



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

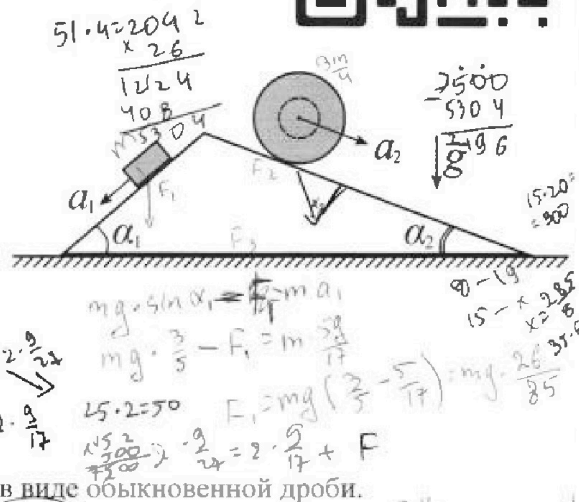


В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.

1. С клина, находящегося на шероховатом горизонтальном столе, соскальзывает брусок массой m с ускорением $a_1 = 5g/17$ и скатывается без проскальзывания полый шар массой $9m/4$ с ускорением $a_2 = 8g/27$ (см. рис.). Клин остается в покое. Углы наклона поверхностей клина к горизонту α_1 ($\sin \alpha_1 = 3/5$, $\cos \alpha_1 = 4/5$) и α_2 ($\sin \alpha_2 = 8/17$, $\cos \alpha_2 = 15/17$). Направления всех движений лежат в одной вертикальной плоскости.

- 1) Найти силу трения F_1 между бруском и клином.
- 2) Найти силу трения F_2 между шаром и клином.
- 3) Найти силу трения F_3 между столом и клином.

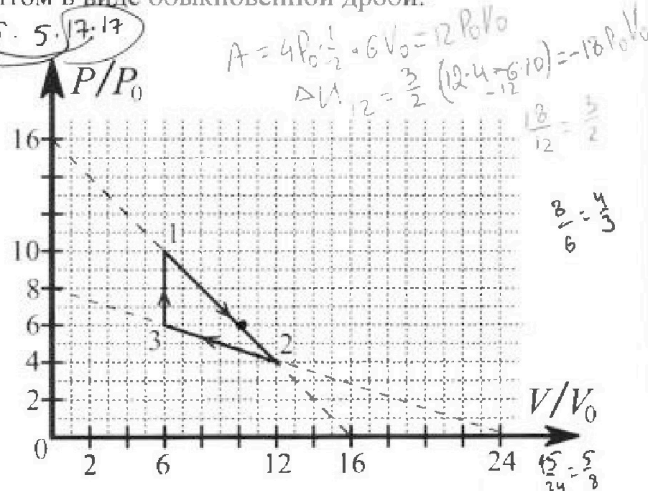
Каждый ответ выразить через m и g с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.



2. С идеальным одноатомным газом совершают циклический процесс 1-2-3-1. На рисунке представлена зависимость P/P_0 от V/V_0 . Здесь V и P — объем и давление газа, V_0 и P_0 — некоторые неизвестные объем и давление.

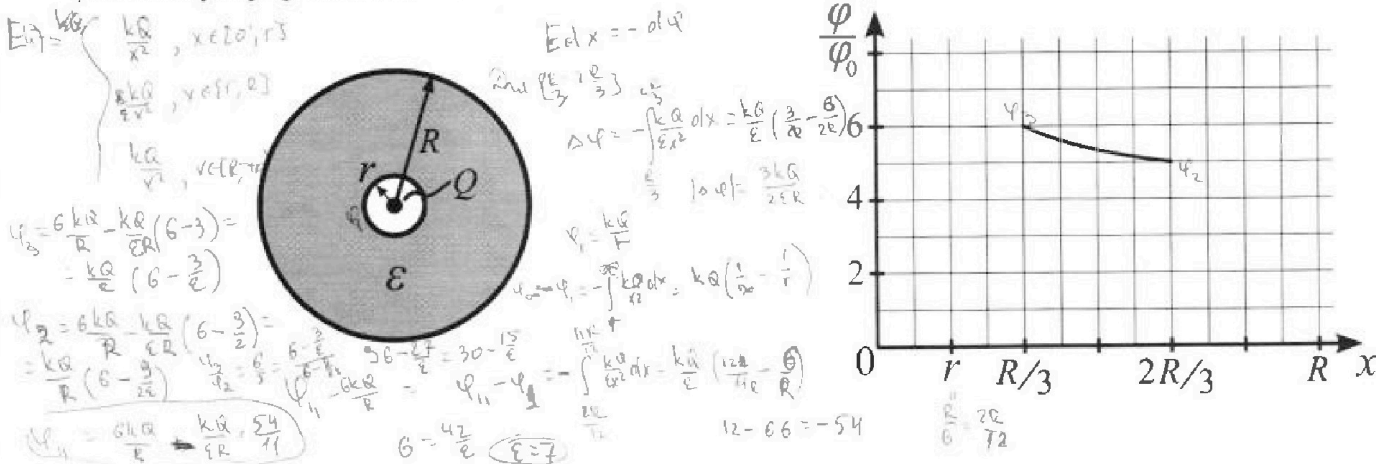
- 1) Найдите отношение модуля приращения внутренней энергии газа в процессе 1-2 к работе газа за цикл.
- 2) Найдите отношение максимальной температуры газа в процессе 1-2 к температуре газа в состоянии 3.
- 3) Найдите КПД цикла.

Ответы выразите числом в виде обыкновенной дроби или целого числа.



3. В центре полого шара с диэлектрической проницаемостью ϵ и радиусами поверхностей r и R находится шарик с зарядом Q (см. рис.). Известна графическая зависимость потенциала φ электрического поля внутри диэлектрика от расстояния x от центра полого шара в интервале изменений x от $R/3$ до $2R/3$ (см. рис.). Здесь φ_0 — потенциал в некоторой точке вне шара. Потенциал в бесконечно удаленной точке принят равным нулю.

- 1) Считая известными r , R , Q , ϵ , найти аналитическое выражение (в виде формулы) для потенциала внутри диэлектрика при $x = 11R/12$.
- 2) Используя график, найти численное значение ϵ .

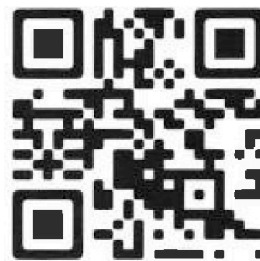




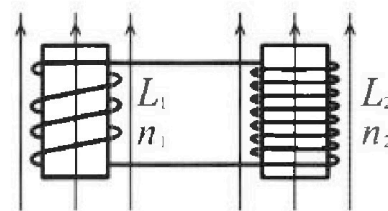
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2024

Вариант 11-04

В ответах всех задач допустимы обыкновенные дроби
и радикалы.



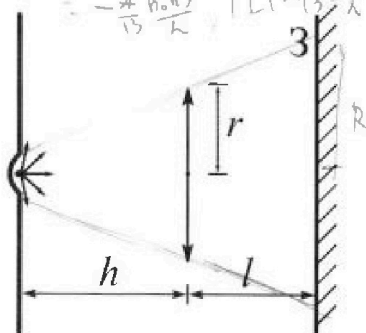
Две катушки с индуктивностями $L_1 = L$ и $L_2 = 9L/4$ и числами витков $n_1 = n$ и $n_2 = 3n/2$ помещены во внешние однородные магнитные поля с постоянными во времени индукциями (см. рис.). Площадь витка каждой катушки S . Индукции внешних полей направлены перпендикулярно плоскостям витков катушек. Катушки находятся достаточно далеко друг от друга. Омическое сопротивление катушек и соединительных проводов пренебрежимо мало. В начале тока в катушках нет.



1) С какой скоростью (по модулю) начнет изменяться ток в катушке с индуктивностью L_1 , если индукция внешнего поля начнет уменьшаться со скоростью $\Delta B / \Delta t = -\alpha$ ($\alpha > 0$), а во второй катушке внешнее поле останется неизменным?

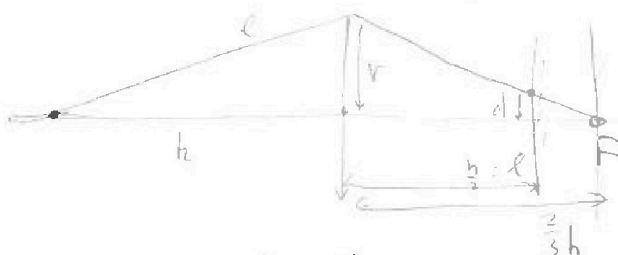
2) За некоторое время индукция внешнего поля в катушке с индуктивностью L_1 уменьшилась от B_0 до $3B_0/4$, не изменив направления, а в катушке с индуктивностью L_2 индукция внешнего поля уменьшилась от $4B_0$ до $8B_0/3$, не изменив направления. Внешние поля в катушках изменялись неравномерно. Найти ток (по модулю) в катушках к концу изменения внешних полей. Ответ дать с числовым коэффициентом в виде обыкновенной дроби.

В стене сделана небольшая выемка, внутри которой находится маленькая лампочка так, что прямой свет от лампочки на стену не попадает (см. рис.). Справа от лампочки на некотором расстоянии h расположена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 2h/3$. Главная оптическая ось линзы горизонтальна и проходит через лампочку. Радиус линзы $r = 4$ см. Справа от линзы на расстоянии $l = h/2$ расположено параллельно стене плоское зеркало 3. Считать, что свет, идущий мимо линзы, проходит плоскость линзы беспрепятственно. Размеры стены и зеркала намного больше размеров линзы.



- 1) Найдите площадь неосвещенной части зеркала.
- 2) Найдите площадь неосвещенной части стены.

Ответы дайте в $[\text{см}^2]$ в виде $\gamma\pi$, где γ - целое число или простая обыкновенная дробь.



$$\frac{r}{F} = \frac{d}{F-l} \Rightarrow d = r \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) = r \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) = r \cdot \frac{1}{6} = \frac{r}{6}$$

$$\frac{R}{h+l} = \frac{r}{h} \Rightarrow R = r \cdot \frac{h+l}{h} = r \cdot \frac{1+\frac{1}{2}}{1} = \frac{3}{2}r$$

$$S = \pi r^2 \left(\frac{9}{16} - \frac{1}{16} \right) = \pi r^2 \cdot \frac{35}{16} = \pi \cdot 16 \text{ см}^2 \cdot \frac{35}{16} = 35\pi \text{ (см}^2\text{)}$$

$$\frac{1}{h} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2h} = \frac{2}{2h} + \frac{1}{2x} = \frac{3}{2h} \quad \frac{1}{x} = \frac{1}{2h} \quad x = 2h$$

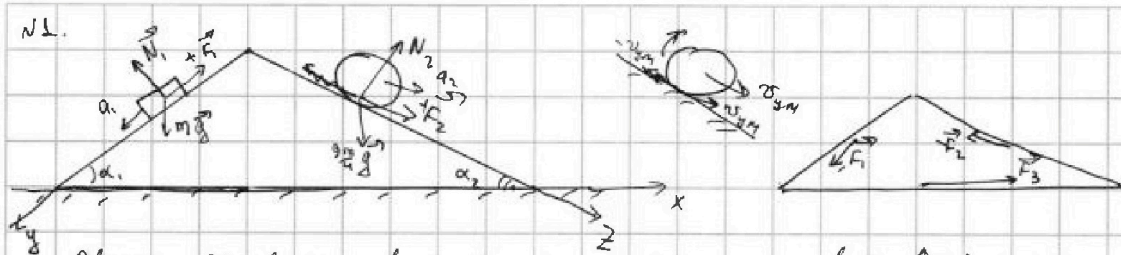


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Введем Ox вдоль левой пов-ти клина, Oz - вдоль правой, Oy вдоль нижней (ст. рн.)

На брусок действуют: сила тяжести mg (вниз), сила норм. реакции N_1 ($\perp O_1$), сила трения $F_1 \uparrow \perp O_1$ $\Rightarrow$ по 2-з. Ньютона в проекции на Ox : $ma_1 = mg \cdot \sin \alpha_1 - F_1$
 $\Rightarrow F_1 = m(g \sin \alpha_1 - a_1) = mg(\frac{2}{5} - \frac{5}{17}) = mg \cdot \frac{26}{85} = mg \cdot \frac{26}{5 \cdot 17}$

F_2' - проекция F_2 на Oz

~~Т.к. шар движется без проскальзывания, то касательная точка имеет нулевую скорость. При этом скорости (как ускорение) центра (масс) шара направлены вниз по склону $\Rightarrow$ скорость касательной точки отн. к ш. шару направлена 'вверх' по склону. Таким образом, сила трения препятствует проскальзыванию этой точки вверх $\Rightarrow$ сила F_2 $\uparrow \perp O_2$. Кроме того, на шар действуют сила норм. реакции N_2 ($\perp O_2$) и сила тяжести $\frac{9m}{4}g$ (вниз) $\Rightarrow$ по 2-з. Ньютона в проекции на Oz :~~
~~Т.о. движение ш. м.~~

$$\frac{9m}{4}a_2 = \frac{9m}{4}g \cdot \sin \alpha_2 + F_2' \Rightarrow F_2' = \frac{9m}{4}g(\frac{8}{27} - \frac{8}{17}) = mg \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{8 \cdot (17-27)}{27 \cdot 17} = -\frac{20mg}{51} \Rightarrow |F_2| = \frac{20mg}{51}$$

По 3-з. Ньютона на клин действуют силы $-F_1$ и $-F_2$.

Кроме того, вертикальные силы тяжести и норм. реакции стола, а также горизонтальная сила F_3 . Т.к. клин покоится,

$$F_{3x} + (-F_1)_x + (-F_2)_x = 0 \Rightarrow F_{3x} = F_{1x} + F_{2x}$$

$$F_{3x} = mg \cdot \frac{26}{5 \cdot 17} \cdot \cos \alpha_1 + F_2' \cdot \cos \alpha_2 = mg \cdot \frac{26}{5 \cdot 17} \cdot \frac{4}{5} - mg \cdot \frac{20}{3 \cdot 17} \cdot \frac{15}{17}$$

$$F_{3x} = mg \cdot \frac{26 \cdot 4 \cdot 51 - 25 \cdot 20 \cdot 15}{4335} = mg \cdot \frac{5304 - 7500}{4335} = -mg \cdot \frac{2196}{4335}$$

$$\text{Ответ: } 1) F_1 = mg \cdot \frac{26}{85}; 2) F_2 = \frac{20mg}{51}; 3) F_3 = mg \cdot \frac{2196}{4335}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2.

- 1) Работа газа в цикле соответствует площади на графике $P(V)$, ограниченной этим циклом. В данном случае ~~или~~ P_0 и $V_0 \Rightarrow$ надо площадь выразить на $P_0 V_0$.
Цикл - трапеция. Его основание $(10 \frac{P_0}{V_0} - 6 \frac{P_0}{V_0}) = 4 \frac{P_0}{V_0}$, высота $(12 - 6) \frac{P_0}{V_0} = 6 \frac{P_0}{V_0}$
 $\Rightarrow$ Работа газа за весь цикл $A = \frac{1}{2} \cdot P_0 V_0 \cdot 4 \cdot 6 = 12 P_0 V_0$.

В состоянии 2 внутренняя энергия газа $U_2 = \frac{3}{2} \cdot 4 P_0 \cdot 12 V_0$, в 1: $U_1 = \frac{3}{2} \cdot 10 P_0 \cdot 6 V_0$
 $\Rightarrow |U_{12}| = |U_2 - U_1| = \frac{3}{2} P_0 V_0 \cdot (4 \cdot 12 - 6 \cdot 10) = 18 P_0 V_0$.

$$\frac{|U_{12}|}{A} = \frac{18 P_0 V_0}{12 P_0 V_0} = \frac{3}{2} = 1,5$$

- 2) В состоянии 3 по ур. Менделеева-Клапейрона $6 P_0 \cdot 6 V_0 = \nu R T_3$ (ν - кол-во газа, T_3 - темп. в состоянии 3)
 $\Rightarrow T_3 = 36 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$

Процесс 1-2 описывается как $\frac{P}{P_0} = 16 - \frac{V}{V_0}$ (из графика); или $P = P_0 (16 - \frac{V}{V_0})$

По УРС для газа в произв. моменте $pV = \nu RT \Rightarrow T = \frac{1}{\nu R} \cdot pV$

Для процесса 1-2 $T = \frac{1}{\nu R} \cdot P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) \cdot V$. $\Rightarrow T(V)$ - парабола ветви вниз $\Rightarrow$ на этой прямой макс. T при $V = -\frac{16}{-2} \cdot V_0 = 8 V_0$. $8 V_0$ лежит в процессе 1-2 ($6 < 8 < 12$) $\Rightarrow$ в процессе 1-2 $T_{\max} = \frac{1}{\nu R} \cdot P_0 \cdot 8 V_0 (16 - 8)$
 $T_{\max} = 64 \frac{P_0 V_0}{\nu R}$. $\frac{T_{\max}}{T_3} = \frac{64}{36} = \frac{16}{9} = \underline{\underline{\frac{16}{9}}}$

- 3) КПД цикла $\eta = \frac{A}{Q_+}$, где Q_+ - подведенное к газу тепло.

В процессе 3-1 по I началу термодинамики $\delta Q_3 = \frac{3}{2} (p dV + V dp) + p dV = \frac{3}{2} \cdot 6 V_0 \cdot dp > 0$
 $\Rightarrow$ на всем процессе 3-1 $Q_3 = Q_3 = 9 V_0 \cdot (10 - 6) P_0 = 36 P_0 V_0 > 0$, тепло только подводится.

В процессе 1-2 $P = P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) \Rightarrow$ по I началу $\delta Q_{12} = \frac{3}{2} \cdot (P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) dV + V \cdot (-\frac{P_0}{V_0} dV) + P_0 (16 - \frac{V}{V_0}) dV$
 $\Rightarrow dP = -dV \cdot \frac{P_0}{V_0}$

$\delta Q_{12} = P_0 (40 dV - 4 \frac{V dV}{V_0}) = 4 P_0 \cdot dV (10 - \frac{V}{V_0})$. В процессе 1-2 $dV > 0$, $P_0 > 0 \Rightarrow \delta Q_{12} > 0$

тогда и только тогда, когда $10 - \frac{V}{V_0} > 0 \Leftrightarrow V < 10 V_0$. $\Rightarrow$ Подведенное к газу тепло

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \cdot (6 P_0 \cdot 10 V_0 - 10 P_0 \cdot 6 V_0) + \frac{10 P_0 \cdot 16 V_0}{2} \cdot (10 V_0 - 6 V_0) = 32 P_0 V_0$$

В процессе 2-3 $P = P_0 (8 - \frac{24}{3} \frac{V}{V_0}) = P_0 (8 - \frac{8}{V_0} V) \Rightarrow$ по I началу термодинамики $\delta Q_{23} = \frac{5}{2} P_0 dV + \frac{3}{2} V dP$
 $\Rightarrow dP = -dV \cdot \frac{P_0}{3 V_0}$

$$\delta Q_{23} = \frac{5}{2} \cdot P_0 \cdot (8 - \frac{8}{3} \frac{V}{V_0}) dV + \frac{3}{2} V \cdot (-dV \cdot \frac{P_0}{3 V_0}) = P_0 dV (20 - \frac{5}{6} \frac{V}{V_0} - \frac{3}{6} \frac{V}{V_0}) = P_0 dV (20 - \frac{4}{3} \frac{V}{V_0}) = 4 P_0 dV (15 - \frac{V}{3 V_0})$$

Здесь $dV < 0$, $P_0 > 0 \Rightarrow \delta Q_{23} > 0$ при $15 - \frac{V}{3 V_0} > 0$, $V < 15 V_0$. В нашем процессе не реализуется

$$\Rightarrow Q_+ = Q_{12} + Q_{31} = (32 + 36) P_0 V_0 = 68 P_0 V_0$$

$$\eta = \frac{12 P_0 V_0}{68 P_0 V_0} = \frac{6}{34} = \frac{3}{17}$$

Ответ: 1) $\frac{3}{2}$; 2) $\frac{16}{9}$; 3) $\frac{3}{17}$.



1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐ ☐

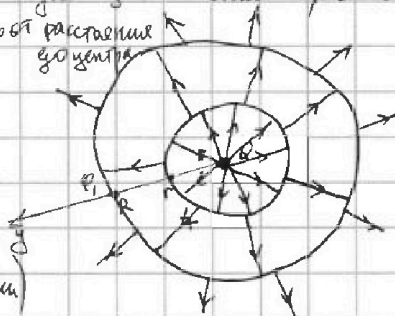
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3. Т.к. система симметрична, эл. поле (заряда) тоже будет исходить из него симметрично во все стороны (радиально) $\Rightarrow$ напряженность и потенциал зависят только от расстояния до центра.
Введём ось y с началом в заряде. Тогда в любой точке на этой оси напряженность направлена вдоль оси и равна

$$E_y = \begin{cases} \frac{kQ}{y^2} & , 0 < y < R \text{ или } y > R \\ \frac{kQ}{\varepsilon y^2} & , r < y < R \end{cases}$$

(y - раст. до заряда Q , центр симметрии)



Также верно для точек на оси $d\varphi = -E_y dy$

Пусть φ_1 - потенциал на бесконечности $\Rightarrow \varphi_1 = \frac{kQ}{R}$, т.к. $-(\varphi_1 - \varphi(\infty)) = -\int_R^\infty \frac{kQ}{y^2} dy$
 $\Rightarrow \varphi_1 = kQ \cdot \left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{R} \right) \Rightarrow \varphi_1 = \frac{kQ}{R}$

φ_1 - потенциал на расстоянии $x=y = \frac{11R}{12} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{\frac{11R}{12}}^R \frac{kQ}{\varepsilon y^2} dy = \frac{kQ}{\varepsilon} \left(\frac{1}{R} - \frac{12}{11R} \right) = -\frac{kQ}{11\varepsilon R}$
 $\Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{kQ}{11\varepsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\varepsilon} \right)$, где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

Аналогично найдём потенциал при $x = \frac{2R}{3}$: $\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{\frac{2R}{3}}^R \frac{kQ}{\varepsilon y^2} dy = \frac{kQ}{\varepsilon R} \left(1 - \frac{3}{2} \right) = -\frac{kQ}{2\varepsilon R}$
 $\Rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 + \frac{kQ}{2\varepsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{2\varepsilon} \right)$

и при $x = \frac{R}{3}$: $\varphi_1 - \varphi_3 = -\int_{\frac{R}{3}}^R \frac{kQ}{\varepsilon y^2} dy = \frac{kQ}{\varepsilon R} (1 - 3) = -\frac{2kQ}{\varepsilon R}$
 $\Rightarrow \varphi_3 = \varphi_1 + \frac{2kQ}{\varepsilon R} = \frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{2}{\varepsilon} \right)$

из графика: $\frac{\varphi_3}{\varphi_0} = 6$; $\frac{\varphi_2}{\varphi_0} = 5 \Rightarrow \frac{\varphi_3}{\varphi_2} = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{1 + \frac{2}{\varepsilon}}{1 + \frac{1}{2\varepsilon}} = \frac{6}{5}$

$\Rightarrow 5 + \frac{10}{\varepsilon} = 6 + \frac{3}{\varepsilon} \Rightarrow \frac{7}{\varepsilon} = 1$, $\varepsilon = 7$

из графика $r = \frac{R}{6}$

Ответ: 1) $\frac{kQ}{R} \left(1 + \frac{1}{11\varepsilon} \right)$; 2) $\varepsilon = 7$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4. Две катушки из катушек по II пр. Кирхгофа. ЗАС $\mathcal{E} = I \cdot R \Rightarrow 0$, т.к. $R \Rightarrow 0$
 $\Rightarrow \mathcal{E} = 0$

Но $\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_1}{dt} - \frac{d\Phi_2}{dt}$ ($\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ — ЭДС индукции в катушках,
 Φ_1, Φ_2 — потоки через них при входе по полю)
 $\Rightarrow \frac{d\Phi_1}{dt} + \frac{d\Phi_2}{dt} = 0 \Rightarrow$ суммарный поток через катушки $\Phi_0 = \Phi_1 + \Phi_2 = \text{const}$

I — ток в контуре, B_1 — поле через 1 катушку, B_2 — через вторую. (в направлении по часовой стрелке)
 В исходном состоянии $\Phi_0 = B_{10} \cdot S \cdot n_1 + B_{20} \cdot S \cdot n_2$
 ($B_{10} = B_0$, $B_{20} = 4B_0$ по условию пункта 2 — начальное магн. поле)

В произвольный момент $\Phi_0 = B_1 \cdot S \cdot n_1 + L_1 \cdot I - B_2 \cdot S \cdot n_2 + L_2 \cdot I$
 $\Rightarrow \frac{d\Phi_0}{dt} = 0 = \dot{B}_1 \cdot S n_1 + (L_1 + L_2) \dot{I} - \dot{B}_2 \cdot S n_2$

$$1) \dot{B}_2 = 0, \dot{B}_1 = -\alpha \Rightarrow -\alpha S n_1 + (L_1 + L_2) \dot{I} = 0, \quad \dot{I} = \frac{\alpha S n_1}{L_1 + L_2} = \frac{\alpha S n}{L + \frac{2}{3}L} = \frac{4}{13} \frac{\alpha S n}{L}$$

$$2) \Phi_0 = B_0 \cdot S \cdot n_1 - 4B_0 \cdot S \cdot n_2 = B_0 S n (1 - 4 \cdot \frac{3}{2}) = -5B_0 S n$$

$$\Phi_0 = \frac{2}{3} B_0 S n_1 - \frac{8B_0}{3} S n_2 + (L_1 + L_2) \cdot I = B_0 S n (\frac{2}{3} - \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2}) + L \cdot (1 + \frac{2}{3}) I$$

$$\Rightarrow -5B_0 S n = -\frac{13}{3} B_0 S n + \frac{5}{3} L I \Rightarrow I = \frac{4}{13} \frac{B_0 S n}{L} \cdot (\frac{13}{4} - 5) = -\frac{7}{13} \frac{B_0 S n}{L}$$

$$|I| = \frac{7}{13} \frac{B_0 S n}{L}$$

Ответ: 1) $\frac{4}{13} \frac{\alpha S n}{L}$; 2) $\frac{7}{13} \frac{B_0 S n}{L}$

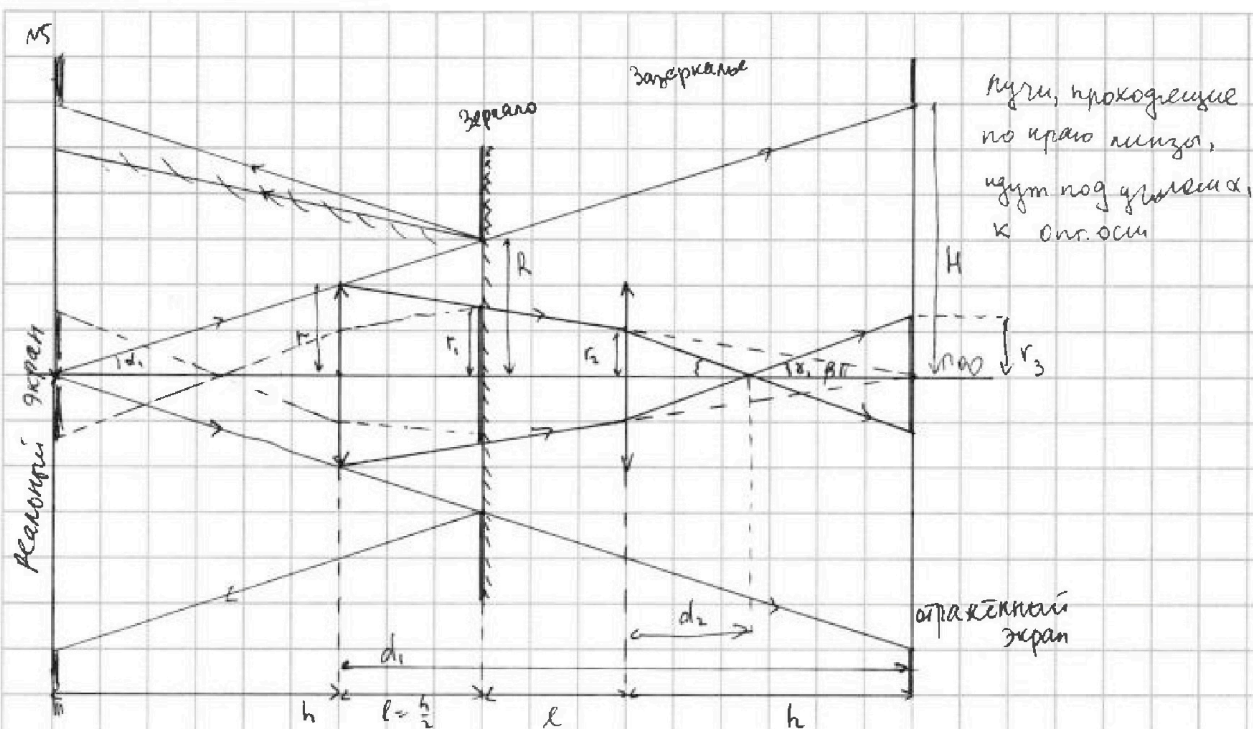


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



После линзы лучи не изменяют своего хода, т.е. не попали в линзу. Они освещают зеркало на расстоянии $\geq R$ от оси. Из геометрии $\tan \alpha = \frac{R}{h+l} = \frac{r}{h}$ (см. рис.) $\Rightarrow R = r \cdot \frac{1+\frac{1}{5}}{5} = \frac{3}{5} r$.

Лучи, прошедшие через линзу, будут идти в фокусе на оси на расстоянии d_1 от линзы.

По ФТЛ $\frac{1}{h} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{F} = \frac{3}{2h} \Rightarrow d_1 = \frac{Fh}{F-h} = h \cdot \frac{\frac{3}{5}}{\frac{3}{5}-5} = 2h$.

Итак лучи пойдут под углом β к оси: $\tan \beta = \frac{r_1}{2h-l} = \frac{r_1}{2h-\frac{1}{2}h}$, где r_1 - расстояние от оси, на котором они пересекут зеркало $\Rightarrow r_1 = r \cdot \frac{2h-\frac{1}{2}h}{2h} = \frac{3}{4} r < R$

1) Таким образом, у зеркала освещена ~~фрагмент~~ точка, лежащая не далее, чем на $\frac{3}{4} r$ от оси и не менее, чем на $R = \frac{3}{5} r$ от оси $\Rightarrow$ не освещена площадь $S_1 = \pi R^2 - \pi r_1^2$

$$S_1 = \pi r^2 \left(\frac{9}{25} - \frac{9}{16} \right) = 9\pi r^2 \cdot \frac{3}{16} = \frac{27\pi r^2}{16} \quad S_1 = \frac{27\pi \cdot 16 \text{ см}^2}{16} = \underline{\underline{27\pi \text{ см}^2}}$$

2) отражим всю систему от зеркала: тогда все лучи можно считать, что пройдут через зеркало прямо, а на "отраженном" экране светит то же, что и реальные лучи на реальном экране.

лучи, которые не попали в линзу, пойдут дальше под углом α к оси (удалились от нее), и попадут на отр. экран на расстоянии $H = 2(h+l) \cdot \tan \alpha = 2(h+l) \cdot \frac{r}{h} = r \cdot \frac{2(1+\frac{1}{5})}{5} = 3r$ от оси

лучи, которые после первой линзы собирались к оси, преломятся (все) и во второй. Для нее они

будут идти в минимальном источнике - на расстоянии $d_1 - 2l = 2h - 2 \cdot \frac{1}{2}h = h$ за линзой $\Rightarrow$ они соберутся на расстоянии d_2 за отраженной линзой: по ФТЛ $-\frac{1}{h} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F} = \frac{3}{2h}$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{2}{5}h$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

После преобразования во 2 линзе преобразованные (крайние) лучи будут идти параллельно δ к оси.
 $\tan \delta_1 = \frac{r_2}{d_2} = \frac{r_3}{h-d_2}$, где r_2 - радиус освещенного пятна на 2 линзе, r_3 - расстояние ^{до оси}

на котором эти лучи попадут на экран. $r_2 = h \cdot \tan \beta = h \cdot \frac{r}{2h} = \frac{r}{2}$
 $\Rightarrow r_3 = r_2 \cdot \frac{h-d_2}{d_2} = \frac{r}{2} \cdot \frac{h-\frac{3}{2}h}{\frac{1}{2}h} = \frac{r}{2} \cdot \frac{-\frac{1}{2}h}{\frac{1}{2}h} = -\frac{3}{4}r$

Таким образом, на экране будет освещено круглое пятно вокруг оси с радиусом $r_3 = \frac{3}{4}r$, а также все, что находится на $H = 3r$ и больше от оси

$\Rightarrow$ площадь неосвещенной части $S_2 = \pi H^2 - \pi r_3^2 = \pi r^2 \left(9 - \frac{9}{16} \right) = 9\pi r^2 \cdot \frac{15}{16}$

$$S_2 = 135\pi \cdot \frac{16 \text{ см}^2}{16} = 135\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 1) $27\pi \text{ (см}^2\text{)}$; 2) $135\pi \text{ (см}^2\text{)}$

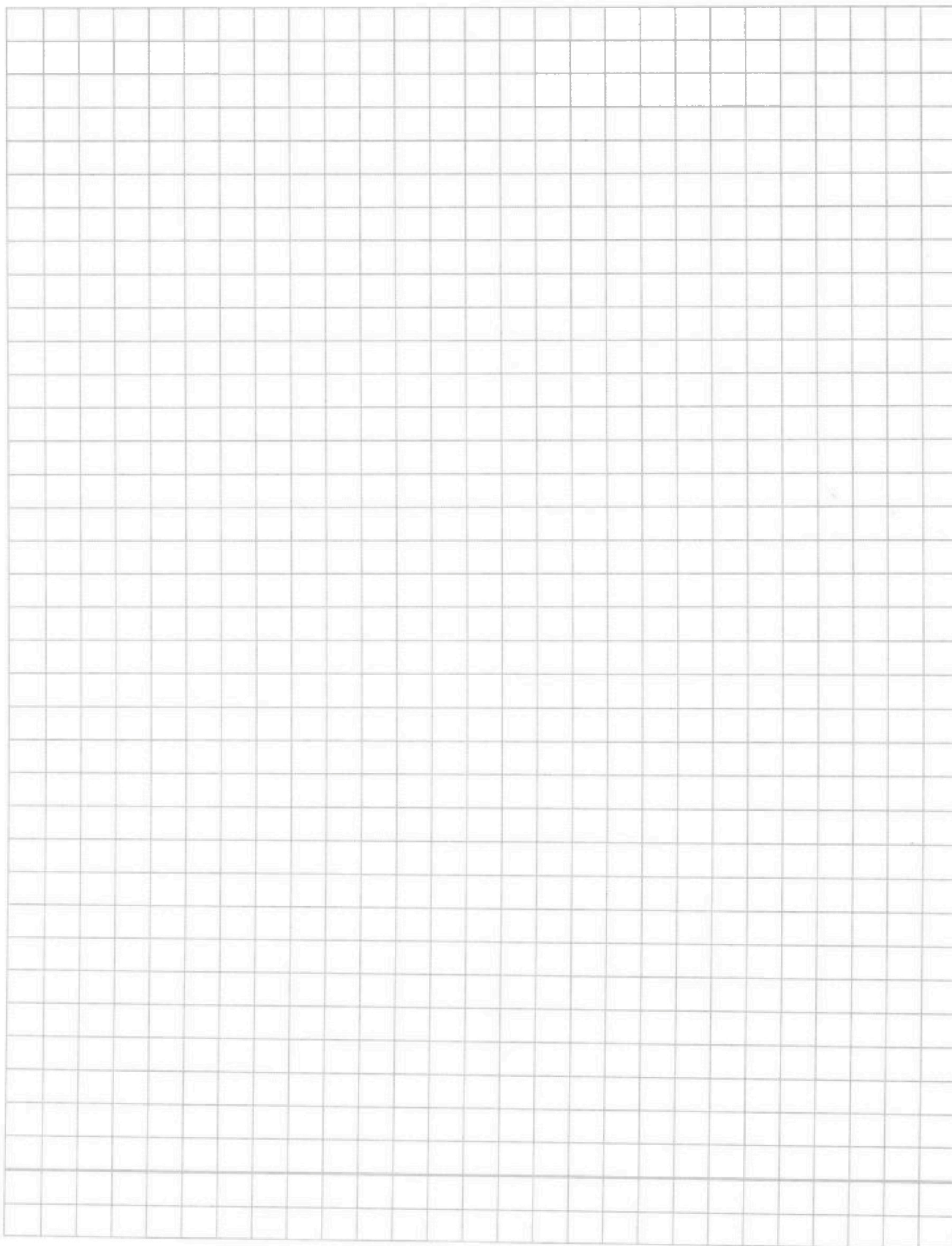


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒ ☒

СТРАНИЦА
 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

Handwritten solution for problem N5:

Diagram 1: A geometric diagram showing a point on the left, a vertical dashed line in the middle, and a vertical solid line on the right. Lines connect the point to the dashed line and then to the solid line, forming a series of triangles. A horizontal line passes through the intersection points on the dashed line.

Diagram 2: A circular diagram with concentric circles. The outer circle has radius R_0 and the inner circle has radius r_0 . A point x is marked on the horizontal axis between the circles.

Equations and Calculations:

$$\frac{\varphi_1 + \frac{2kQ}{\epsilon R}}{\varphi_1 + \frac{kQ}{2\epsilon R}} = \frac{6}{5}$$

$$5\varphi_1 + \frac{10kQ}{\epsilon R} = 6\varphi_1 + \frac{3kQ}{\epsilon R}$$

$$\frac{kQ}{\epsilon R} \left(6 - \frac{54}{11\epsilon}\right) \frac{1}{2h} + \frac{1}{x} = \frac{3}{2h}$$

$$1 + \frac{1}{11\epsilon}$$

$$\frac{kQ}{\epsilon R} \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon \varphi_0} = \frac{Q + q_{\text{img}}}{\epsilon \varphi_0} \Rightarrow q_{\text{img}} = Q \left(\frac{1}{\epsilon} - 1\right) \quad \sigma_1 = \frac{Q \cdot \frac{1-\epsilon}{\epsilon}}{4\pi r^2}$$

$$6 - \frac{54}{11\epsilon} = 1 + \frac{1}{11\epsilon}$$

$$5 = \frac{54}{11\epsilon}$$

Diagram 3: A small triangle with a dashed line and a solid line, labeled with $2\pi R_0 dx$ and $dS = 2\pi R_0 dx$.

$$d\varphi = \frac{k\sigma \cdot 2\pi R_0 dx}{\sqrt{x^2 + R_0^2 - (r_0 - x)^2}}$$

$$d\varphi = \frac{k\sigma \cdot 2\pi R_0 \cdot dx}{\sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x}} = \frac{k\sigma \cdot 2\pi R_0 \cdot d(r_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x)}{2r_0 \sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x}}$$

$$\varphi = \frac{k\sigma}{r_0} \cdot \pi \cdot 2 \left(R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x \right)^{1/2} - \sqrt{R_0^2 - r_0^2 + 2r_0 x} \left(2x^{1/2} \right)' = \frac{1}{2} x^{1/2}$$

Final Equations:

$$\frac{(r_0 + R_0)^2 - R_0^2 - (r_0 - R_0 - r_0)^2}{(r_0 - R_0)^2 + R_0^2 - (r_0 - R_0 + r_0)^2}$$

$$\varphi = \frac{k\sigma}{r_0} 2\pi \sigma (R_0 + r_0 - \sqrt{R_0^2 + 2r_0 R_0 - 3r_0^2})$$

Additional Notes:

- $x \in [R_0 - r_0; R_0 + r_0]$
- $r_0 \rightarrow R_0$
- $R_0^2 + 2R_0^2 - 3R_0^2 = 0$

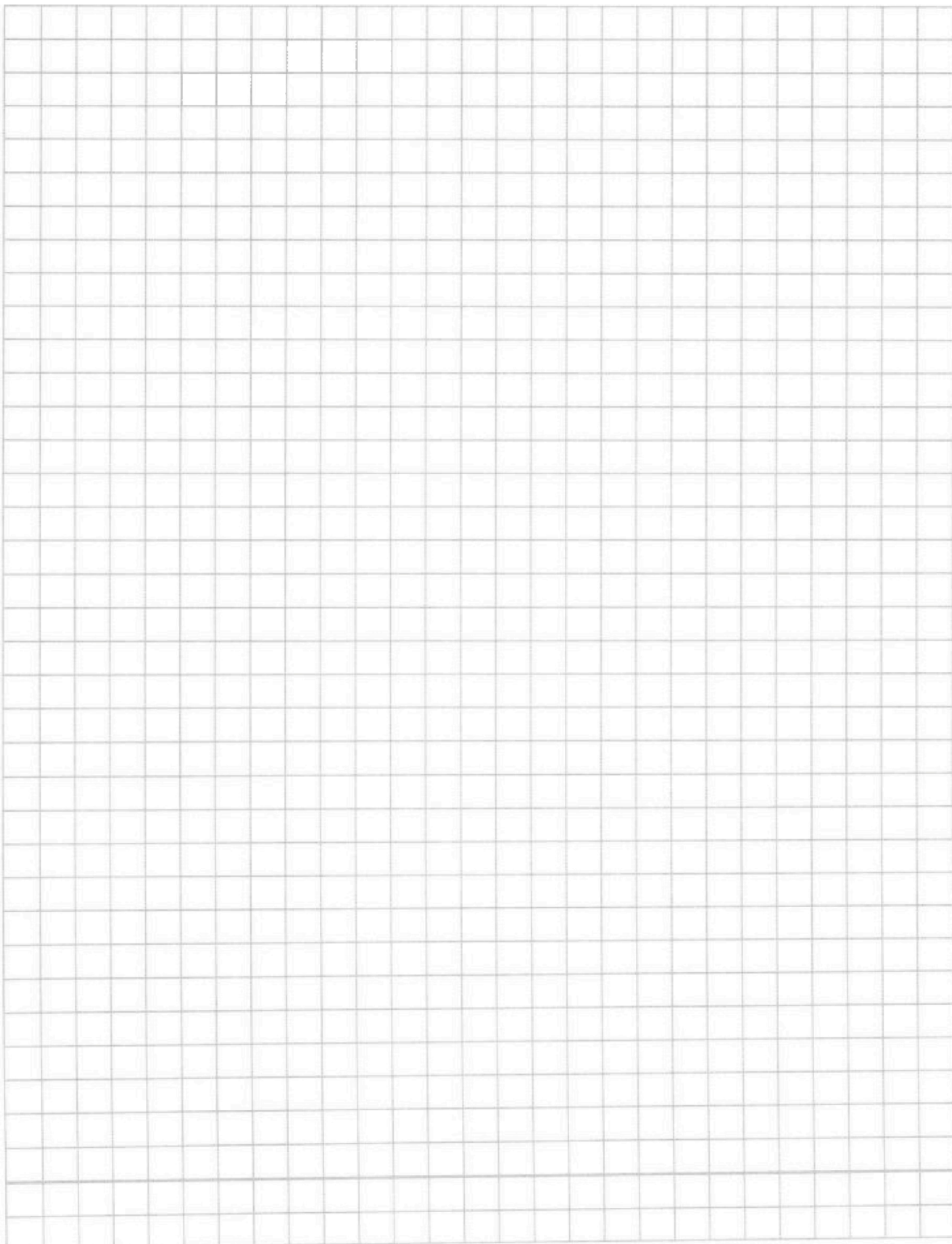


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

