



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание 1

Пусть первый член последовательности $= a$, а её разность $= d$, тогда:

$$\begin{cases} a+2d = 3x+3 & (1) \\ a+4d = (x^2+2x)^2 & (2) \\ a+8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4 & (3) - (2) \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2d & (2) - (1) | : 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - x^4 - 4x^3 - x^2 = 4d \\ 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 4d \end{cases} \quad | -$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Заметка: что $x^2 = 1$ корень

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $x = -1; x = -1 - \sqrt{3}; x = -1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} -9 \leq 9y - 3x \leq 9 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} -3 \leq x - 3y \leq 3 \quad (1) \\ -3 \leq 3y - 9x \leq 3 \quad (2) \end{array} \right. \quad \left(\begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right)$$

(2) + (1)

(1) + (2)

$$-10 \leq 8y \leq 10$$

$$-6 \leq -8x \leq 6$$

$$-1,25 \leq y \leq 1,25$$

$$-0,75 \leq x \leq 0,75$$

$\begin{cases} x = 0,75 \\ y = 1,25 \end{cases}$ — наиб. значение x и y , удовл. подходит

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

(0,75; 1,25)
подходит

$$\begin{cases} |0,75 - 3 \cdot 1,25| \leq 3 \\ |3 \cdot 0,75 - 1,25| \leq 1 \end{cases}$$

$$|2,25 - 3,75| \leq 3$$

$\begin{cases} 3 \leq 3 \\ 1 \leq 1 \end{cases}$ подходит, тогда наибольшее значение выражения $4y + 8x = 5 + 6 = 11$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3 $m, n \in \mathbb{N}$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn + m^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

① Пусть $A = 73p^2$ и $B = 75q^2$ p и q - простые

$$(m+n)(m+n-9) = 73p^2 \text{ м.н. } \begin{cases} m+n \in \mathbb{N} \\ (m+n) \in \mathbb{N} \\ (m+n-9) \in \mathbb{N} \end{cases} ; \quad \begin{cases} m+n = 73p^2 \\ m+n-9 = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-9 = 73p^2 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = 73p \\ m+n-9 = p \end{cases} \text{ или } \begin{cases} m+n = p \\ m+n-9 = 73p \end{cases} \quad \begin{matrix} \frac{73}{73} = p^2 \\ \emptyset \end{matrix} \quad \begin{matrix} \frac{-9}{73} = p^2 \\ \emptyset \end{matrix}$$

$$p = \frac{3}{7} \quad \emptyset$$

$$p = -\frac{3}{7} \quad \emptyset$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n-9 = 73 \end{cases} \quad p^2 = 22 \quad \emptyset$$

$$\text{или } \begin{cases} m+n = 73 \\ m+n-9 = p^2 \end{cases}$$

$$p^2 = 4 \quad p = 2 \text{ или } p = -2 \quad m+n = 73$$

$$mn(m+n-3) = 75q^2$$

$$10mn = 75q^2$$

$2mn = 15q^2$, т.к. $m, n \in \mathbb{N}$, а 15 не кратно 2: $q^2 \mid 2$; q -простое, а единственный чётный простой чётное

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=10 \\ mn=30 \\ n=3 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} q^2 = 4 \\ q = 2 \end{matrix}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

предположение задачи 3

$$\textcircled{3} \text{ Пусть } A = 73q^2, B = 73p^2$$

Пишем, что

$$73p^2 > 1$$

$$73p > p$$

т.к. $p \in \mathbb{N}$

$$m \cdot n \sqrt{m+n-3}$$

$$(m-1)(n-1) \cancel{>} -4$$

, т.к. $m, n \in \mathbb{N}$

$$mn(m+n-3) = 73p^2$$

$$\begin{cases} mn = 73p^2 \text{ или} \\ m+n-3 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=1 \\ m=n=2 \\ n=3 \end{cases}$$

$$3 = 13p^2$$

$$p^2 = \frac{3}{13}$$

$$\begin{cases} mn = 73p \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=13 \\ n=p \\ m=p \\ n=13 \end{cases}$$

$$p^2 = \frac{13}{13}$$

$$q = 13p^2$$

$$p^2 = \frac{q}{13}$$

$$10 + p = p$$

или

$$m = 73p \text{ и } n = 1$$

$$m = 1 \text{ и } n = 73p$$

$$\downarrow$$

$$13p - 2 = p$$

$$p = \frac{2}{12}$$

$$\emptyset$$

$$\begin{cases} mn = 73p \\ m+n-3 = p^2 \end{cases}$$

$$m+n-3 = 13$$

$$mn = p^2$$

$$m+n-3 = 13$$

$$mn = 13; m, n \in \mathbb{N}$$

$$mn = p^2$$

$$m+n-3 = 13$$

$$m = 13; n = 1$$

$$m = p^2$$

$$n = p$$

$$2p = 16$$

$$p = 8$$

$$p^2 = 64$$

$$\emptyset$$

Ответ: $\begin{cases} m = 10 \\ n = 3 \end{cases}; m = 3 \text{ и } n = 10.$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

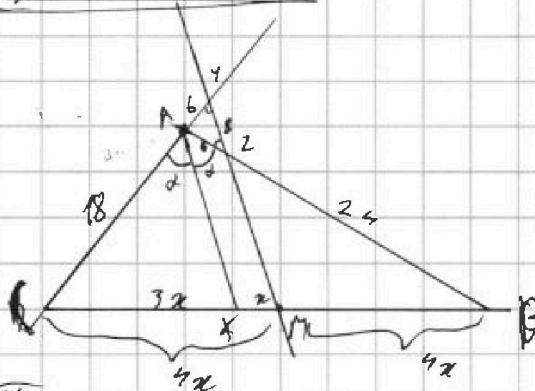


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 4



Дано: $\triangle ABC$; $YM \parallel AX$

$$\begin{aligned} AX\text{-биссектриса. } YM \perp AB &= 2 \\ AY = 6 \quad YZ = 8 & \quad YM \perp AC = 4 \\ AC = 18 \end{aligned}$$

Найти: $BC = ?$

- 1) Пусть $\angle CAB = 2\alpha$, тогда $\angle CAX = \angle XAB = \alpha$
- 2) $AX \parallel YM$; AZ -биссектр. $\Rightarrow \angle AZY = \angle XAZ = \alpha$ (как наложн. угл.)
 $AX \parallel YM$; AY -биссектр. $\Rightarrow \angle AYX = \angle AYZ = \alpha$ (как соотв.)
- 3) $\angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow \angle AZY - \frac{\pi}{2} = AY = AZ = 6$
- 4) по т. косинусов для $\triangle AYZ$:

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

~~$$\cos \alpha = \frac{AZ^2 + YZ^2 - AY^2}{2 \cdot AZ \cdot YZ} = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2} = -\frac{1}{3}$$~~

- 5) $\triangle CAX \sim \triangle CYM$:

$$\left. \begin{aligned} \angle CAX = \angle CYM \\ \angle C - \text{общий} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle CAX \sim \triangle CYM \quad \frac{CX}{CM} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

Пусть $CX = 3x$, тогда $YM = CM = 4x$

$$6) AX\text{-биссектриса} \Rightarrow \frac{CA}{AB} = \frac{CX}{XB} = \frac{3}{5} \quad AB = \frac{5 \cdot 18}{3} = 30 \quad XB = 24$$

- 7) по т. косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos 2\alpha = 324 + 900 - 2 \cdot 1080 \left(-\frac{1}{3}\right) = 1104$$

$$BC = 4\sqrt{69}$$

Ответ: $4\sqrt{69}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задание № 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^2 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Одн.: } \begin{cases} x \geq -1 \\ x+1 \geq 0 \quad \text{и} \\ x \geq 0 \\ 6+5x-y^2 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad x^2 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

$$\underline{6+5x-y^2 \geq 0}$$

$$x^2 - y^2 (x^2 + y^2 + 5) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 7 = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \quad \text{или} \quad \underbrace{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5)}_{0 \neq 0} = -7$$

$$\sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$x = y$, тогда

$$\underbrace{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}}_{0 \neq 0} \neq 0$$

Одн.:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 6 \\ x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ -1 \leq x \leq 6 \end{array} \right\} \Rightarrow [0 \leq x \leq 6]$$

$$(1) \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) + 5 + (x+1 - 2\sqrt{(6-x)(x+1)} + 6-x) - 7 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 7) = 2$$

Пусть $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = t$, тогда

$$t^2 + t - 2 = 0$$

$$t = 1 \quad \text{или} \quad t = -2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 \quad \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -2$$

$$x+1 = 7-x + 2\sqrt{6-x}$$

$$x-3 = 2\sqrt{6-x}$$

$$x+1 = 10+x - 4\sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x} = \frac{9}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

продолжение задачи 5

$$x^2 - 6x + 9 = 6 - x \quad \text{или} \quad 6 - x = \frac{81}{16}$$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ z = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ w = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

подставим в ОДЗ

$$0 \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \leq 6$$

\checkmark

$$\begin{cases} x = \frac{15}{16} \\ y = \frac{15}{16} \end{cases}$$

$$y = \frac{15}{16}$$

$$0 \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \leq 6$$

$$-5 \leq \sqrt{13} \leq \sqrt{49}$$

$$-7 \leq -\sqrt{13} \leq 7$$

Итого:

$$\begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ z = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ w = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{15}{16} \\ y = \frac{15}{16} \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}, \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right), \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}, \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right), \left(\frac{15}{16}, \frac{15}{16} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d_1 \quad \int d+2d = 3x+3 \quad -(\sqrt{3}+1) \quad d=2+7,5\sqrt{3}$$

$$d+4d = (x^2+2x)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad d_2 = -4-6\sqrt{3} \quad x^4/(x+2)^2$$

$$d+8d = 3x^2 \quad x^4+2x^3-2\sqrt{3}-2 \quad d_3 = -3\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} -4x^2 - x^4 - 4x^3 = 4d \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2d \end{cases} \quad \begin{array}{l} 1+\sqrt{3} \\ -\sqrt{3}-1 \end{array} \quad \begin{cases} d+8d = 72+6\sqrt{3} \\ d=2+7,5\sqrt{3} \end{cases}$$

$$-x^2 - x^4 - 4x^3 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x+1)(x^3+3x^2-2)=0$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)=0$$

$$(x+1)^2(2+1-\sqrt{3})(2+1+\sqrt{3})=0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1$$

$$x^4 + x^3$$

$$-3x^3 - 3x^2$$

$$-3x^3 - 3x^2$$

$$-2x - 2$$

$$-x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1$$

$$x^3 + x^2$$

$$-2x^2 - 2$$

$$2x^2 + 2x$$

$$-2x - 2$$

$$\begin{cases} d+2d=0 \\ d+4d=1 \end{cases} \quad \begin{cases} d+2d=-3\sqrt{3} \\ d+4d=-3\sqrt{3}-4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d+8d=3 \\ d+8d=12-6\sqrt{3} \end{cases}$$

$$2d=9-3\sqrt{3}$$

$$d=2-7,5\sqrt{3}$$

$$\begin{cases} d=-1 \\ d=0,5 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d=6\sqrt{3}-4 \\ d=2-7,5\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3}-1 \end{cases}$$

$$8+6\sqrt{3}-4$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2y + 8x = \text{некий}$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-3 \leq 3y - 9x \leq 3$$

$$-6 \leq 8x \leq 6$$

$$-0,75 \leq x \leq 0,75$$

$$(m, n) \quad m, n \in \mathbb{N}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \neq p = m^2 + mn + n^2 - 3mn$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$(m+n)(m+n-9) = A \quad \text{Без } mn(m+n-3)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 13p^2$$

$$(m+n) = 7 \quad (m+n-9) = 10$$

$$m+n-9 = 13p^2 \quad m+n = 13p^2$$

$$77/(m+n-9) = mn$$

$$(m+n) = 77$$

$$72m + 72n = 13 \cdot 9$$

$$m+n-9 = p^2$$

$$m+n = 72$$

$$p = 2$$

$$\begin{aligned} & -9 \leq x - 3y \leq 9 \\ & -3 \leq x - 3y \leq 3 \end{aligned}$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-9 \leq 9y - 3x \leq 9$$

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$-10 \leq 8y \leq 10$$

$$-1,25 \leq y \leq 1,25$$

$$0,75 - 3,75 = \checkmark$$

$$2,25 - 3,25 = \checkmark$$

$$\begin{cases} m > 0 \\ n > 0 \\ m+n-9 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=10 \end{cases}$$

$$70 + n^2 = 13n$$

$$\begin{cases} 13p^2 > 7 \\ 13p > p \\ 13p^2 > p^2 \end{cases}$$

$$m_n = 15n + 13n - 39$$

$$2 \times 10mn = 75y^2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 7 \\ m+n = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 7 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 7 \\ m+n = 13 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

81
 $\begin{array}{r} 4 \\ \times 4 \\ \hline 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array}$
 324

$1080 \begin{array}{r} 120 \\ \hline 96 \\ 180 \\ - 180 \\ \hline 0 \end{array}$

$36 = 36 + 64 - 96 \cdot \cos 2$

$\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos^2 2 = \cos^2 x - \sin^2 x$

$2 \cos^2 x - 1$

$\frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$

$180 \begin{array}{r} 120 \\ \hline 96 \\ 180 \\ - 180 \\ \hline 0 \end{array}$

$9^2 \cdot 69$

$\sqrt{\cos^2 x + 1} = \sqrt{16 - 1080} + 5 = \sqrt{6 + 1540} + 5 = \sqrt{1546} + 5$

$0 \leq x \leq 1$

$-0 \leq y \leq 1$

27

18

24

C

B

$AC = 324 + 900 + 1080 \frac{1}{9}$

$BC = 324 + 900 + 1080 \frac{1}{9}$

1344

$1080 \begin{array}{r} 120 \\ \hline 96 \\ 180 \\ - 180 \\ \hline 0 \end{array}$

$7344 \begin{array}{r} 14 \\ \hline 72 \\ - 72 \\ \hline 0 \end{array}$

$7336 \begin{array}{r} 14 \\ \hline 32 \\ - 32 \\ \hline 0 \end{array}$

$3216 \begin{array}{r} 14 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$

$184 \begin{array}{r} 14 \\ \hline 14 \\ \hline 0 \end{array}$

21

$y^2 - 5x - 6 < 0$

$x^2(2^2 + 5) + 7x = y^2(y^2 + 4)$

10

P

M

N

C

A

B

Q

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{\cos^2 \alpha + 1} - \sqrt{6 - 5 \sin^2 \alpha} + 3 = 2 - \sqrt{6 + 5 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$\cos^2 \alpha + 5 \sin^2 \alpha - 5 \sin^2 \alpha = \sin^2 \alpha + 5 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha \quad t^2 + t - 2 = 0$$

$$\frac{-1 \pm 3}{2}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y^2} - \sqrt{x^2}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y^2} - \sqrt{x^2}$$

$$(\sqrt{x^2 - y^2})(\sqrt{x^2 + y^2})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$

$$\sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{y^2} \quad \text{или} \quad (\sqrt{x^2 - y^2})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) = -1$$

$$x = y$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 - \sqrt{6 + 5x - x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 5 = 0$$

$$\sqrt{x+1}(1 - \sqrt{6-x}) - \sqrt{6-x}(1 + \sqrt{x+1}) + 5 = 0$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}) + (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = 2$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})(-\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} + 1) = 2$$

$$\frac{17}{16}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 1 + \sqrt{6-x}$$

$$x+1 = 1 - x + 2\sqrt{6-x}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{17}{16}$$

$$x^2 - 3x + 3 = 6 - x$$

$$6 -$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----