



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

- [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 2y| \leqslant 4. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12-2x, (x^2+4x)^2, -6x^2$$

$\frac{1}{2} \text{ кн.}$ $\frac{8}{8} \text{ кн.}$ $\frac{8}{8} \text{ кн.}$

$$12-2x = a \text{ и } m \text{ и } d$$

$$a, a+2d, a+6d$$

$$3a+6d = a+6d+2d$$

$$3x^2(x+4)^2 = -6x^2 + 2x(1-x)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 + 2 - 2x$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & 8 & 18 & 2 & -2 \\ \hline -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \\ \hline & 1 & 4 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$(x+2)^2(x^2+4x-2) = 0$$

$$x^2+4x-2=0 \text{ и } x=-2$$

$$0=24$$

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } x = -2, x = -2 \pm \sqrt{6}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\min(10x + 5y)$$

$$2x - 3y = \pm 6$$

$$3x - 2y = \pm 4 \quad \text{-ур. множн.}$$

$$\frac{2x \pm 2}{3} = y$$

$$\frac{3x}{2} \pm 2 = y$$

$$\text{Пр. точка } (0,0)$$

$$\begin{cases} |0 - 0| \leq 6 \\ |0 - 0| \leq 4 \end{cases} \quad \text{- верно}$$

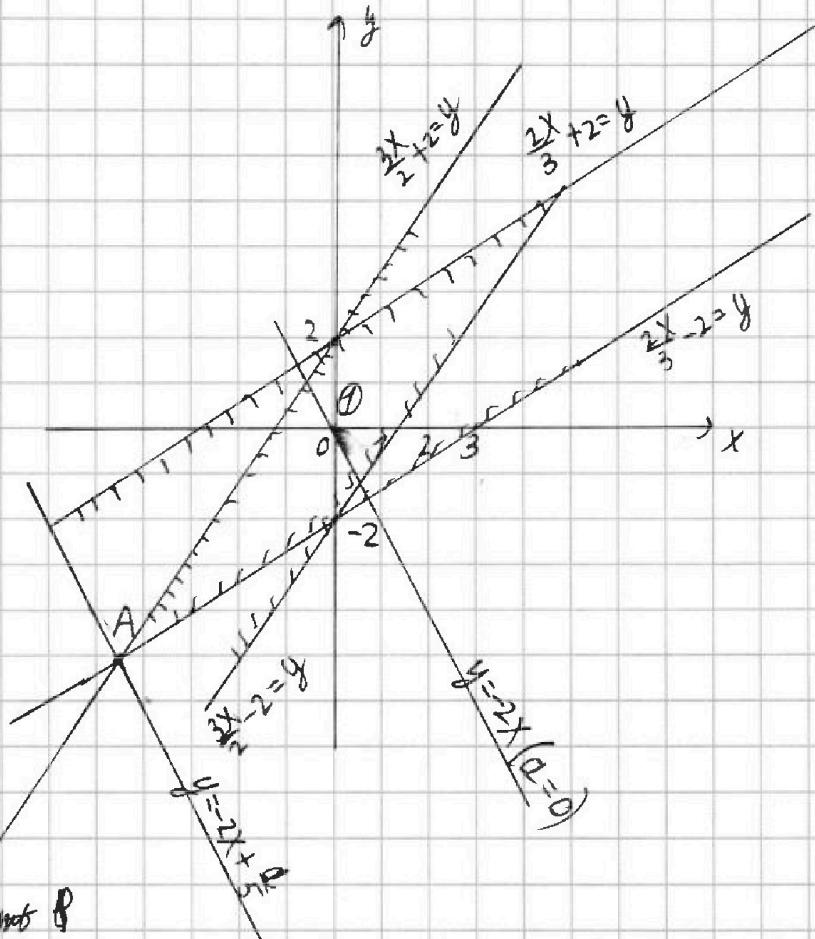
Пересечение областей будет фигура Ω

$$10x + 5y = a$$

$$y = -2x + \frac{a}{5} \quad \text{правая сопр. или левая. } y = -2x$$

При увеличении a график сдвигается по x -оси

знач. $\Rightarrow \min(a)$ будет в случае когда $y = -2x + \frac{a}{5}$ проходит через A (если в левые сопр., то она не затронет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Кумику флагу то есть не сущ. при таких a и b
удовл. ун.

$$A: \begin{cases} \frac{3x}{2} + 2 = y \\ \frac{2x}{3} - 2 = y \end{cases} \Rightarrow \frac{3x}{2} + 2 = \frac{2x}{3} - 2 \Rightarrow 9x + 12 = 4x - 12 \\ 5x = -24 \\ x = \frac{-24}{5} \Rightarrow y = \frac{-24 \cdot 2}{3 \cdot 5} - 2 = \frac{-26}{5}$$

$$y = 2x + \frac{a}{5}$$

$$\frac{-26}{5} = -2 \cdot \frac{-24}{5} + \frac{a}{5} \cdot 5$$

$$-26 = 48 + a$$

$$a = -74$$

Ответ $a = -74$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn(m-2n-2) = 60$$

$$\begin{cases} m:2, m n:15 \Rightarrow mn=30 \\ m-2n=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} & mn=30 \quad (m=4+2n) \Rightarrow (2+n)n=15 \\ & n^2+2n-15=0 \end{aligned}$$

$$m=4+2n$$

$$(n-3)(n+5)=0$$

$$\begin{cases} n=3 \\ n=-5 \end{cases} \Rightarrow n=3 \Rightarrow m=10$$

II в.

$$A=15p^2 \text{ Аналог. } 15p^2:2 \Rightarrow p=2 \text{ (p-нечет.)}$$

$$A=60 \text{ Делим } m-2n=a, a \in \mathbb{Z} (m, n \in \mathbb{Z})$$

$$a^2+13a-60=0$$

~~2 3 5~~

$$a \quad D=169+60 \cdot 4=169+240=409$$

$$a=\frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \text{ упр.} \Rightarrow a \in \emptyset \Rightarrow m, n \in \emptyset$$

$$\text{Ответ: } (3, 10)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

I al.

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 14p^2$$

$m-2n, m-2n+13$ - нечетной четные $\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) \neq 2$

$$14p^2 \neq 2 \Rightarrow p^2 \neq 2 \Rightarrow p=2 \text{ (} p \text{-простое)}$$

$$A = 68$$

$$B = m^2 n^2 (m-2n-2) = 15q^2 \Rightarrow m-2n-2 > 0 \Rightarrow m-2n > 0$$

$$m-2n+13 - (m-2n-2) = 15 \Rightarrow \text{Если } m-2n-2 \neq 3 \text{ или } 5, \text{ то } m-2n+13 \neq 3 \text{ или } 5$$

т.к. $A : m-2n+13 \Rightarrow$ тогда $A : 3$ или 5 - противоречие

$$\frac{m-2n+13}{m-2n-2} = \frac{15}{1}$$

Пусть $m-2n=d, d > 0$

$$A = d(d+13) = 14p^2 = 68$$

$$d^2 + 13d - 68 = 0$$

$$(d+14)(d-4) = 0$$

$$\begin{cases} d=4 \\ d=-14 \Rightarrow d=4 \\ d>0 \end{cases} \quad m-2n=4 \Rightarrow m:2 \Rightarrow 15q^2:2 \Rightarrow q=2(q-n_2)$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$AC = 18$$

Демонстрируем:

$$1) \angle MZC = \angle XAC \quad (\text{AX} \parallel \text{MZ})$$

$$\angle MZC = \angle AZY - \text{верн.}$$

$$\angle BAC = 2\angle AZY$$

$$\angle BAC - \text{внешний угол } \triangle AZY$$

$$2) \triangle AZY - \text{равноб. } AZ = AY = 6$$

$$\text{Решение: } 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ = 64$$

$$42 - 64 = 2 \cdot 6^2 \cos \angle YAZ$$

$$\frac{8}{2 \cdot 2 \cdot 3^2} = \cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$$

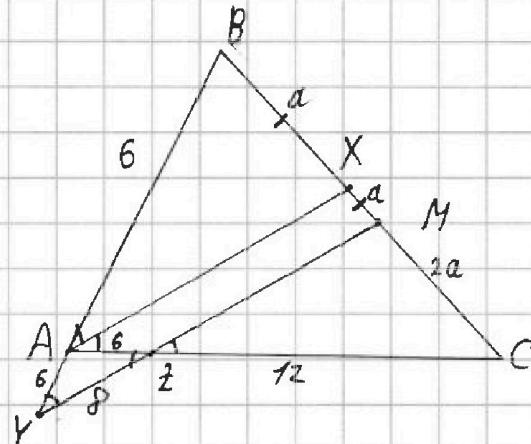
$$\Rightarrow \cos \angle BAC = \frac{1}{9}$$

$$5) BX = XM \Rightarrow AX - \text{ср. линия} \cdot BM \Rightarrow AB = AY = 6$$

$$6) \text{Решение: } \theta \triangle BAC$$

$$BC = \sqrt{6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \cos \angle BAC} = \sqrt{6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}} = \sqrt{96} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{8\sqrt{6}}{3}$$



$$3) BM \text{ - сер.} \Rightarrow BM = CM$$

$$4) \triangle CZM \sim \triangle CAZ$$

$$\left(\begin{array}{l} \angle C - \text{одинак.} \\ \angle MZC = \angle XAC \end{array} \right) \Rightarrow \frac{CM}{CX} = \frac{CZ}{CA} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

последовательно

$$CH = 2a, \text{ но}$$

$$CX = 3a, \text{ но}$$

$$MX = a$$

$$CM = BM$$

$$BX = 2a - a = a$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{2-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \end{cases}$$

Докажем что $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$ - возрасстает

Пусть $x_1 > x_2 \Rightarrow \sqrt[4]{3x_1} > \sqrt[4]{3x_2} \Rightarrow 3x_1 > 3x_2 \Rightarrow x_1 > x_2$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow x_1^5 > x_2^5, x_1^2 > x_2^2, \sqrt[4]{x_1} > \sqrt[4]{x_2}$$

$$f(x_1) - f(x_2) = 2\left(\sqrt[4]{x_1^5} - \sqrt[4]{x_2^5}\right) + 4\left(\sqrt[4]{x_1^2} - \sqrt[4]{x_2^2}\right) + \sqrt[4]{3}\left(\sqrt[4]{3x_1} - \sqrt[4]{3x_2}\right) > 0$$

Q.E.D.

$\begin{cases} f(x_1) > f(x_2) \\ x_1 > x_2 \end{cases} \Rightarrow f(x) - \text{возр.} \Rightarrow$ каждое значение принимается один раз

Если $f(x) = f(y)$, то $x = y$

(аналогично $x > y \Rightarrow f(x) > f(y) \Rightarrow x = y$ случай невозможен аналогично и $x < y$)

Q.E.D.

$$\sqrt{x+y} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{2-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+y} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} = a \\ \sqrt{3-x} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 = 4ab - 5^2$$

$$4 - 2ab = 4ab^2 - 20ab + 25$$

$$ab = c$$

$$4c^2 - 18c + 25 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2c^2 - 9c + 9 = 0$$

$$(2c-3)(c-3) = 0$$

↓

$$c = \frac{3}{2}, c = 3$$

$$\begin{cases} (a+b)^2 = 4+6 \\ (a+b)^2 = 4+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = \sqrt{13} \\ a+b = \sqrt{10} \end{cases}$$

$a+b > 0$

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{13} \\ ab = 3 \end{cases}$$

$$t^2 - \sqrt{13}t + 3 = 0$$

$$D = 13 - 3 \cdot 4 = 1$$

$$t = \frac{\sqrt{13} \pm 1}{2}$$

$$a-b \text{ и } 2ab-5 - \text{ огн. зеркало}$$

зеркало

$$2ab-5 = 1 > 0$$

↓

$$a > b$$

$$a = \frac{\sqrt{13} + 1}{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$\sqrt{x+y} = \frac{\sqrt{13} + 1}{2} \quad |^2$$

$$x+y = \frac{14 + 2\sqrt{13}}{4}$$

$$x = \frac{7 + \sqrt{13} - 8}{2} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \quad |^2$$

$$3 > \frac{\sqrt{13} - 1}{2} > 0 > -4 \Rightarrow 4 > \sqrt{13}$$

4 > 13 - исходная
условие: $\frac{\sqrt{13} - 1}{2} < 4 \Rightarrow 4 < \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \Rightarrow 4 < 4$ - условие

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{10} \\ ab = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$t^2 - \sqrt{10}t + \frac{3}{2} = 0$$

$$D = 10 - 6 = 4$$

$$t = \frac{\sqrt{10} \pm 2}{2}$$

$$a-b \text{ и } 2ab-5 - \text{ огн. зеркало}$$

$$2ab-5 = -2 < 0$$

$$a-b < 0$$

$$a < b$$

$$a = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}, b = \frac{\sqrt{10} + 2}{2}$$

$$\sqrt{x+y} = \frac{\sqrt{10} - 2}{2}$$

$$2x = \frac{14 - 4\sqrt{10}}{4} - 4 = \frac{-2\sqrt{10} - 1}{2} < 0 - \text{нр. решение}$$

~~$$\frac{62 - 2\sqrt{10} - 12 - 8}{4}$$~~

~~$$\frac{2\sqrt{10} - 4}{2}$$~~

~~$$\frac{2\sqrt{10} - 4}{2}$$~~

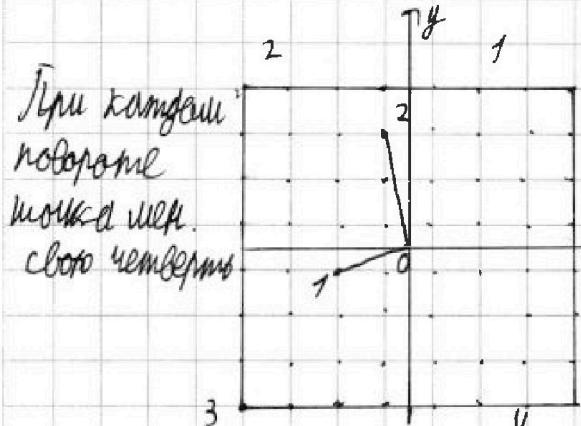


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



При каком повороте точки не сядут в свою четверть

1) Если две точки не сядут сидят.

Они. ~~если~~ 0, то поворот доказывает, что получается 4 случая поворота ($0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$) они. 0

(сторона квадр. выходит с лицевой п.к. А точки не сядут на 0 сидят)

, то они не могут сидеть с собой при любых поворотах. Это если 2 поворота сядут по раскраске то точки начнут сидеть лицами тогда нужно учесть что часово $\angle 10_2$ рассмотрим угол 10_2 по часовой 1 и 2 - точки покр. в едини, тогда этот угол 10_2 const (поворот. они. 0 соср. угол 10_2) тогда если будем делать повороты, что $1 \rightarrow 2$, а $2 \rightarrow 1$, то $\angle 10_2 = \angle 10_2$ (противодействие)

то же самое что пару не сядут сидят. $\angle 10_2 = 180^\circ$

точки 4 повт. 8 мест члены и 2 места не уйдут, но можно 0_1 и 0_2 - const

$$\text{Кон-бо сн. } \left(C_{64}^2 - \frac{64}{4} \right) : 4 = \text{ и } \angle 10_2 = 180^\circ \Rightarrow \text{ точки} \\ \text{ все пары } \frac{1}{2} \text{ сядут. } \frac{64 \cdot 63}{8} - \frac{64}{8} = \text{ сядут. } \text{ они. } 0 \\ \text{ сидят. } \text{ и } \angle 10_2 = 180^\circ \Rightarrow \text{ противоречие}$$

2) Если они у. сидят то 4 $= 8(62)$
(повороты (0° и 90°) и 4 каждая пара. Их 2 штук. повороты фиксируют
свадьбы и т.д. то 270° и 90° - сядут сидят, разные пары
но не сядут. Их 2 штук. Их 2 штук. а 0° и 90° -не могут
сидеть в четвертих преступлениях



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поворот на 0° и 90° не меняют софта на т. к. 1 и 2 летят

в одинак. четности четвертих \Rightarrow при повор. на 90° их

на кампто \Rightarrow пару приж. 2 в том числе и одна пара пар получ.
четность не меняется

$$\frac{64}{2} : 2 = 16$$

и. симм. пары

$$\text{Ответ: } 16 \cdot (3+1) = 16 \cdot 32 = 2^9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} M\text{-ср. } BC \\ MN \parallel BH \end{cases}$$

$\Rightarrow MN\text{-ср. линия } \triangle BHC \Rightarrow BH = 2MN = 2L$

$$4) \begin{cases} LY = \frac{1}{2}BH \\ LY \perp AB \\ LY \perp AH \end{cases}$$

$$AY = AY \perp BH$$

$\Rightarrow LY\text{-ср. линия } \triangle BHA \Rightarrow BL = LA$

$$LY \parallel BH (LY \perp AC, BH \perp AC)$$

$BC = CA$ (CL-бисс.
и международно
CL-бисс.)

5) LY-Биссектриса углов/у треугр.

11

$$\begin{cases} AL = AK \cdot AC \\ 2AK + KN = 5 \end{cases}$$

$$AK = a$$

$$CN = b$$

$$\begin{cases} 3 = a \cdot 2(a+b) \\ 2a+b = 5 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} 3 = a \cdot 2(5-a) \\ a+b = 5-a \end{array} \right\}$$

$$a^2 - 10a + 3 = 0$$

$$2a^2 - 10a + 3 = 0$$

$$D = 100 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 100 - 24 = 76 = 2 \cdot 38 = 2 \cdot 4 \cdot 19$$

$$a = \frac{10 \pm \sqrt{76}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$b = 5 - 5 - \sqrt{19} < 0 \Rightarrow b = \sqrt{19} \Rightarrow AC = 5 + \sqrt{19} = BC$$

Ответ: $5 + \sqrt{19}, 5 + \sqrt{19}$

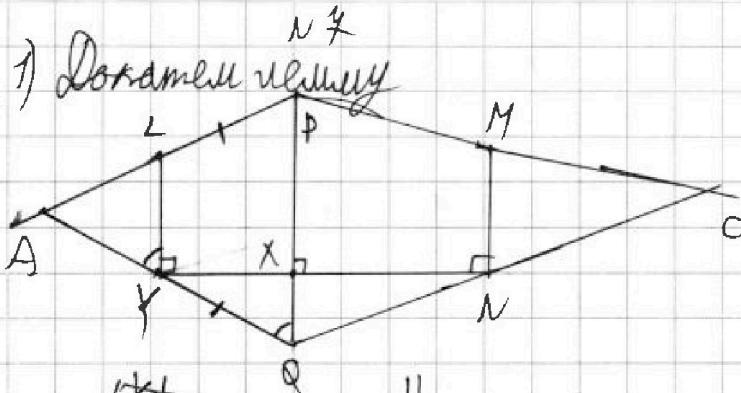


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Докажем что $\angle LMN = \angle LYQ$

$\angle LMN \sim \angle LYQ$, $MN \parallel PQ$, $PQ \perp YN$

$\angle PMN = \angle PNQ$

То хочу доказать, что $MN \parallel LY$

$PQ \perp YQ$ -он. $PQ \parallel LY \Rightarrow PL \perp Y$ (напр. хорды см. первые х.)

$\angle ALY = \angle APQ$ ($\angle A$ -одинак.)
 $\angle PLY = \angle PYA$

$$\frac{AL}{AQ} = \frac{PL}{PY}$$

$$AL \cdot (PL + PY) = PL \cdot (AL + PY)$$

$$AL = AL$$

Сер. пер. к LY проходит через A и такие он совпадает с ~~PL~~ сер. пер. к PQ (пред. замечаниеично приводящее сплошную линию в A) другие случаи аналогичны.

Аналогично сер. пер. к MN совп. с сер. пер. к PQ

Если ~~PL~~ $PL \parallel YQ$, то $PL \perp Y$ -нап-зан
 $PL \perp YQ$ -внешн. $\Rightarrow PL \perp YQ$ -внутр.ч.

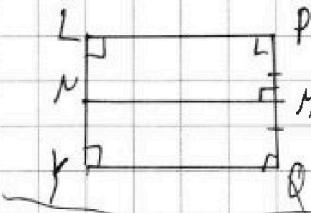


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

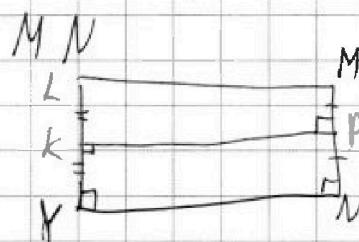
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Проведем сег. пер. N к PQ
и пересечем с L

PML -треугольн. $\Rightarrow LN = \frac{1}{2}LK \Rightarrow N$ -сеп. Δ

Повтор сеп. пер. LY сообр. с сеп. перв.



$LN \perp NM$ ($MN \parallel PQ$)

MN -сеп. пер. к LY

$k \angle MP$ -треугольн. $\Rightarrow k \angle = P N \Rightarrow YL = MN$ -у.м.г.

2) \triangle опущены перп. из L на AC



$PL \perp YQ$ -видим.

($\angle C = \angle P$ ($\angle P = \angle C$))

$\angle LYC = 90^\circ \Rightarrow$ Легко видеть $\angle PLQ = 90^\circ$

Аналог. Начертить вид окр. $APMQ$

$PL \perp YQ$ -видим

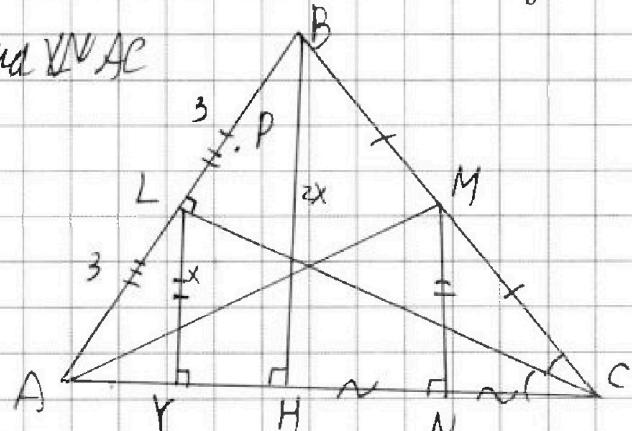
$PMNQ$ -видим

не видим

$PQ \perp LY$

$PQ \parallel MN$ (нагл. AC все)

$\Rightarrow LY = MN$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

_ из _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + 7x^2 + 12x - 6 = 0$$

$$-8 + 28 - 24 - 6$$

$$\begin{array}{r} \cancel{x^3 + 7x^2} \\ -6^3 + 6^2 \cdot 4 \\ 6^3 + 6^2 \cdot 2 - 6^2 \cdot 2 \\ -27 - 36 - 6 + 63 \end{array}$$

$$\begin{aligned} bx + dx &= 6bx + 6ba \\ x(b + d - 6b) &= 6ba \\ x = \frac{6ba}{d - 5b} \end{aligned}$$

$$24a - 9ab$$

$$36, 16, -24$$

$$-1, -2, -3, -6$$

$$\begin{array}{r} x^4 + dx^3 + 7x^2 + 6x - 6 \\ \underline{-x^4 + x^3} \\ -7x^3 + 7x^2 \\ \underline{-7x^3 + 7x^2} \\ -12x^2 + 6x \\ \underline{-12x^2 + 12x} \\ -6x - 6 \end{array}$$

$$\begin{aligned} (x+2)^3 &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \\ (x+2)^3 + x^2 - 14 &= 0 \\ (x+2)^3 &= 14 - x^2 \\ -4^3 &= 14 - 36 \end{aligned}$$

$$\frac{a(24 - 9b)}{d - 5b}$$

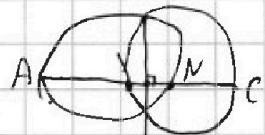
$$\begin{array}{r} x^3 + 7x^2 + 12x - 6 = x(x^2 - x + 1) \\ \underline{-x^3 - x^2 + x} \\ 8x^2 + 11x - 6 \end{array}$$

$$\frac{12 - 2x - 6x^2}{2} = (x^2 + 4x)^2$$

$$6 - x - 3x^2 = (x^2 + 4x)^2$$

$$\cancel{3x^2} + x - 6$$

$$6 - x - 3x^2 = x^2(x+4)^2$$



$$XN \cdot XA = \frac{CL}{CDSL} \cdot XC$$

$$\frac{a \cdot 2M}{AX} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3d}{2} = AX$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n =$$

$$= (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 13p^2$$

$$\frac{\frac{3d}{2}}{d+8} =$$

$$mn(m - 2n - 2)$$

$$mn : 15$$

$$\frac{x}{x+a} = \frac{3b}{\frac{b}{2} + 4} = \frac{6b}{b+8}$$

$$\frac{6ab + 24a - 15ab}{b - 5b}$$

$$\begin{aligned} a(a+13) &= 68 \\ a^2 + 13a - 68 &= 0 \\ 2 \cdot 2 \cdot 17 \end{aligned}$$

I-

I-



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{c} \text{2 задача} \\ 12 - 12x \\ 36 \end{array}, \quad \begin{array}{c} \text{4 задача} \\ (x^2 + 4x)^2 \\ \downarrow \end{array}, \quad \begin{array}{c} \text{8 задача} \\ -6x^2 \end{array}$$

$$\text{Если } \text{шар } d, \text{ то } (x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x) = 2d = -6x^2 - (x^2 + 4x)^2$$

$$\cancel{x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2}$$

$$\cancel{2x^4 + 16x^3 + 32x^2 + 12x - 12 = 0} \quad \text{Если } \text{шар } d, \text{ то } 12 - 2x = d$$

$$\cancel{x^4 + 8x^3 + 19x^2 + 6x - 6 = 0} \quad (x^2 + 4x)^2 = \frac{-6x^2 + 12 - 12x}{2}$$

~~Любр. Тоннера~~

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 8 & \cancel{12} & 6 & -6 \\ \hline -1 & 1 & 7 & 12 & -6 & 0 \\ \hline & 1 & 6 & 0 & 1 & \\ -6 & 1 & 1 & & 6 & \end{array} \quad \begin{array}{l} (x^2 + 4x)^2 = -3x^2 + 6 - 6x \\ x^2(x^2 + 8x + 16) + 3x^2 + 6x - 6 = 0 \\ -x^4 - 8x^3 - 19x^2 - 6x + 6 = 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} d + 2d = (x^2 + 4x)^2 \\ d + 6d = -6x^2 \Rightarrow -6x^2 = (x^2 + 4x)^2 + 3 - 2(12 - 12x) : 3 \\ d = 12 - 2x \\ -2x^2 = (x^2 + 4x)^2 - 8(1-x) \end{cases}$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad (x+4)^2(x^2 + 4x - 2) = 0$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 8 & 18 & 8 & -8 \\ \hline -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \\ \hline & 1 & 4 & -2 & 0 & \end{array} \quad D = 16 + 4 \cdot 2 = 24 \\ x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ответ: $-2, -2 \pm \sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases} \quad \begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2+b^2=4 \end{cases}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \quad a^2 + 10d + 25 = 4a^2 b^2 + 4ab^2 + b^2$$

Докажем, что $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$ возрастает

$$x_1 > x_2$$

$$2c^2 - 9c + 9 = 0$$

$$\Delta f(x) = 2(x_1^5 - x_2^5) + 4(x_1^2 - x_2^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x_1} - \sqrt[4]{x_2}) \quad (2c-3)(c-3) = 0$$

$$(4c-6)(4c-12) = 0$$

$$x_1^5 > x_2^5 \quad x_1 > x_2 \quad x_1^2 >$$

$$a^2 + b^2 = 4$$

$$\frac{3}{2} > 3$$

$$\sqrt{2x} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad a-b = 2ab - 5 \quad (2c-3)(4c-4) = 0$$

$$4-2ab = 4a^2 b^2 - 20ab + 25$$

$$x^2 + x - 12$$

$$ab = c$$

$$(x-3)(x+4) = 0$$

$$a-b+5=2ab$$

$$4c^2 - 18c + 18 = 0$$

$$x+4=a$$

$$a(-b)+5=b(1+a)$$

$$d^2 - 18d + 18 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

$$3-x = 4-a$$

$$6 > 6$$

$$\sqrt{a} + -\sqrt{2a} + 5 = 2\sqrt{(4-a)a} = 2\sqrt{4a} \quad (2c-3)(2c-6)$$

$$(d-6)(d-12)$$

$$\sqrt{a}(1-\sqrt{2-a}) +$$

$$(2d-3)($$

$$\sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{(4-a)a} + \sqrt{2a}^2$$

$$2^{16} + 2^3$$

$$d+25 + \sqrt{a} = 4(4-a)a + 4(4a)\sqrt{a} + (4-a)(4a + 4\sqrt{a} + 1)$$

$$D = 4(81 - 4 \cdot 18) = 36 = 6 \quad \frac{18 \pm 6}{6} = \frac{24}{6} = 3$$

$$\frac{12}{6} = \frac{3}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

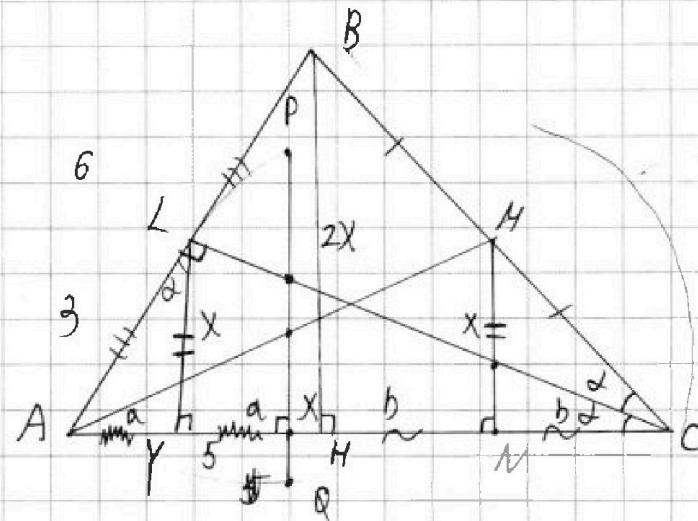
1 2 3 4 5 6 7 СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2a+b=5$$

$$\cos \angle = \frac{a}{3}$$

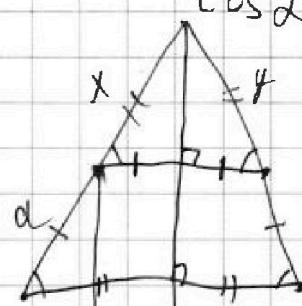
$$\cos \angle =$$



$$a+b=5-a$$

$$2a+b=5$$

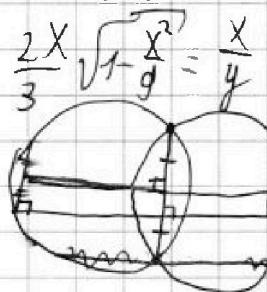
$$3=2a(a+b)$$



$$PM=QM$$

$$\cos \angle = \frac{x}{3}$$

$$g/h \cdot 2d = 2 \cos \angle \sqrt{1 - \cos^2 \angle}$$



$$\frac{x}{x+a} = \frac{y}{y+d}$$

$$xy + ax = xy + dy$$

$$x-y$$

$$y = \sqrt{\frac{g-x^2}{g}}$$

