



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Задана a_n -^й член прогрессии. За d обозначить разность геометрической прогрессии. Составить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 3 + 6d = 3x^2 \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4d = 3x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x + 6 + 12d = 6x^2 \\ 3x^4 + 12x^3 + 12x^2 + 12d = 9x^2 \end{cases}$$

Вычтем из второго уравнение первое \Rightarrow

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0, \text{ разделим на } 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0. \text{ Заменим, что } x = -1$$

$$\text{подходит} \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2)$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0. \text{ Заменим, что } x = -1 \text{ является решением} \Rightarrow$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = (x+1)(x^2 + 2x - 2)$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Мы нашли все возможные значения x , теперь проверим составление общего члена прогрессии:

$$1) x = -1 \Rightarrow a_3 = 0; a_5 = 1; a_9 = 3 - \text{ подходит, т.к. } a_n = -1 + 0,5(n-1)$$

$$2) x = -1 + \sqrt{3} \Rightarrow a_3 = 3\sqrt{3}; a_5 = 4; a_9 = 12 - 6\sqrt{3} - \text{ подходит}$$

$$\text{также } a_n = 6\sqrt{3} - 4 + (2 - 1,5\sqrt{3})(n-1)$$

$$3) x = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow a_3 = -3\sqrt{3}; a_5 = 4; a_9 = 12 + 6\sqrt{3} - \text{ подходит}$$

$$\text{также } a_n = -6\sqrt{3} - 4 + (2 + 1,5\sqrt{3})(n-1)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Мы нашли все возможные значения x и проверили, что они подходят.

Ответ: $x = -1; -1 + \sqrt{3}; -1 - \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Рассмотрим 4 случая:

$$1) x \geq 3y; 3x \geq y \Rightarrow \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{1+y}{3}; x \geq 3y$$

$$\Rightarrow 3y \leq \frac{1+y}{3} \Rightarrow y \leq \frac{1}{8} \Rightarrow 4y + 8x \leq \frac{20y+8}{3} \leq \cancel{\frac{7}{3}} \frac{7}{2}$$

Доказываем при $y = \frac{1}{8}; x = \frac{3}{8}$ удовлетворяют условия.

$$2) x \geq 3y; 3x \leq y \Rightarrow \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ y - 3x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow y \leq \frac{x}{3}; \cancel{y \geq \frac{3x}{8}}$$

$$\Rightarrow \cancel{x \geq 3y} \quad \cancel{3x \leq y} \quad 3x \leq \frac{x}{3} \Rightarrow 8x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ и } y \leq 0$$

$\Rightarrow 4y + 8x \leq 0$. Доказываем при $x = 0; y = 0$ удовлетворяют условия.

$$3) x \leq 3y; 3x \geq y \Rightarrow \begin{cases} 3y - x \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{1+y}{3} \Rightarrow x \geq \frac{y}{8} 3y - 3$$

$$\Rightarrow 3y - 3 \leq \frac{1+y}{3} \Rightarrow 8y \leq 10 \Rightarrow y \leq \frac{5}{4}; x \leq \frac{3}{4}$$

$\Rightarrow 4y + 8x \leq 11$. Доказываем при $y = \frac{5}{4}; x = \frac{3}{4}$ удовлетворяют условия.

$$4) x \leq 3y; 3x \leq y \Rightarrow \begin{cases} 3y - x \leq 3 \\ y - 3x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{y}{3} \Rightarrow x \geq 3y - 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 3y - 3 \leq \frac{4}{3} \Rightarrow 8y \leq 9 \Rightarrow y \leq \frac{9}{8}; x \leq \frac{3}{8} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4y + 8x \leq \frac{15}{2}. \text{ Достижение при } y = \frac{9}{8} \text{ и } x = \frac{3}{8}$$

удовлетворяющих условия.

Из всех получивших значений $4y + 8x$ во всех случаях самое большое 11, достигнутое при $x = \frac{3}{4}; y = \frac{5}{4}$ ~~в~~ исходя из условия под условия.

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$A = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

Замечаем, что $(m+n)$ и $(m+n-9)$ разной четности \Rightarrow ~~одно из них чётное~~ $\Rightarrow A$ чётное.

Посмотрим 2 случая:

1) $A = 13 p^2$. Т.к. A чётное, то $p=2 \Rightarrow A = 52$

~~$A = 42 = 3 \cdot 14$~~ $A = 52 = 13 \cdot 4 = 1 \cdot 52$ -

это все способы разложить 52 на произведение чётного и нечётного. Очевидно, что $m+n$ всегда делит, если $m+n-9$ ~~делит~~ \Rightarrow ~~делит~~ \Rightarrow ~~делит~~

~~$(m+n) + (m+n-9) = 18$~~ Замечаем, что $(m+n) - (m+n-9) = 9 \Rightarrow$
 ~~$m+n-9 = 6$~~

\Rightarrow подбираем пары чисел $m+n = 13$; $m+n-9 = 4$.

Причём $B = mn(m+n-3) = 10mn = 75q^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow B : 2$ м.к. $B = 10mn \Rightarrow q = 2 \Rightarrow B = 10mn = 300 \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow$ подбираем пары ~~(m,n)~~ $\Rightarrow (3;10) \cup (10;3)$

2) $A = 75q^2$. Т.к. A чётное, то $q=2 \Rightarrow A = 300$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 300 = 4 \cdot 75 = 12 \cdot 25 = 60 \cdot 5 = 20 \cdot 15 = 300 \cdot 1 \\ = 100 \cdot 3$$

Т.к. $(m+n)$ всегда делится $(m+n-9)$ и $(m+n)-(m+n-9)$

$= 9$. Но если учесть, что нам разложение на множители делится на 9, то это означает, что оно делится на 9 \Rightarrow нам решений

в этой строке представлены все разложения 300 на произведение чётного и нечётного.

Проверив все случаи, подходим к выводу что

$$(m; n) = (10; 3) \text{ и } (3; 10)$$

$$\text{Ответ: } (10; 3) \text{ и } (3; 10)$$



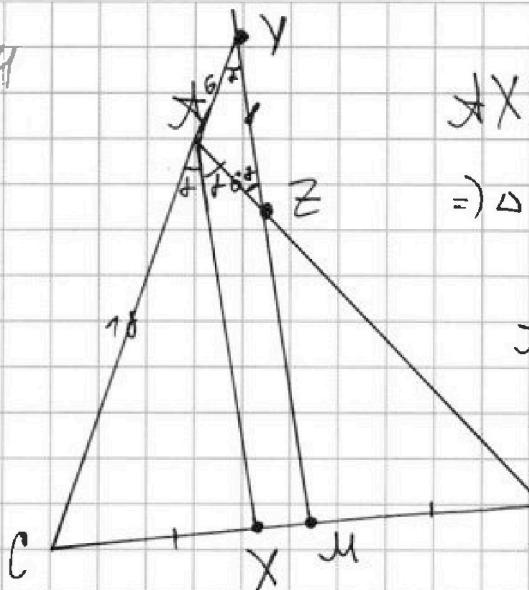
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N9



$$\begin{aligned} \text{ZX} \parallel XY &\Rightarrow \angle ZXY = \angle Z+X = \angle CXM = \angle CYM \\ &\Rightarrow \triangle ZXY \text{ равнобедренный} \Rightarrow ZY = ZB = 6 \end{aligned}$$

$$ZX \parallel XY \Rightarrow \triangle CXM \sim \triangle CYM$$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CY} = \frac{CM}{CM} = \frac{18}{18+6} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Из свойства биссектрисы: } \frac{CX}{XB} = \frac{CZ}{ZB+6} = \frac{18}{ZB+6}$$

$$\text{Из подобия } \triangle ZBM \sim \triangle ZBX: \frac{ZB}{ZB+6} = \frac{BM}{BX}$$

Из ранее доказанного:

$$\frac{CZ \cdot BX}{ZB+6} \cdot \frac{ZB+6}{ZB \cdot BX} = \frac{CX}{BM} = \frac{CX}{CM} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{CZ}{ZB} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$\Rightarrow ZB = 24 \Rightarrow ZB = 30$. Одной рукой отмечен угол Z . Тогда по теореме косинусов для $\triangle ZY$

~~$$\cos(180 - 2Z) = \frac{Z^2 + Y^2 - YZ^2}{2ZY} = \frac{1}{3} \Rightarrow$$~~

$$\Rightarrow \cos(2Z) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{по теореме косинусов для } \triangle ZBC$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач numеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos(2\alpha)} = \\ &= \sqrt{30^2 + 18^2 + 2 \cdot 30 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{1344} = 8\sqrt{21} \end{aligned}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{21}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2 \sqrt{6+5x-y^2}$$

$$\begin{aligned} x+1 + 6 - y - 2\sqrt{6x+6-xy-y^2} &= 24 + 20x - 4y^2 \Rightarrow 25 - \\ - 20\sqrt{6+5x-y^2} \end{aligned}$$

$$4y^2 - y - 19x - 42 = 2\sqrt{6x+6-xy-y^2} = 20\sqrt{6+5x-y^2}$$

Из второго уравнения $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$ и

т.к. $x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} \geq 0$ и $y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \geq 0 \Rightarrow x = y$

\Rightarrow подставляем в первое уравнение:

$$\begin{aligned} 4x^3 - x - 19x - 42 &= 2\sqrt{6x+6-x^2} \Rightarrow \\ 4x^2 - 20x - 42 &= -18 \sqrt{5x+6-x^2} \\ 2x^2 - 10x - 21 &= -9 \sqrt{5x+6-x^2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}. \text{ Заменим}$$

OD 3 где каждую корни:

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \\ -(x-6)(x+1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \leq 6 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{cases} \text{ Используем } t = x-3,5$$

и подставляем в первое уравнение.

$$\sqrt{t+3,5} - \sqrt{3,5-t} + 5 = 2\sqrt{3,5^2-t^2} \Rightarrow t =$$

Очевидно: $x =$; $y =$



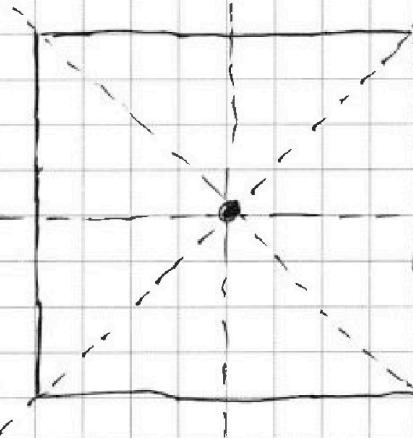
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6



Бесо 81 угл симки.

$81 \cdot 80 = 6480$ способов выкрасить и перекрасить 2 угла. Замечаем, что у квадрата 4 оси симметрии покрашены на рисунке.

И каждую симметричную пикоиммелько одной из осей симметрии можно получит поворотом. Т.е. для каждого способа есть 9 симметричных пикоиммелько каждого из осей \Rightarrow

$$x = \frac{6480}{5} = \frac{6480}{5} = 1296$$

способов перекрасить 2 угла б 4 оси симметрии.

Ответ: 1296

Продолжение решения: Все оси симметрии не перекрывающие только в одном центральном угле, а т.к. мы перекрасили 2 угла, то они не лежат в этом одинарно разделенных отдельно друг от друга 2-ух осей \Rightarrow имеем разные образы симметрии.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + \cancel{M} = 2 \sqrt{6+5x-y^2} - 5$$

$$x+y-\sqrt{6+y}$$

$$(2x^2-10x-2)(2x^2-10x-2)$$

$$\star = 4x^4 - 20x^3 - 42x^2$$

$$- 20x^3 + 100x^2$$

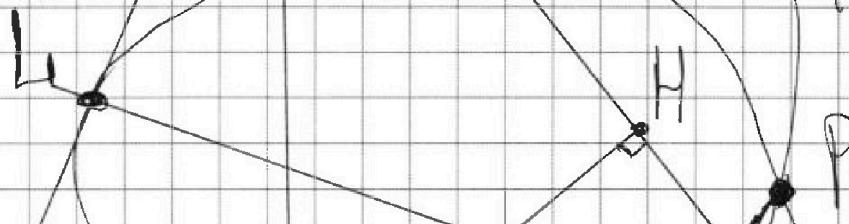
$$+ 210x$$

$$- 42x^2$$

$$+ 210x$$

$$+ 21^2$$

$$\begin{aligned} & \text{сткв?} \\ & \star B=10 \\ & \star N=8 \end{aligned}$$



$$x^2 - 5x - 6$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{2}$$

$$6+5x-x^2 = -(x-6)(x+1)$$

€



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

Черновик

Гашеноматриц 4 шагов:

$$1) x \geq 3y ; 3x \geq y \Rightarrow \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow$$

~~$$\Rightarrow 9x \geq 24y \geq 6y \Rightarrow x \leq \frac{1+4}{3} = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$~~

$$4y + 6x \leq 12$$

~~$$x - 3y \leq 1 - 2y \leq 23 \Rightarrow 3x - y \leq 3 + 2y \leq 23$$~~

$$3y \leq x \leq 1 + y \Rightarrow 3y \leq 1 + y \Rightarrow y \leq 0,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4y + 6x \leq 12 \leq 12. \text{ Значение } 14 \text{ доказывается}$$

при $y = 0,5 ; x = 7/3$. Замечено, что все дальше вспомогательные

2)

$$3y \leq x \leq \frac{1+y}{3}$$

$$3y \leq \frac{1+y}{3}$$

1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

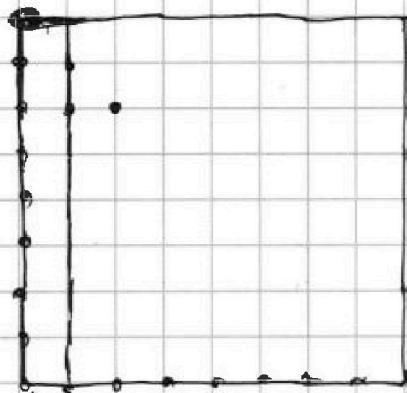
$$\begin{aligned} &+ (x^2+y^2)(x+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y}) \\ &+ (x^2+y^2)(x+y)(\sqrt{x}-\sqrt{y}) \\ &+ (x^2+y^2)(y-x)(\sqrt{x}+\sqrt{y}) \\ &+ (x^2+y^2)(y-x)(\sqrt{x}-\sqrt{y}) \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$x^4 + 5x^2 + t$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 5t = 2x^2 + 5t$$

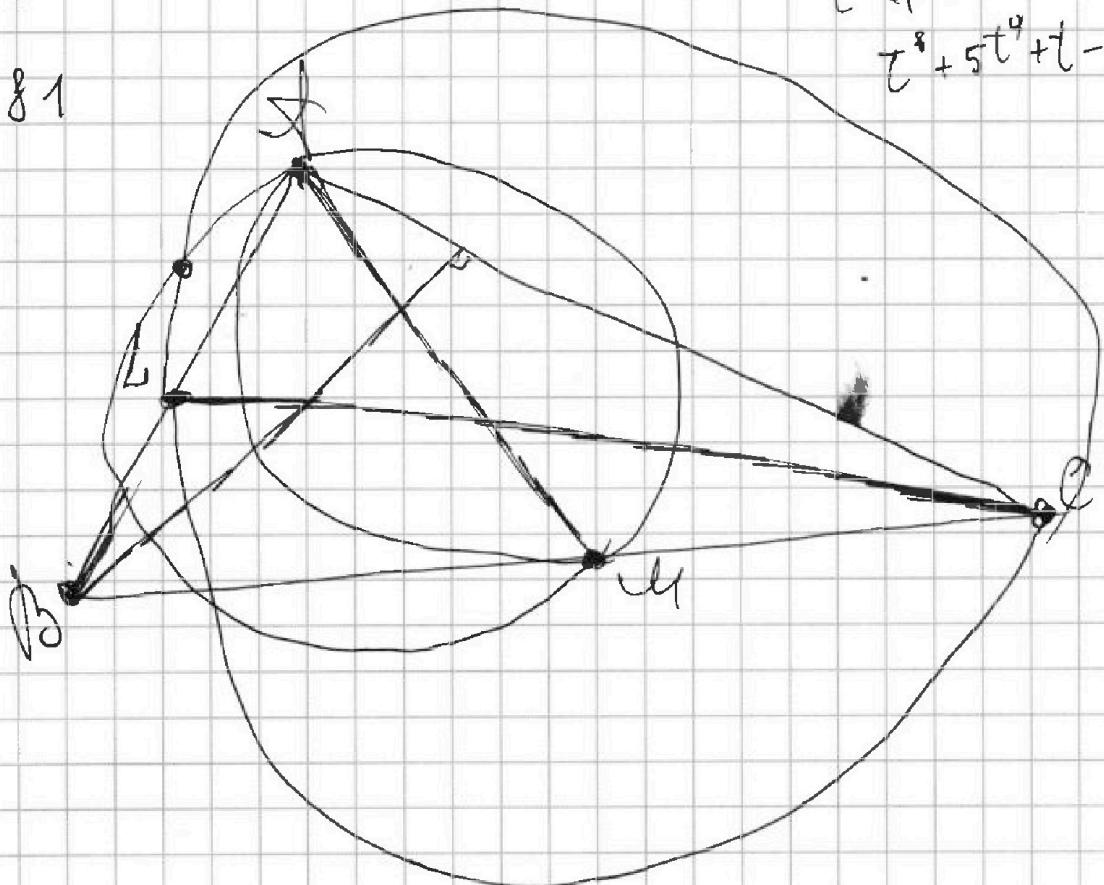
$$\sqrt{\frac{x}{y}} = t$$

$$\begin{aligned} t^4 + 5t^2 + t &= 3 \\ t^8 + 5t^4 + t - 3 &= 0 \end{aligned}$$



81 задача септихи

81



1



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чернавин

$$\frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB} = \frac{18}{2B+6}$$

$$\frac{ZB}{2B+6} = \frac{B\text{M}}{BX}$$

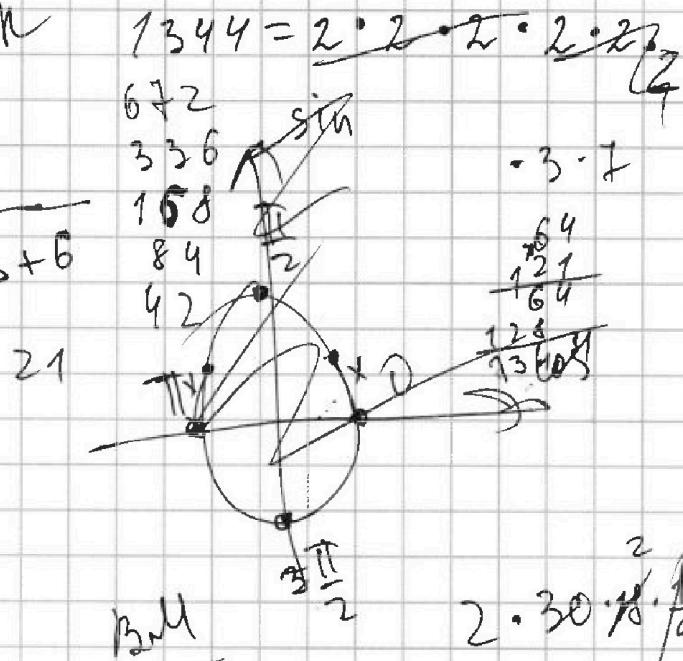
$$\frac{CX}{18} = \frac{B\text{M}}{ZB+6} = \frac{B\text{M}}{ZB}$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{18}{ZB} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1020}{1344} \quad X^2 + Y^2 - 2XAYA \Rightarrow \begin{array}{r} ZB = 24 \\ \hline 18 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ 144 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 37 \\ 34 \\ \hline 259 \\ 111 \\ \hline 1369 \\ 1288 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\sqrt{900 + 324 + 120}$$

$$\begin{array}{r} 304 \\ 114 \\ \hline 1494 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$A = m^2 + mn + n^2 - 3(m+n)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$A = ((m+n)(m+n-3))$$

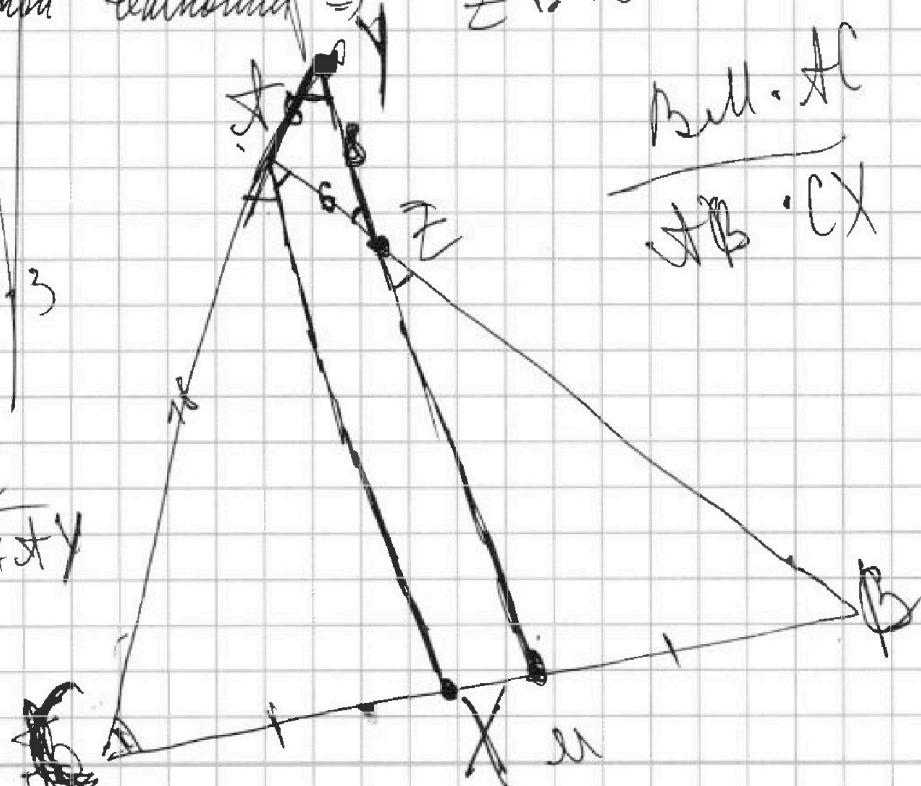
$$B = mn(m+n-3)$$

m, n - разные члены $\Rightarrow \frac{ZB}{ZB+6} = \frac{\cancel{mn} \cdot \cancel{(m+n-3)}}{\cancel{m+n-3} \cdot \cancel{mn}}$

m, n - один член $\Rightarrow \frac{ZB}{ZB+6} = \frac{\cancel{mn} \cdot \cancel{(m+n-3)}}{\cancel{m+n-3} \cdot \cancel{mn}}$

$$y_5 = 5 \cdot 5 \cdot 3$$

$$\frac{CX}{Cm} = \frac{AC}{AC+CY}$$



$$\frac{Bell \cdot AC}{ZB \cdot CY}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

Чердалик

$$t = x - y$$

$$|t - 2y| \leq 3$$

$$|t + 2x| \leq 1$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 + 12x - 6x^2 - 6 = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\frac{-2}{x_1} \quad \frac{1}{x_2}$$

~~$6x^4 + 12x^3 + 6x^2 - 6x - 6 = 0$~~

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

~~$x = -1$~~

~~$\begin{array}{r} 4x^4 + 8x \\ - x^4 + x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \end{array}$~~

$$\frac{x+1}{x^3 + 3x^2 - 2}$$

$$\frac{x^3 + x^2}{x^2 - 2}$$

$$\frac{x+1}{x^2 + 2x - 2}$$

~~$\begin{array}{r} 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline - 2x - 2 \end{array}$~~

$$\frac{-2x^2 + 2x}{-2x - 2}$$

$$\frac{-2x^2 + 2x}{-2x - 2}$$

$$\frac{-2x}{-2x - 2}$$

~~$\begin{array}{r} 4x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 - 2\sqrt{3} \\ - 2x - 2 \\ \hline - 2x - 2 \\ 0 \end{array}$~~

$$\begin{aligned} & 4x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 - 2\sqrt{3} \\ & x^2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}x - 1 \\ & x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 \\ & x^2 + 2\sqrt{3}x - 2 \\ & x^2 - 6\sqrt{3}x \\ & 6\sqrt{3}x - 4 + (2 - 1,5\sqrt{3})^{(n-1)} \\ & (2 + 1,5\sqrt{3})^{(n-1)} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решёние которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!