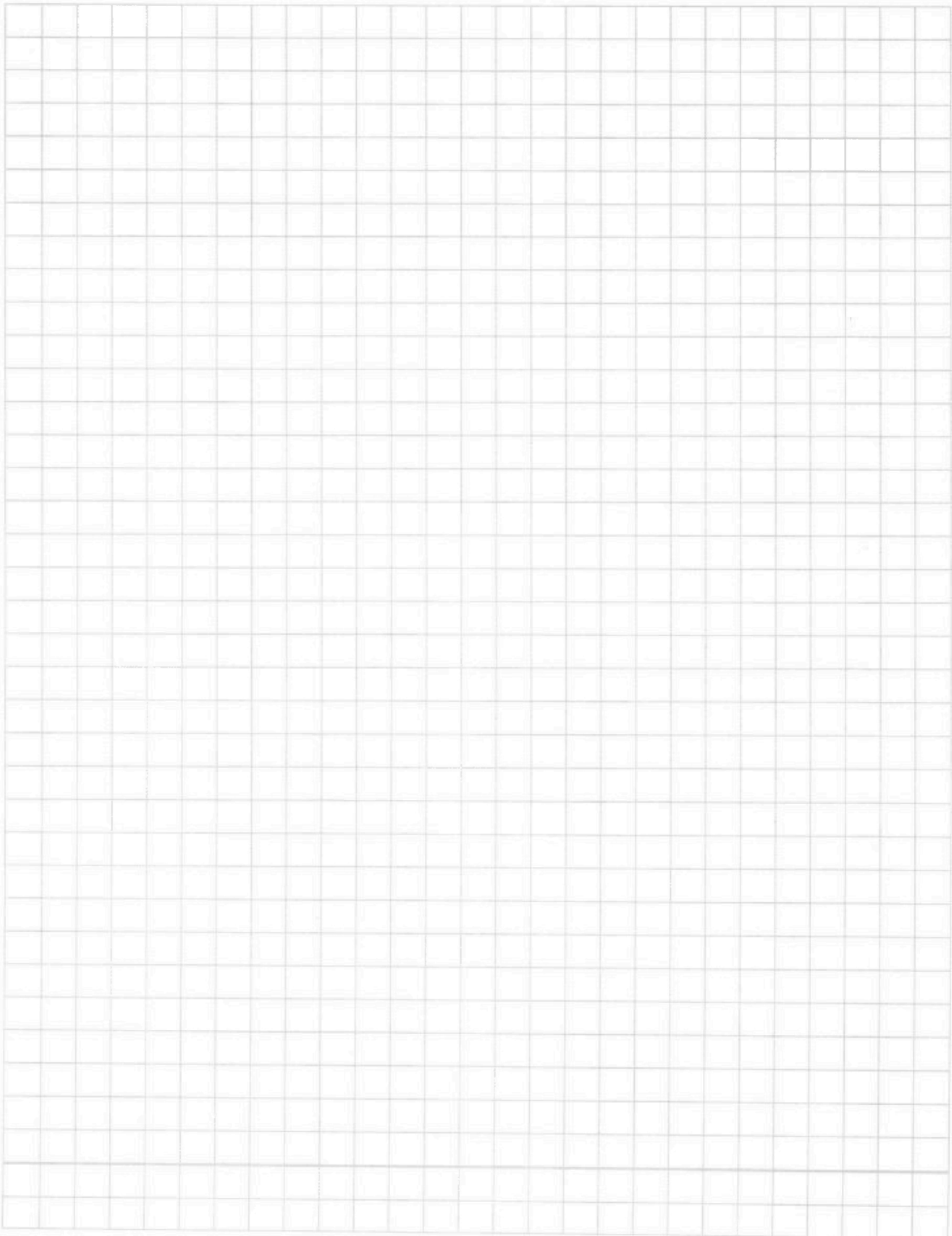


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

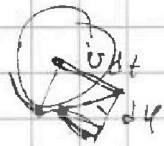
СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\Sigma M = \gamma E; \gamma = mR^2; \epsilon$$

$$F_{mp} R = mR^2 \epsilon; \epsilon = \frac{F_{mp}}{mR}; \epsilon = \frac{a}{R}; a = \frac{F_{mp}}{m}$$



$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 12 \\ \hline 34 \\ 17 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 135 \\ \hline 1485 \end{array}$$

$$\frac{4}{\frac{5}{2}} = \frac{16}{x}; x = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

$$245 - 8 - 237$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 12 \\ \hline 34 \\ 17 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$285$$

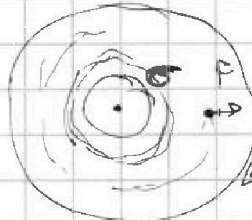
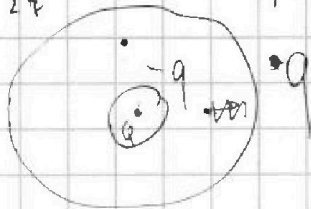
$$-0$$

$$E = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$$

$$\begin{array}{r} 237 \\ -21 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$79 \overline{) 17}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 17 \\ \hline 68 \end{array}$$



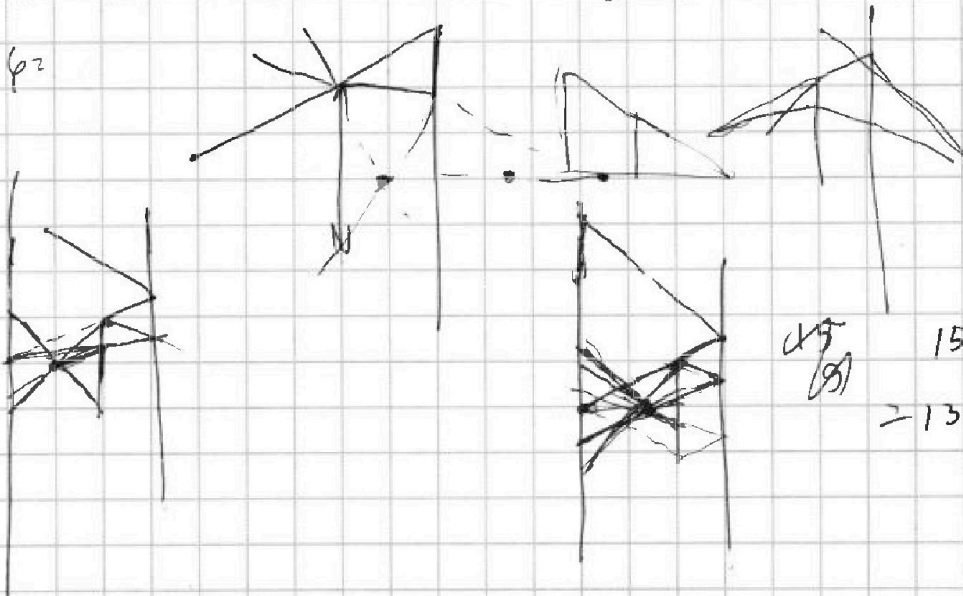
$$E = -\frac{d\varphi}{dx}$$

$$\varphi = -\int E dx = -\int k \frac{Q}{\epsilon x^2} dx = \frac{kQ}{\epsilon x}$$

$$\frac{kQ}{x^2} - \frac{kq}{x^2} = \frac{kQ}{\epsilon x^2}$$

$$Q - q = \frac{Q}{\epsilon}; q = Q \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}$$

$\varphi =$



$$\sqrt{9}$$

$$150 - 15^2$$

$$= 135$$