



31

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

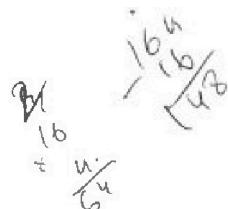


10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

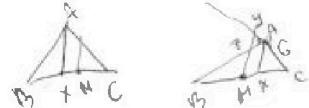


3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

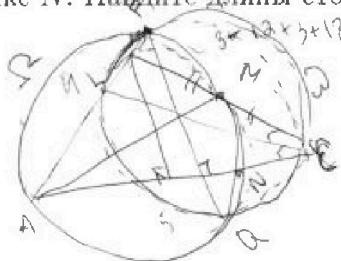
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$



6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



$$\begin{array}{r} 34 - 84 \\ -2-1 \\ \hline -5 \\ \hline 14 \\ \hline 56 \\ \hline 14 \\ \hline 780 \\ \hline 16 \\ \hline 796 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2-4+16=20 \\ 2 \quad 2\sqrt{5} \quad 11\sqrt{5} \quad 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ +32 \\ \hline 780 \\ \hline 16 \\ \hline 796 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1. $a_4 = 6 - 3x$, $a_6 = (x^2 - 2x)^2$, $a_{10} = 9x^2$. Где 6 - разность арифм. прогр.

$$a_6 - a_4 = 2b = \frac{a_{10} - a_6}{2} \quad (\text{по опр})$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = \frac{9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2}{2}$$

$$2x^4 - 8x^3 + 8x^2 + 18x - 12 = 5x^2 + 4x^3 - x^4$$

$$3x^4 - 12x^3 + 3x^2 + 18x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
3 & -12 & 3 & 18 & -12 \\
\hline
1 & 3 & -9 & -6 & 12 & 0 \\
1 & 3 & \cancel{-6} & -12 & \cancel{+0} &
\end{array}$$

$$3(x-1)(x-1)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$\Delta_4 = 1 + 4 = 5$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: 1; $1 \pm \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

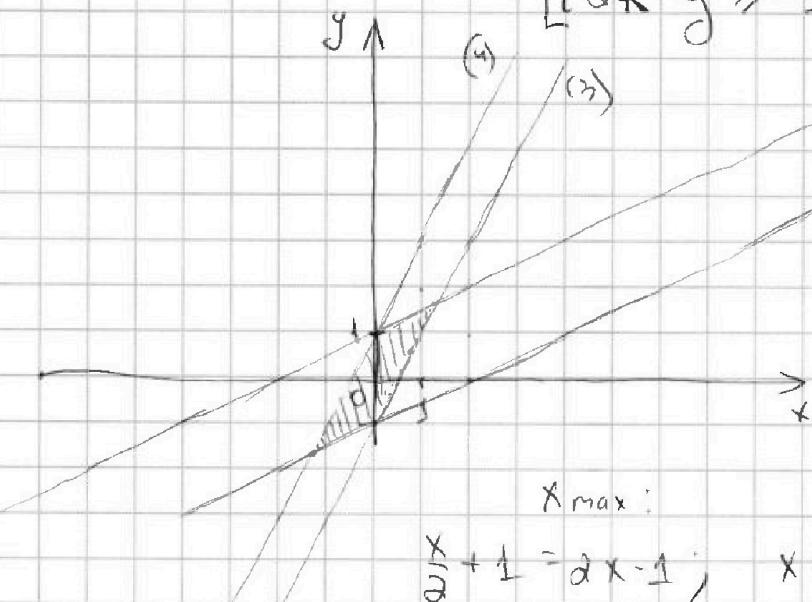
 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2. \begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases} \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq \frac{x}{2} - 1 \quad (1) \\ y \leq \frac{x}{2} + 1 \quad (2) \\ y \geq 2x - 1 \quad (3) \\ y \leq 2x + 1 \quad (4) \end{cases}$$



(2) Найдём x:

$$(1) \text{ т.к. } x_{\min} : \frac{x}{2} - 1 = 2x + 1$$

$$x - 2 = 4x + 2$$

$$3x = -4$$

$x_{\max} :$

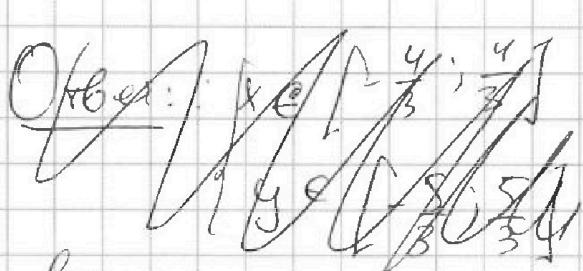
$$\frac{x}{2} + 1 = 2x - 1; \quad x + 2 = 4x - 2$$

$$3x = \frac{4}{3}$$

аналогично

с y:

$$\text{тогда } y \in \left[-\frac{4}{3} - 1; \frac{8}{3} - 1 \right] \Rightarrow y \in \left[-\frac{7}{3}; \frac{5}{3} \right]$$



Заметим, что

$(3y+6x)_{\max} (=)$

$(y+2x)_{\max}$.

A это возможно

только при $x = \frac{4}{3}; y = \frac{5}{3} \Rightarrow 3y+6x = 5+8=13$

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3. A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = \\ = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2 n + 2mn + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Исп. $B = 11P^2$, т.к. $m, n \in \mathbb{N}$

$$m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m+2n+9 \neq 11 \text{ и } m+2n+9 \neq 1$$

$$\textcircled{1} \quad m+2n+9 = P^2 \Rightarrow mn = 11 \Rightarrow$$

$$25q^2 - A = (P^2 - 9)(P^2 + 16) = (\underbrace{P-3}_{\text{последнее}})(\underbrace{P-4}_{\text{число}})(\underbrace{P+3}_{\text{последнее}})(\underbrace{P+4}_{\text{число}})$$

Исп. $\Rightarrow A : 4$, но т.к.

$$25/4 \Rightarrow q^2 : 4 \quad (\text{т.к. } q \text{ - простое число}) \\ \Rightarrow q = 2$$

$$P^4 - 25P^2 + 156 = 0 \quad \text{корни не целые.}$$

$$\textcircled{2} \quad m+2n+9 = P \Rightarrow mn = 11P$$

$$25q^2 - A = (P-9)(P-16) = P^2 - 25P + 144$$

$$\begin{cases} P > 16 & (\text{т.к. иначе } 25q^2 < 0) \\ P < 9 \end{cases}$$

$$\text{2.1: } P=2: 25q^2 = 7 \cdot 14 = 2 \cdot 7^2 \quad \text{X}$$

$$\text{2.2: } P \neq 2 \Rightarrow (P-9)/2 \Rightarrow 25q^2 : 2$$

$$\text{Значит, } q : 2, \text{ т.к. } q = 2$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$300 = p^2 - 2sp + 144$$

$$p^2 - 2sp - 156 = 0 \quad (p \in \mathbb{Z})$$

$$\text{II ч.} \quad A = 11p^2$$

$$\begin{matrix} p^2 \\ p \\ 1 \\ 11 \\ p^2 \end{matrix}$$

$$\textcircled{1} \quad m+2n-7 = 11 \Rightarrow m+2n = 18 \quad , \quad m+2n = p^2$$

$$p^2 = 18 \quad \emptyset$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} m+2n-7 = 11p \\ m+2n = p \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} p-7 = 11p \\ 10p = -7 \end{array} \right. \quad \emptyset$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} m+2n-7 = 11p^2 \\ m+2n = 1 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{cases} m+2n-7 = p \\ m+2n = 11p \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} 10p = 7 \\ \emptyset \end{array} \right.$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{cases} m+2n-7 = p^2 \\ m+2n = 11 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} p^2 = p^2 \Rightarrow p = 2 \\ \text{Подставим в } B \end{array} \right.$$

$$mn = B = mn \cdot 20$$

$$\begin{aligned} 20mn &= 758^2 \\ 4mn &= 158^2 \Rightarrow B = 2 \\ i, k &= 15/2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} mn = 4625 \\ m+2n = 11 \end{cases} \quad 15$$

$$\boxed{(m=5; n=6)}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} m+2n = 11p^2 \\ m+2n-7 = 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} m+2n = 11p^2 \\ m+2n = 9 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 9 = 11p^2 \\ \emptyset \end{array} \right.$$

$$I \text{ cн } \left(\begin{array}{l} m+2n = 11p^2 \\ mn = p \end{array} \right) \Rightarrow (т.к. p - \text{простое})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 1 \\ n = p \end{array} \right. \Rightarrow 1 + 2p + 9 = 11p \quad 1 \cdot 1. \quad 9p = 10 \quad \emptyset$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = p \\ n = 1 \end{array} \right. \Rightarrow p + 2 + 9 = 11p \quad 1 \cdot 1. \quad 10p = 11 \quad \emptyset$$

$$\left(\begin{array}{l} m+2n+9 = 11p^2 \\ mn = 1 \end{array} \right) \Rightarrow m \neq n = 1 \quad т.к. m, n \in \mathbb{N}$$

$$11p^2 = 12 \quad \emptyset$$

Отвт: (5;6)

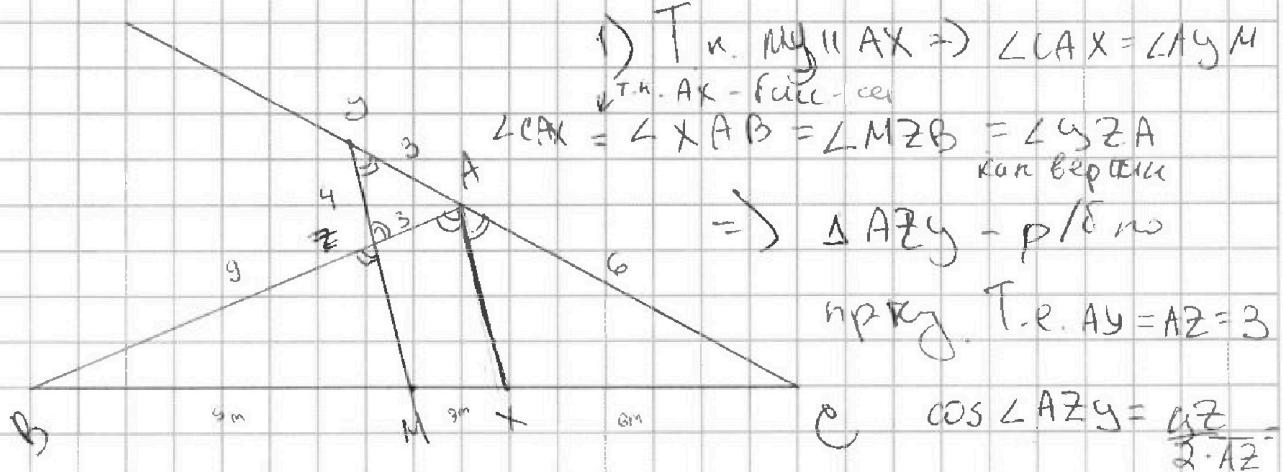


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



2) По т.р. \triangle имеется $AX \parallel YM$ и $AY \parallel CY$, т.к.
 $\frac{C}{3} = \frac{CA}{AY} = \frac{CX}{XM}$ (т.к. $CX = 6m$, $XM = 3m$)

т.ч. M - середина $BC \Rightarrow BM = MC = 9m$

4) По т.р. \triangle имеется $AX \parallel YM$, и $\angle BAC = \angle BZA$ обозн

$$\frac{3}{9} = \frac{XM}{BM} = \frac{AZ}{BZ} = \frac{3}{BZ} \Rightarrow BZ = 9.$$

5) $\cos(\angle AZY) = \cos(\angle BAC) = \cos(\angle BZA) =$

$$= \sqrt{1 - \cos^2 \angle AZY} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

6) По т.р. находим $\triangle ABC$:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(\angle BAC)} = \sqrt{144 + 36 + 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}} =$$

$$= 14$$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & +\sqrt{2} + \sqrt{7} + x = 9 \\
 & (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 3(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \\
 & (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 3 - \sqrt{2} = 0 \\
 & x - y = 0 \\
 & x = y \\
 & x^2 + y^2 \geq 0 \\
 & -x^2 + 5x + 14 = 0 \\
 & x^2 - 5x - 14 = 0 \\
 & -(x-7)(x+2) = 0 \\
 & x = 7, x = -2
 \end{aligned}$$

$$NS \sqrt{x+2} + \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2} \quad (2)$$

$$(x^3 - y^3 + 3(x-y) - \sqrt{2}(\sqrt{x} - \sqrt{y})) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Решим (1)} \quad (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x^2 + xy + y^2) + 3 - \sqrt{2} = 0 \\
 & x = y
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \quad \text{т.е. } x = y, \quad x, y \geq 0$$

Решим (2) ~~Решение б/н~~ б (2)

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14 - (x-7)(x+2)}$$

~~x e [0, 7]~~. Задачка, 200 * e [0, 1] cm or. np \Rightarrow

$$x+2 + 7 - x + 99 + 2\sqrt{(x+2)(7-x)} + 4(\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x}) = 4\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$58 + 2\sqrt{(x+2)(7-x)} + 14(\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x}) + 4 = 4(7-x)(x+2)$$

$$4(7-x)(x+2) - 30\sqrt{(x+2)(7-x)} + 49 = 0$$

$$\text{Пусть } \sqrt{(x+2)(7-x)} = t$$

$$2t^2 - 15t + 20 = 0$$

$$\begin{aligned}
 & 2\sqrt{2} \times \sqrt{5} \\
 & 2\sqrt{18} \times \sqrt{1 + \frac{5}{18}} \\
 & \sqrt{72} \times \sqrt{1 + \frac{5}{72}}
 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a + b + 7 = 2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) \rightarrow a^2 + b^2 = (a+b)^2 - (a+b) - 7 - 5$$

Пусть $a = \sqrt{x+2}$, $b = \sqrt{7-x}$ (Заметим,
что $a^2 + b^2 = x+2 + 7-x = 9$)

$$a + b + 7 = 2ab = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = (a+b)^2 - 9$$

$$(a+b)^2 - (a+b) - 16 = 0 \quad D = 65$$

$$a+b = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{2}$$

Но т.к. $a+b \geq 0$ (т.к. корень $b \geq 0$),
то $a+b = \frac{1 + \sqrt{65}}{2}$

$$a + b = \frac{1 + \sqrt{65}}{2} \quad \text{Верно ли? *}$$

$$a + b = \sqrt{x+2} + \sqrt{7-x} = 1 + \sqrt{65} \quad \text{Ч1 Ч1.}$$

$$4(9 + 2\sqrt{(x+2)(7-x)}) = 66 + 8\sqrt{65} \quad \text{Ч1 Ч1.}$$

$$8\sqrt{(x+2)(7-x)} = 30 + 2\sqrt{65} \quad \Rightarrow$$

$$4\sqrt{(x+2)(7-x)} = 15 + \sqrt{65}$$

$$16(14 + 5x - x^2) = 290 + 30\sqrt{65}$$

$$8(14 + 5x - x^2) = 45 + 15\sqrt{65}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

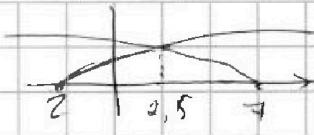
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем $\max_{x \in \mathbb{R}} a + b$:

$$y = \sqrt{x+2} + \sqrt{7-x}. \quad y_{\max} \Leftrightarrow x+2 = 7-x$$



$$x = 2,5$$

~~$y = g(x)$~~

$$y_{\max} = 2\sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2}$$

(правильн

~~$\sqrt{\frac{9}{2}} \sqrt{1+65}$~~

$$\frac{6\sqrt{2}}{2} \sqrt{1+\frac{65}{2}}$$

$$6\sqrt{2} \sqrt{1+\sqrt{65}}$$

~~$\sqrt{48} \quad 72 \sqrt{66+2\sqrt{65}}$~~

~~$6 \sqrt{2} \sqrt{65}$~~

$$\text{т.е. } \max(a+b) < \frac{1+\sqrt{65}}{2} \Rightarrow$$

зрачек это борт не может.

~~✓~~ Отв: ~~✓~~

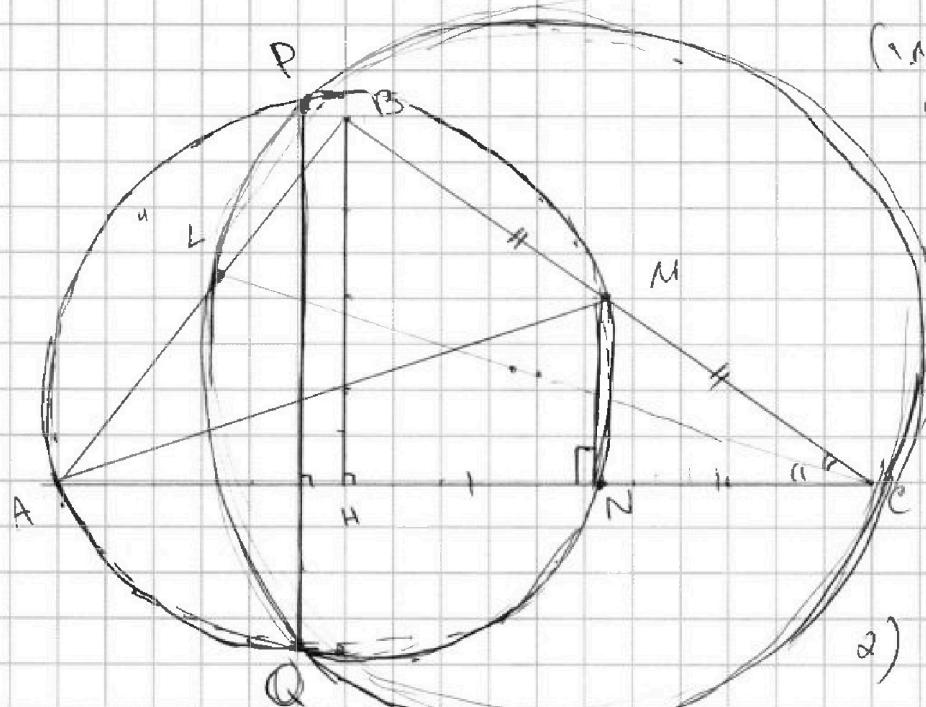


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) \angle MNA = 90^\circ$$

(в. опр висе
и опр
ко диаметру)

$$\Rightarrow MN \parallel BN$$

A т.к. M -
сер. окр M

$$\Rightarrow MN \text{ -ср линии}$$

BN \subset B

N -ср

HC

$$2) \exists \text{ в. } BN = x,$$

$$BC = y$$

$$\cos \angle B = \cos(\angle ABH + \angle HBC) = \\ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{16 - 10\sqrt{16 - x^2}}{y}$$

у

$$No \quad t. \text{ Пифагора } \triangle HBC : y^2 = x^2 + 4NH^2 = \\ = x^2 + 4(5 - \sqrt{16 - x^2})^2$$

$$3) \quad No \quad t. \text{ Пифагора } \triangle ABC : AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos \angle B \\ AC^2 = 8^2 + (0 - \sqrt{16 - x^2})^2$$

$$= 16 + y^2 - 2 \cdot 4 \cdot y \cdot (16 - 10\sqrt{16 - x^2})$$

у

$$16 - \cancel{16 - x^2} = \cancel{16}x^2 + 4(5 - \cancel{16 - x^2})^2 - \cancel{16} - \cancel{20\sqrt{16 - x^2}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$100 - \sqrt{16-x^2} = x^2 + 100 - 40\sqrt{16-x^2} + 4 \cdot 16 - 4x^2$$

$$3x^2 + 59\sqrt{16-x^2} - 138 = 0$$

$$3(x^2 - 16) + 59\sqrt{16-x^2} = 0$$

$$3x^2 - 3(16 - x^2) + 59\sqrt{16-x^2} = 90 = 0$$

$$-3t^2 + 59t - 90 = 0$$

$$3t^2 - 59t + 90 = 0$$

Решите ур-е

Отношение

$$100 - 20\sqrt{16-x^2} + 16-x^2 =$$

x и

$$2x^2 + 100 - 60\sqrt{16-x^2} + 3 \cdot 16 - 4x^2 \text{ тогда}$$

исходу

вн. угл.

и вн.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos 2\theta = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$= \cos A \cos C - \sin A \sin C$$

$$x^2 + y^2 = 16 - x^2 \cdot \frac{\sqrt{16-x^2}}{4} \cdot \frac{2(5-\sqrt{16-x^2})}{y}$$

$$x^2 + y^2 = 10\sqrt{16-y^2} + 16 - x^2$$

$$x^2 + y^2 = 16 - 10\sqrt{16-x^2}$$

$$\text{AO } 10\sqrt{16-x^2} = 16 + y^2 - 4y \cdot (16 - 10\sqrt{16-x^2})$$

$$10\sqrt{16-x^2} = 16 + y^2 - 16 + 10\sqrt{16-x^2}$$

$$y^2 + 11\sqrt{16-x^2} = 10 \quad | \cdot 2$$

$$x^2 + 4(5 - \sqrt{16-x^2})^2 + 11\sqrt{16-x^2} - 10 = 0$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A large grid of squares for handwriting practice or drawing. The grid consists of 10 columns and 10 rows of squares, providing a clear workspace for the student's work.

I-

I-

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4(\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x})^2 = 4(66 + 2\sqrt{65})$$

$$2 = \frac{+25t - 156}{25t - 168} = 0$$

$$4(36 + 8\sqrt{x+2}(7-x)) = 66 + 2\sqrt{65}$$

3 9 27

$$\frac{81 - 153}{81} = 84\sqrt{(x+2)(7-x)} = \frac{15}{30 + 2\sqrt{65}}$$

$$\frac{26}{12} = \frac{16}{6} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$$

$$16(x+2)(7-x) = 225 + 65 + 30\sqrt{65}$$

$$\begin{aligned} & 16 \\ & \cancel{80} \\ & \cancel{625} + \\ & \cancel{1249} \end{aligned}$$

$$625 \times \frac{156}{624} (t+1)^2 = t^2 - t + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 16$$

$$\frac{625}{624} (t - \frac{1}{2})^2 = 16 + \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} & 15 \\ & 3 \cdot 13 \end{aligned}$$

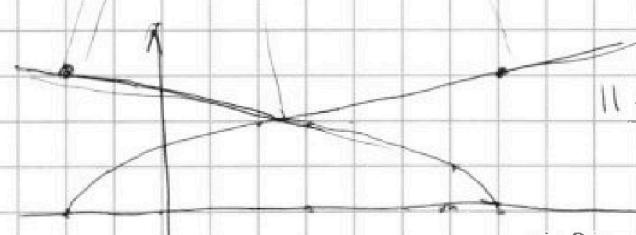
$$t - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{625} + 1}{2} = \frac{\sqrt{65}}{2}$$

$$m=11, n=p$$

$$a+b =$$

$$mn = 11p$$

$$\sqrt{x+2} + \sqrt{7-x}$$



$$11 + 2p + q = p$$

$$p = 21$$

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{7-x}$$

$$x+2 = 7-x$$

$$2x = 5$$

$$x = 2,5$$

$$B = m + 2n + q = mn(m + 2n + q)$$

$$11p^2$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7mn - 4n$$

$$A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$\begin{aligned} & 9 \\ & 45 \\ & -36 \\ & \hline 39 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5 \\ & 16 \\ & 9 \\ & -144 \\ & \hline 144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 45 \\ & (p^2 - 9)(p^2 - 16) = \\ & = (p-3)(p+3)(p-4)(p+4) \\ & (p-3)(p-16) = 759 \end{aligned}$$

$$12(p^2 - 25p + 16) = 759$$

$$\begin{aligned} & 144 \\ & 300 \\ & -144 \\ & \hline 156 \end{aligned} - 3 \cdot 52 = 3 \cdot 2 \cdot 26 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$$