



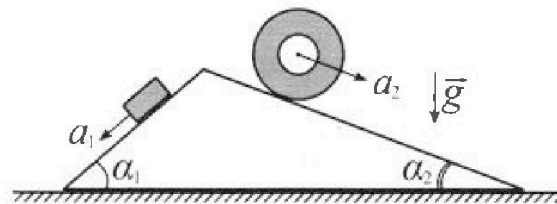
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-01



В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/13$ и скатывается без проскальзывания полый цилиндр массой $4m$ с ускорением $a_2 = 5g/24$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 5/13$, $\cos \alpha_2 = 12/13$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

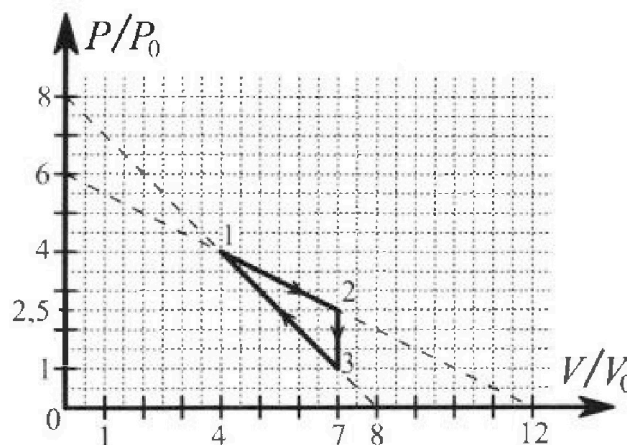


- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между цилиндром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P - объем и давление газа, V_0 и P_0 - некоторые неизвестные объем и давление.

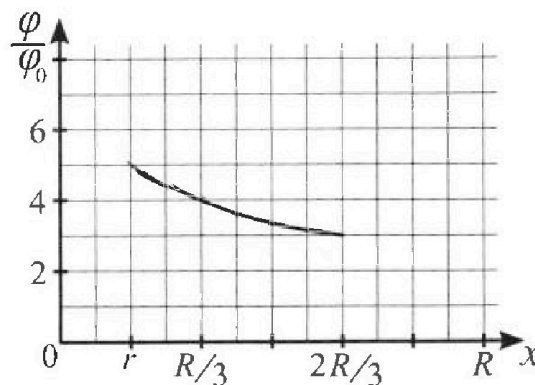
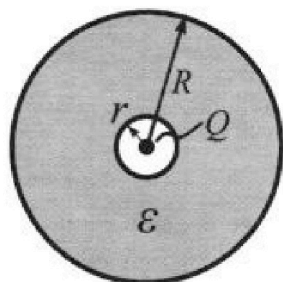
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 2-3 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 1.
- 3) Найдите КПД цикла.



Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.

3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = R/4$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .



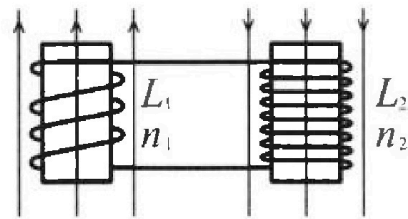
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2024

Вариант 11-01

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

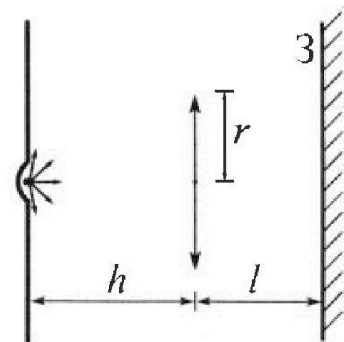


4. Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 4L$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 2n$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. Вначале тока в катушках нет.



- 1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушках, если в катушке с индуктивностью L_1 индукция внешнего поля начнет возрастать со скоростью $\Delta B / \Delta t = \alpha (\alpha > 0)$, а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?
- 2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $B_0/2$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $2B_0$ до $2B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

5. В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = h/2$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 3$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = 2h/3$ расположено параллельно стене плоское зеркало. 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[см^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

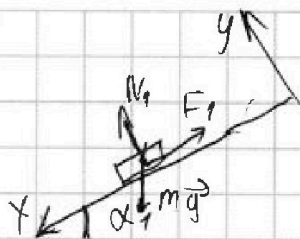


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1)



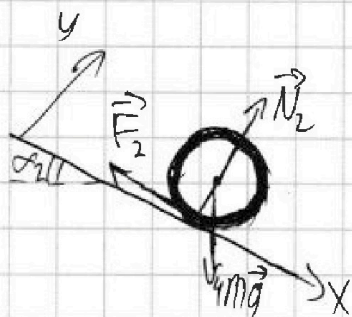
II закон Ньютона:

$$Oy: N_1 = mg \cos \alpha = mg \frac{4}{5}$$

$$Ox: ma_1 = mg \sin \alpha - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = mg \frac{39 - 25}{65} = \frac{14}{65} mg$$

2)



Ур-е моментов отн. Ц.М.

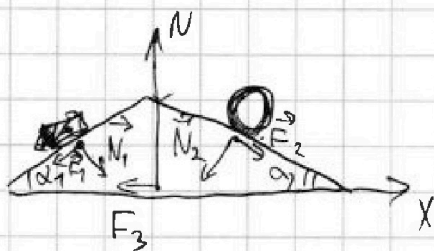
(имеем право записать, т.к. $M_{F_{\text{нп}}} = 0$ в Ц.М.)

$$J \varepsilon = F_2 R$$

$$4mR^2 \cdot \frac{a_2}{R} = F_2 R \Rightarrow F_2 = 4ma_2 = \frac{5}{6} mg$$

II закон Ньютона на Oy: $N_2 = 4mg \cos \alpha_2 = \frac{48}{13} mg$

3)



II закон Ньютона на OX:

$$0 = F_2 \cdot \cos \alpha_2 - N_2 \cdot \sin \alpha_2 + N_1 \cdot \sin \alpha_1 - F_3 \cdot \cos \alpha_1 - F_3$$

$$F_3 = \left(\frac{60}{6 \cdot 13} + \frac{12}{5^2} - \frac{240}{13^2} - \frac{56}{13 \cdot 5^2} \right) mg = \left(\frac{130 - 240}{13^2} + \frac{156 - 56}{13 \cdot 5^2} \right) mg =$$

$$2 \left(\frac{100}{13 \cdot 5^2} - \frac{110}{13^2} \right) mg = \left(\frac{1300 - 2750}{13^2 \cdot 25} \right) mg = -\frac{58}{13^2} mg = -\frac{58}{169} mg$$

(минус поворот в неверном направлении на рисунке)

Ответ: 1) $F_1 = \frac{14}{65} mg$; 2) $F_2 = \frac{5}{6} mg$;

3) $F_3 = \frac{58}{169} mg$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) (продолжение) А

$$3) \eta = \frac{A}{Q_+}$$

Q_+ - полная площадь под графиком

$$Q_+ = \frac{1}{2} (4p_0 + 2,5p_0) (7V_0 - 4V_0) = 3 \cdot 3,25 p_0 V_0 = 9,75 p_0 V_0$$

$$A = \frac{9}{4} p_0 V_0 \text{ (из п. 1)}$$

$$\eta = \frac{9}{39}$$

Ответ: 1) $\alpha = \frac{63}{9} = 7;$

2) $\beta = \frac{9}{8};$

3) $\eta = \frac{9}{39}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1}) pV = \nu RT$$

$$\text{В т. 2: } 2,5 p_0 \cdot 7V_0 = \nu RT_2 \quad (1)$$

$$\text{В т. 3: } p_0 \cdot 7V_0 = \nu RT_3 \quad (2)$$

$$(2) - (1) : \nu R (T_3 - T_2) = 7V_0 (2,5 p_0 - p_0)$$

$$\Delta T_{23} = \frac{21 p_0 V_0}{2 \nu R}$$

Т.к. газ идеальный и одноатомный:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$\Delta U_{23} = \frac{363}{4} p_0 V_0$$

Работа газа равна площади на графике, ограниченной "линиями процесса"

$$A = \frac{1}{2} (2,5 p_0 - p_0) \cdot (7V_0 - 4V_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 p_0 V_0 = \frac{9}{4} p_0 V_0$$

$$\alpha = \frac{\Delta U_{23}}{A} = \frac{363}{9} = 7$$

$$2) \text{ В т. (1) } 4 p_0 \cdot 4V_0 = \nu RT_1 \Rightarrow T_1 = 16 \frac{p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\text{В процессе 12: } p = 6 p_0 - \frac{1}{2} p_0 \left(\frac{V}{V_0} \right)$$

$$pV = \left(6 p_0 - \frac{1}{2} p_0 \left(\frac{V}{V_0} \right) \right) V = p_0 \left(6V - \frac{1}{2V_0} V^2 \right) = \nu RT$$

Зависимость - парабола ветвями вверх $\Rightarrow T_{\max}$ при

$$V = -\frac{b}{2a} = 6 V_0 \Rightarrow T_{\max} = \frac{p_0 (36 V_0^2 - \frac{1}{2V_0} 36 V_0^2)}{\nu R} = \frac{18 p_0 V_0}{\nu R}$$

$$\beta = \frac{T_{\max}}{T_1} = \frac{9}{8}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

③ ~~Из графика $\epsilon = \frac{R}{6}$, но поскольку на уточняющем вопросе уже ответили "о/к" рассмотрим случай~~

~~$r > \frac{R}{4}$~~

~~$r < \frac{R}{4} : \infty$~~

1) $\varphi = + \int_x^R E(r) dr = +kQ \left(\int_x^R \epsilon \frac{dr}{r^2} + \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \right) = -kQ \left(\frac{\epsilon}{R} - \frac{\epsilon}{x} + \frac{1}{R} \right)$

При $x = \frac{R}{4}$

$$\varphi = -kQ \left(\frac{4\epsilon}{R} - \frac{\epsilon}{R} + \frac{1}{R} \right) = -(3\epsilon + 1) \frac{kQ}{R}$$

2) $\varphi\left(\frac{R}{3}\right) = -(2\epsilon + 1) \frac{kQ}{R}$

$$\varphi\left(\frac{2R}{3}\right) = kQ \frac{1,5\epsilon - \epsilon + 1}{R} = -\left(\frac{\epsilon}{2} + 1\right) \frac{kQ}{R}$$

$$\frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{\varphi\left(\frac{R}{3}\right)}{\varphi\left(\frac{2R}{3}\right)} = \frac{2\epsilon + 1}{\frac{\epsilon}{2} + 1} = \frac{4}{3} \quad (\text{из графика})$$

$$6\epsilon + 3 = 2\epsilon + 4$$

$$4\epsilon = 1$$

$$\epsilon = 0,25$$

ОТВЕТ: 1) $\varphi\left(\frac{R}{4}\right) = -(3\epsilon + 1) \frac{kQ}{R}$

2) $\epsilon = 0,25$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{4} \quad \mathcal{E}_{ind} = n_1 S \frac{dB}{dt} = \alpha n_1 S$$

По II правилу УЗ ур-я обхода:

$$\mathcal{E}_{ind} = L_1 \frac{dI_1}{dt} + L_2 \frac{dI_2}{dt}$$

Т.к. току деться некуда $I_1 = I_2 = I$

$$\mathcal{E}_{ind} = (L_1 + L_2) \dot{I} = \alpha n_1 S$$

$$\dot{I} = \frac{\alpha n_1 S}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha n S}{L_1 + L_2}$$

2) Т.к. ^{векторы} нормали к ~~площадям~~ катушки в обоих

случаях сонаправлены ~~и~~ магнитной индукции:

(и противоположны её изменению)

обе \mathcal{E}_{ind} будут иметь одинаковый знак.

Уз ур-я обхода:

$$n_1 S \frac{dB_1}{dt} + n_2 S \frac{dB_2}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{dI}{dt}$$

$$S(n_1 dB_1 + n_2 dB_2) = (L_1 + L_2) dI \quad \text{суммируем}$$

$$\Delta I = \frac{S}{L_1 + L_2} (n_1 \Delta B_1 + n_2 \Delta B_2)$$

А т.к. $I_0 = 0$

$$\bar{I} = \frac{S}{L_1 + L_2} \left(\frac{n B_0}{2} + \frac{8n B_0}{3} \right) = \frac{S}{L_1 + L_2} \frac{3n B_0 + 16n B_0}{6} = \frac{19n B_0 S}{6(L_1 + L_2)}$$

Ответ: 1) $\dot{I} = \frac{\alpha n S}{L_1 + L_2}$

$$2) \bar{I} = \frac{19}{6} \frac{n B_0 S}{L_1 + L_2}$$



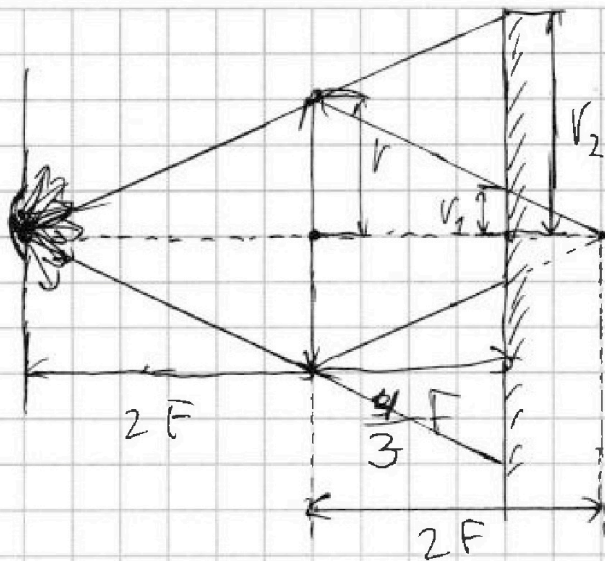
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

5) 1)



$$F = \frac{h}{2} \Rightarrow h = 2F$$

$$l = \frac{2}{3}h \Rightarrow l = \frac{4}{3}F$$

Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$$

3-и отражения:

Угол падения равен углу отражения

Из ф-лы тонкой линзы следует, что изображение источника будет на расстоянии $2F$ от линзы.

Из подобных треугольников: ~~$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2F}{2F} \Rightarrow r_1 = r_2 = 4F$~~
~~Свет, прошедший мимо~~ $\frac{r_1}{r} = \frac{2F}{2F+l} \Rightarrow r_1 = \frac{1}{3}r = 1 \text{ см}$
 Свет, прошедший мимо линзы также освещает зеркало.

Также из подобных треугольников:

$$\frac{r}{r_2} = \frac{2F}{2F+l} \Rightarrow r_2 = \frac{5}{3}r = 5 \text{ см}$$

Неосвещенная площадь

$$S_1 = \pi r_2^2 - \pi r_1^2 = \pi (25 - 1) \text{ см}^2 = 24\pi \text{ см}^2$$

2) Построим рисунок



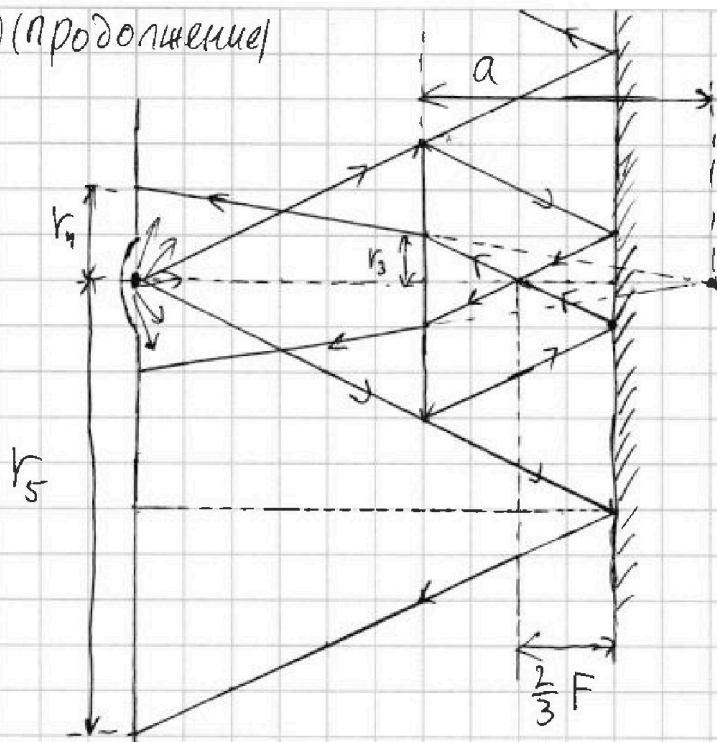
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2) 5) (продолжение)



После отражения в зеркале преломлённые лучи пересекутся на расстоянии $\frac{2}{3}F$ от зеркала (расстояние, которое они не дошли до пересечения перед отражением).

Ф-ла тонкой линзы:

$$\frac{1}{L - \frac{2}{3}F} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} \Rightarrow a = -2F \text{ - изображение будет}$$

мнимым.

Из равных треугольников: $r_3 = r_1 = 1 \text{ см}$

Из подобных треугольников: $\frac{r_4}{r_3} = \frac{h + |a|}{|a|} \Rightarrow r_4 = 2r_3 = 2 \text{ см}$

Из трёх больших равных треугольников (с катетами r_2 и $h + l$): $r_5 = 2r_2 = 10 \text{ см}$

Освещённая площадь стены:

$$S_2 = \pi r_5^2 - \pi r_4^2 = \pi(100 - 4) \text{ см}^2 = 96\pi \text{ см}^2$$

Ответ: 1) $S_1 = 24\pi \text{ см}^2$; 2) $S_2 = 96\pi \text{ см}^2$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{2} \Delta u = \frac{3}{2} \rho_0 \Delta T = -\frac{3}{2} \rho_0 \Delta T \left(\frac{5}{2} \rho_0 V_0 - \rho_0 V_0 \right) = \frac{63}{4} \rho_0 V_0$$
$$Q_{\pm} = \frac{1}{2} 3V_0 (6,5 p_0) = \frac{1}{4} 3 \cdot 13 \rho_0 V_0 = \frac{39}{4} \rho_0 V_0$$

$T \sim p$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ЧЕРНОБЛК

$$\frac{1}{2F} + \frac{1}{2F} = \frac{1}{F} - \frac{2750}{1300}$$

$$L = \frac{2}{3}n = \frac{4225}{37200} \cdot X^n = \frac{1}{n+1} X^{n+1}$$

$$\frac{3}{2F} + \frac{1}{a} = \frac{1}{F} \quad \int x = \frac{x^2}{2} \quad 4 \left(\frac{5}{13} - \frac{5}{24} \right)$$

$$\frac{1}{a} = \frac{2}{2F} - \frac{3}{2F} = -\frac{1}{2F}$$

$$\frac{3}{5} + X = \frac{5}{13}$$

$$\frac{3}{2F} - \frac{1}{2F}$$

$$7 \cdot 1,5 = 7 + 3,5 = 10,5 \quad X = \frac{3}{5} - \frac{5}{13} = \frac{39-25}{65} = \frac{14}{65}$$

$$\frac{14}{65} \cdot \frac{4}{5} = \frac{56}{325}$$

$$\frac{49}{13} \cdot \frac{5}{13} = \frac{240}{169}$$

$$\begin{array}{r} 325 \overline{) 25} \\ \underline{25} \\ 75 \end{array}$$

$$\frac{\psi_1 - \psi_2}{\psi_0} = \sum \frac{\frac{5}{r} - \frac{1}{13}}{\frac{1}{r} + \frac{2}{R-r} + \frac{1}{X-r}}$$

$$\frac{20}{240}$$

$$\frac{130+240}{169} = \frac{360}{169}$$

$$\frac{3 \cdot 13}{4} = \frac{39}{4}$$

$$\left(-\frac{1}{2v_0} v^2 + 6v \right) v = \frac{26}{156}$$

$$= \frac{1}{2v_0} v + 6 = 0 \Rightarrow v = 6v_0$$

$$\psi = \psi(r) + \frac{\epsilon k Q}{x-r}$$

$$\psi_0 = \psi(r) + \frac{\epsilon k Q}{R-r} + \frac{k Q}{x-R}$$

$$\frac{k Q}{r} + \frac{\epsilon k Q}{R-r} + \frac{k Q}{x-R}$$

$$\psi_1 - \psi_2 = \frac{\epsilon k Q}{x_1-r} - \frac{\epsilon k Q}{x_2-r} =$$

$$= \epsilon k Q \left(\frac{1}{x_1-r} - \frac{1}{x_2-r} \right)$$



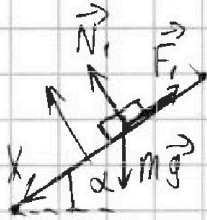
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) 1)



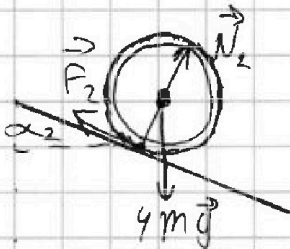
II закон Ньютона:

$$Oy: N_1 = mg \cos \alpha_1 = \frac{4}{5} mg$$

$$Ox: ma_1 = mg \sin \alpha_1 - F_1$$

$$F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg \left(\frac{3}{5} - \frac{5}{13} \right) = \frac{14}{65} mg$$

2)



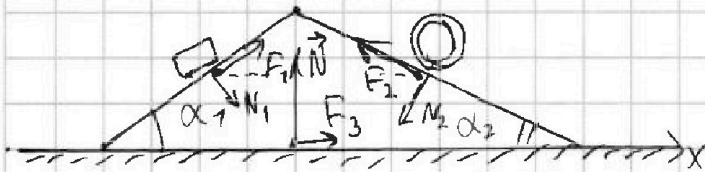
Запишем уравнение моментов отн. ц.м. (имеем право, т.к.

$$M_{ц.м.} = 0)$$

$$\dot{\omega} J = F_2 \cdot R + N \cdot 0 + mg \cdot 0$$

$$\frac{a_2}{R} \cdot 4mR^2 = F_2 \cdot R \Rightarrow F_2 = 4ma_2 = \frac{5}{6} mg$$

3)



Аналогично N_1 :

$$N_2 = 4mg \cos \alpha_2 = \frac{48}{13} mg$$

II закон Ньютона:

$$Ox: 0 = F_1 \cos \alpha_1 + N_1 \sin \alpha_1 + F_3 - F_2 \sin \alpha_2 - N_2 \cos \alpha_2 - F_2 \cos \alpha_2 - N_2 \sin \alpha_2$$

$$F_3 = \frac{56}{325} mg + \frac{12}{25} mg - \frac{28}{13} mg - \frac{246}{769} mg = \left(\frac{1728}{325} - \frac{360}{769} \right) mg$$