



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Листья а - 1-ый член прогрессии, d - разность прогрессии. Тогда $a+3d=6-9x$,

$$a+5d=(x^2-2x)^2 \quad a+9d=9x^2$$

~~$a+3d$~~ $a+5d-(a+3d)=2d$

$$a+5d-(a+3d)=(x^2-2x)^2-(6-9x)=$$

$$=(x^2-2x)^2+9x-6; \quad (x^2-2x)^2+9x-6=2d$$

$$a+9d-(a+5d)=4d=2 \cdot 2d$$

~~$a+9d$~~

$$a+9d-(a+5d)=9x^2-(x^2-2x)^2$$

Умножим $2 \cdot 2d=9x^2-(x^2-2x)^2$

$$2d=(x^2-2x)^2+9x-6$$

$$9x^2-(x^2-2x)^2=2(x^2-2x)^2+18x-12$$

$$3(x^2-2x)^2-9x^2+18x-9=0 \mid :3$$

$$(x^2-2x)^2-3x^2+6x-3=0$$

$$(x^2-2x)^2-3(x^2-2x+1)=0$$

$$(x^2-2x)^2-(\sqrt{3}(x-1))^2=0$$

$$(x^2-2x-\sqrt{3}(x-1))(x^2-2x+\sqrt{3}(x-1))=0$$

$$x^2-2x-\sqrt{3}x+\sqrt{3}=0 \quad \text{или} \quad x^2-2x+\sqrt{3}x-\sqrt{3}=0$$

$$x^2-(2+\sqrt{3})x+\sqrt{3}=0$$

$$\Delta=4+4\sqrt{3}+3-4\sqrt{3}=7$$

$$x=\frac{-2-\sqrt{3}\pm\sqrt{7}}{2}$$

$$x^2+(\sqrt{3}-2)x-\sqrt{3}=0$$

$$\Delta=3+4-4\sqrt{3}+4\sqrt{3} \neq 0 \neq 7$$

$$x=\frac{-2-\sqrt{3}\pm\sqrt{7}}{2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $x = \frac{2+\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}, \frac{2+\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}, \frac{2-\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2}, \frac{2-\sqrt{3}-\sqrt{7}}{2}$.

$$3(x^2 - 2x)^2 - 9x^2 + 18x - 12 = 0 \mid :3$$

$$(x^2 - 2x)^2 + 3x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - (3x^2 + 6x + 4) = 0$$

$$(x^2 - 2x)^2 - 3(x^2 - 2x) - 4 = 0$$

Замена $x^2 - 2x = t$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$(t-4)(t+1) = 0$$

$$t = 4 \text{ или } t = -1$$

Обратная замена:

$$x^2 - 2x = 4 \text{ или } x^2 - 2x = -1$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$x-1 = 0$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1; x = 1 + \sqrt{5}; x = 1 - \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Число макс. значение $3z = 13$, а это честь $3x + 6y$. Необходимо привести пример того, что такое возможно. В обоих верх-бах (*) должно получиться рав-во

$$\begin{cases} 5y - z = 4 \\ \frac{5}{2}z - 5y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15y = 12 + 13 \\ 10y = \frac{55}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{5}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$$

Сум. x для y :

$$3 \cdot \frac{5}{3} + 6x = 13$$

$$6x = 13 - 5 = 8; x = \frac{4}{3}$$

Проверим что такие пары x и y удовл. нижней границы также и верхне. Для этого подст. в изнач. исстечи

$$\begin{cases} \left| \frac{4}{3} - \frac{10}{3} \right| \leq 2 \\ \left| \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \right| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |2| \leq 2, \text{ да} \\ \left| \frac{1}{3} \right| \leq 1, \text{ да} \end{cases}$$

Ответ: 13.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x-2y - (2x-y) = x-2y-2x+y = -x-y$$

$$2x-y - (x-2y) = x+y$$

Пусть $3y+6x = z$, $t = 2y+x$ ($x+y$)

$$z-2t = 3y+6x - 4y - 2x = -k$$

$\exists z+t = x-2y$ $z = y+2x$, т. е. можем
изолировать y и заменить
найдём z и t на 3.

$$z-2y = y+2x-2y = 2x-y; \frac{z}{2} = x + \frac{y}{2}; \frac{z}{2} - \frac{5}{2}y = x + \frac{y}{2} - \frac{5}{2}y = x - 2y$$

Уравнение системы можно переписать
в след. виде:

$$\begin{cases} \left| \frac{z}{2} - \frac{5}{2}y \right| \leq 2 \\ |z-5y| \leq 4 \\ |z-2y| \leq 1 \end{cases}$$

Теперь
(*) смотрим
напр. вдоль

$$\begin{aligned} -4 - \frac{5}{2} \leq \frac{3}{2}z \leq 4 + \frac{5}{2} &\quad -8 - 5z \leq 8 + 5 \\ -13 \leq 3z &\leq 13 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

n^3

$$A = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

1 способ $m+2n=1$, тогда $A = -6 \neq 11p^2$

2 способ $m+2n=11$, тогда $A = 4 \neq 11p^2$

3 способ $m+2n=11p^2$, тогда $A = (11p^2-7)11p^2 \neq 11p^2$

4 способ $m+2n=p$, тогда $A = p^2 - 7p = 11p^2$

$$10p^2 = -7p$$

$$10p^2 > 0$$

$-7p < 0$
и т.д.

5 способ $m+2n=11p$, нет, тогда

$A = 11p(11p-7) = 11p^2 \neq 11p^2$; $p = 11p-7$, $10p = 7$,
не имеет

б.

2 способ $m+2n=11$, тогда $A = 11 \cdot 2^2$

Уравнение $m+2n=11$, $m=11-2n$

$$\Rightarrow 11p^2$$

$$B = n(11-2n)(11+9) = 75q^2$$

$$n(11-2n) \cdot 20 = 75q^2$$

$$4n(11-2n) = 15q^2$$

↑

метод $\Rightarrow 15q^2$ нет и 0 \Rightarrow о нет и

простое нет и

также оно и

так же 2

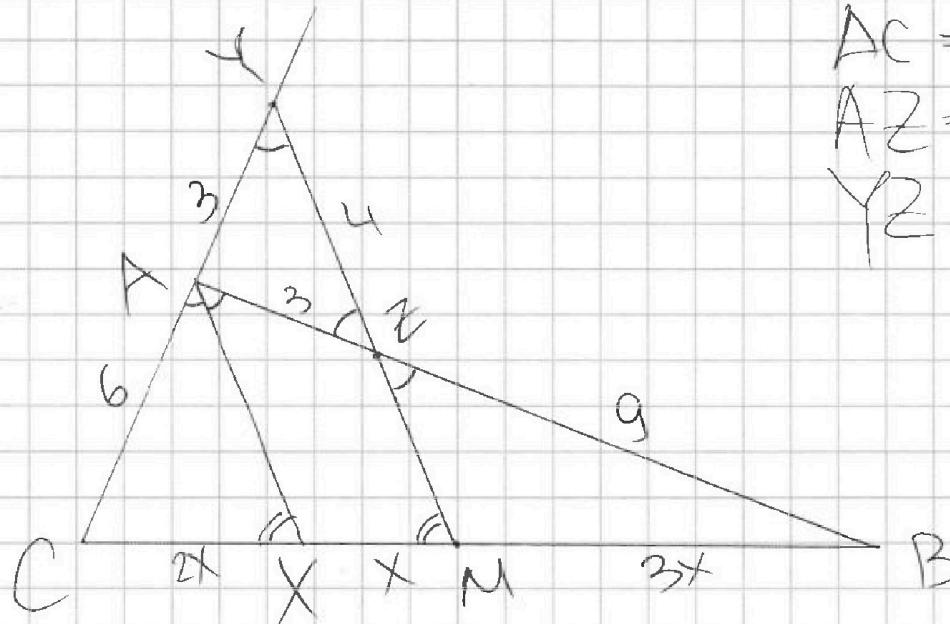


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Hautu: BC

$$AC = 6$$

$$A^2 = 3$$

$$y_2 = 4$$

AX - дис-кор^M, ср. BC, раз нрав. через M,
направленное AX передает AC (на вопросе),
то M правее X.

$\angle CYM = \angle CAX$ (координат. при паралл.)

YMIAX скажет (Y)

$\angle MZB = \angle XAB$ (соответствие при
пересечении $AX \parallel MY$ секущей AB)

$\angle NZB = \angle AZY$ (накрест лежащие
внешние углы)

$$\angle AZY = \angle MZB = \angle XAB \underset{AX \text{ arc-6a}}{=} \angle CAZ = \angle AYZ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta AYZ \text{ p/}\delta, AZ = AY = 3$$

By Dacuris AY2UZ GUNCAK

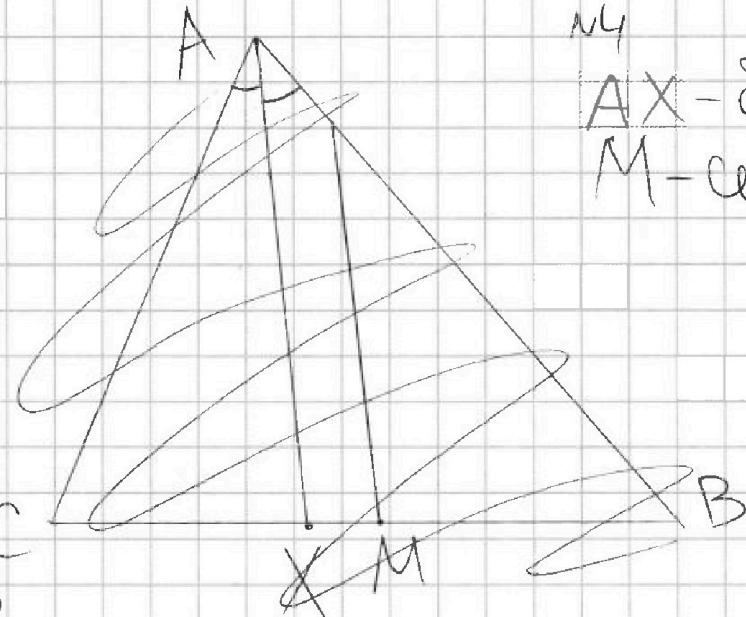


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 4

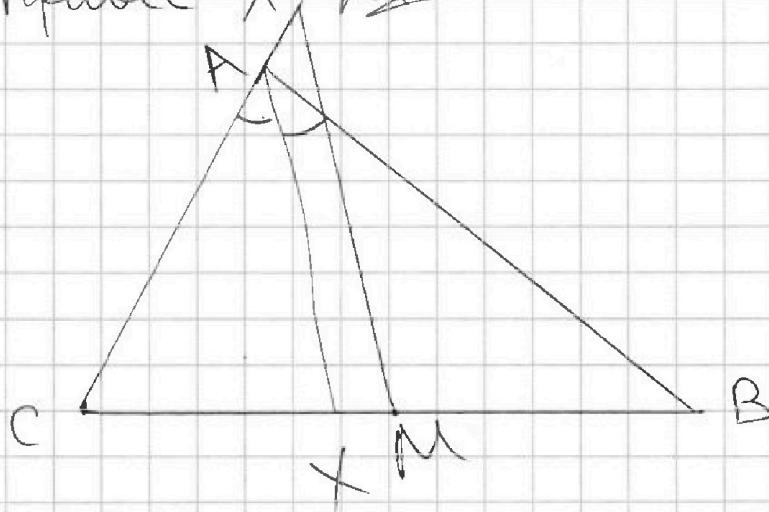
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№4

AX - дис-са
M - сер. BC

Раз применяя параллель АХ пересекает АС на ее продолжении, то
М правее X ~~AB~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
Ч ИЗ Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $\angle CAX = \alpha$, тогда $\angle CAB = 2\alpha$,
 $\angle CAZ = \angle AZY = \alpha$.

т. Косинусов для $\triangle AZY$:

$$AY^2 = AZ^2 + ZY^2 - 2 \cdot AZ \cdot ZY \cdot \cos \alpha$$

$$9 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos \alpha; 24 \cos \alpha = 16$$

$$\cos \alpha = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

$$\cos \angle CAB = \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \\ = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

т. Косинусов для $\triangle ABC$:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$$

$$BC^2 = 36 + 144 - 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$BC^2 = 180 + \frac{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{9} = 180 + 16; BC = \sqrt{196} = 14$$

Ответ: 14.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1) $\angle AYZ = \angle CYM$ - общий угол
 2) $\angle AXC = \angle YM C$ (свойство венчика при пересекающихся прямых $AX \parallel YM$ и секущей BC)

↓

$\Delta AYZ \sim \Delta CYM$

по Рассм. ΔCAZ и ΔCYM :

1) $\angle ACX$ - общий

2) $\angle CAZ = \angle CYM$ (по доказанному выше)

↓

$\Delta CAZ \sim \Delta CYM$ (по 2-м равным углам)

значит

$$\text{значит } CX = \frac{CA}{CM} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$3CX = 2CM$$

Пусть $CX = 2x$, тогда $CM = 3x$, $BC = 6x$,

$$MX = CM - CX = 3x - 2x = x$$

По теореме: $\frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB} ; \frac{1}{2} = \frac{6}{AB} ; AB = 12$

$$AZ + ZB = 12; 3 + 2B = 12; ZB = 9$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Постр. $x = y$ б тое ур-е:

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x} + 2 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

Обозначим $\sqrt{x+2} = u, \sqrt{7-x} = v$

Заменим $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-x} = \sqrt{14+5x-x^2} = uv$

Такие случаи ограничены $x+2 \geq 0$
 $7-x \geq 0$
 $u \geq 0$ и $v \geq 0$
 $-2 \leq x \leq 7$

$$u+v+2=2uv$$

будем решать это ур-е
с ур. с ор. и ор. наружу $x \leq 7$
равн., а иначе $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 7$

$$\sqrt{x+2} \leq \sqrt{7+2} = 3 \quad |x \geq 0$$

находим ограничения

$-\sqrt{7-x} \leq 0$, такие находим

Значит $\sqrt{x+2} + (-\sqrt{7-x}) + 7 \leq \sqrt{7+3} = 10$
это левая часть ур-я

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} - 7$$

будем решать данное ур-е в ур. с ор. и ор. наружу равн.: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 7-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 7$

Возведём в квадрат обе части ур-я, учи-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{array} \right.$$

$$x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y$$

Рассм. 2-ое ур-е:

$$(x-y)(x^2+xy+y^2) + 3(x-y) + \sqrt{2x} - \sqrt{2y} = 0$$

$(x \geq 0, y \geq 0)$, т. к. находятся под корнями
с множителем Σ . С таким ограничением справедливы следующие преобразования:

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})((\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2}) = 0$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$\text{или } (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} = 0$$

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$$

$$x^2 + xy + y^2 + 3 \geq 3$$

$$\sqrt{2} > 0$$

Значит

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2 + 3) + \sqrt{2} > 0$$

Поверхность ниже

достичь ся не может.

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

$$y \geq 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ЧИЗ Ч

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверим наибольшность частей при данных оставшихся 3-х корнях на этапе возведения в кв

$$\sqrt{1x+2} - \sqrt{7-x} \geq 0$$

$$2\sqrt{14+5x-x^2} - 7 \geq 0$$

$$2\sqrt{14+5x-x^2} - 7 \geq 0$$

$$1) \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} = x$$

при данном x

$$\sqrt{14+5x-x^2} = \pm 4$$

$$2 \cdot 4^2 - 7 \geq 0; 1 \geq 0$$

подходит

$$2) x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

при данном x

$$\sqrt{14+5x-x^2} = \frac{5}{2}$$

$$2 \cdot \frac{5}{2} - 7 \geq 0 - \text{ЭТО НЕ ТАК, ТАКИЕ } X \text{ НЕ подходит}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}; \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}; \frac{5+\sqrt{17}}{2} \right)$$

На таком этапе эти выражения равны, поэтому достаточно проверить наибольшее одно из них, например, второго

Чтобы мы начали допустим зи x в пару к этим идёт у равенства x.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Требуется, что обе части неравенства, а также обратное:

28

$$x+2 + 7 - x - 2\sqrt{14+5x-x^2} = 4(14+5x-x^2) - \cancel{4}\sqrt{14+5x-x^2} + 49$$

$$4 \cdot (\sqrt{14+5x-x^2})^2 - \cancel{12}\sqrt{14+5x-x^2} + 40 = 0 \quad | \cdot \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{14+5x-x^2})^2 - 3\sqrt{14+5x-x^2} + 10 = 0$$

$$\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$2(\sqrt{14+5x-x^2})^2 - 13\sqrt{14+5x-x^2} + 20 = 0$$

Замена $t = \sqrt{14+5x-x^2}$ | ОДР зам.

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$\Delta = 169 - 160 = 9$$

$$t = \frac{13 \pm 3}{4} = 4; \frac{5}{2}$$

Проверим корни на обратное.

$$0 < \frac{5+\sqrt{17}}{2} \leq 7$$

$$5+\sqrt{17} \leq 14$$

$\sqrt{17} \leq 9$, да, подходит

$$0 < \frac{5-\sqrt{17}}{2} < \frac{5+\sqrt{17}}{2} \leq 7, \text{ да, подходит}$$

$$0 < \frac{5+\sqrt{56}}{2} < 7; 5+\sqrt{56} < 14; \sqrt{56} < 9, \text{ да, подходит, а бом}$$

$$\sqrt{14+5x-x^2} = \text{или } \sqrt{14+5x-x^2} = \frac{5}{2}$$

$$14+5x-x^2 = 16 \quad 14+5x-x^2 = \frac{25}{4}$$

(обе эти корни, и
также это корень бомб.)

$$x^2 - 5x + 2 = 0 \quad 56+20x-4x^2 = 25$$

$$\Delta = 25 - 8 = 17 \quad 4x^2 - 20x - 31 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \quad \Delta = 100 + 124 =$$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{224}}{4} \quad = 224$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

$$\text{не корни} \quad x = \frac{5 - \sqrt{56}}{2} < 0$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{56}}{2} > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

точноично. Всего таких раскрасок:
А также порядок выбора точек не
важен поэтому необходимо будет
ещё поделить на 2. Итого
таких раскрасок: $\frac{120 \cdot 120}{2 \cdot 4} = 60 \cdot 30$
 $119 \cdot 15$.
Всего раскрасок вовсе:

$$60 + 119 \cdot 15 = (4 + 119) \cdot 15 = 123 \cdot 15$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 15 \\ \hline 615 \\ +123 \\ \hline 1845 \end{array}$$

Ответ 1845



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается чёрновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6

Дав Магана посчитали как-то раскрасок без использования узлов, лежащих на предыдущих диагональных квадратах, но где равные части, кроме диагональных, считаю диагональными, т.е. раскр. с исп. точек, лежащих только на этих предыдущих переходят в себя при повороте на 180° в отличие от основанных раскрасок. Необходимо посчитать количество таких узлов и вычесть из общего кол-ва узлов. Узлы, точки которых лежат не тут только на краиных, лежащих квадрат на 2 раза. Части: $120 \cdot 1 -$ для призб. $\frac{1}{T^2} = 60$ (кроме центра) $\exists !$ Точки доп. её до T наз. лиши. раскраски, пары. Краски не включают пары, мы выделяем именно пары. Теперь получаем кол-во раскрасок, кроме тех, что переходят в себе при повороте на 180° . Дав конец. Их 120 т. (кроме центра) $\exists 120$ т. в пару (или (если не считать пары "спарен")) раскраски, но если считывать узловые, то, получается, комодия пары "коронует" ещё 6 и раздаёт ещё 3 пары, а значит такие обр. ит. кол-во 6 4 раза больше раскрасок, чем нужно



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

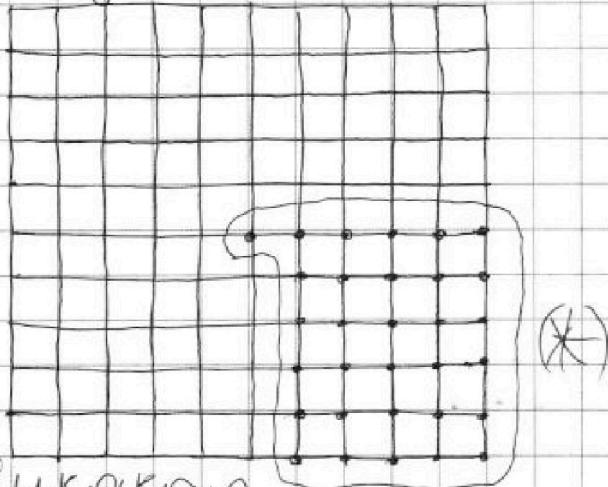
СТРАНИЦА
1 ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

16

Всі чи фактори квадрата 121 учен.

Рассмотрим частичную квадрату, содержащую 56 узлов, а именно:



Hukakau

Раскраска данной мозаики не может быть пущена подорота разкраски этой же мозаики, кроме того же, так как при любом повороте 90° или возможных таких поворотах на мозаике может оставаться лишь серединка квадрата, а раскраска вырождается в 2 точки.

Тогда кашеето спасает расп.
такой способ счи. тема распаки
Не знаю, где из других переворотов -
это кашеето спасает бывший 2 токи
в такой то момент и + это во



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

спосоbов всy ф. такие пары тоже , чтo

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7(m+2n)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

$$(m+2n)^2 - 7(m+2n) = A$$

$$B = (m+2n+9)mn; A = (m+2n)(m+2n+7)$$

$$A : m+2n$$

$$B: m, n$$

$$11(m+2n), (m+2n+7) = 11p^2$$

$$m+2n=11, \text{ тогда}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$q=2 \quad 4n(11-2n) = 15 \cdot 4 \\ n(11-2n) = 15$$

1 случай: $n \neq 1 : 15 = 1 \cdot (11-2) = 1 \cdot 9$, нет

2 случай: $n = 3; 15 = 3 \cdot (11-6) = 3 \cdot 5$, да

также $m = 11 - 2 \cdot 3 = 5$

пара ~~(3)~~ $(5; 3)$

3 случай: $n = 5, 5(11-10) = 15$, нет

и случай: $n = 15: 15(11-30) = 15$, нет

Угловая пятачная пара $(5; 3)$.

Ответ: $(5; 3)$