



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{ccc} 12-2X, & (X^2+4X)^2, & -6X^2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 24. & 84. & 84. \\ & 44. & \end{array}$$

$$12-2X = a \text{ и mod } d$$

$$d, d+2d, d+6d$$

$$3a+6d = d+6d+2a$$

$$3X^2(X+4)^2 = -6X^2 + 2 \cdot \frac{1}{4}(1-X)$$

$$X^4 + 8X^3 + 16X^2 = -2X^2 + 8 - 8X$$

$$X^4 + 8X^3 + 18X^2 + 8X - 8 = 0$$

x	1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4	0
-2	1	4	-2	0	

$$(X+2)^2(X^2+4X-2)=0$$

$$X^2+4X-2=0 \text{ или } X=-2$$

$$D=24$$

$$X = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\text{Ответ: } X=-2, X=-2 \pm \sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\min(10x+5y)$$

$$2x-3y = \pm 6$$

$$3x-2y = \pm 4 \quad \text{— ур. прямой.}$$

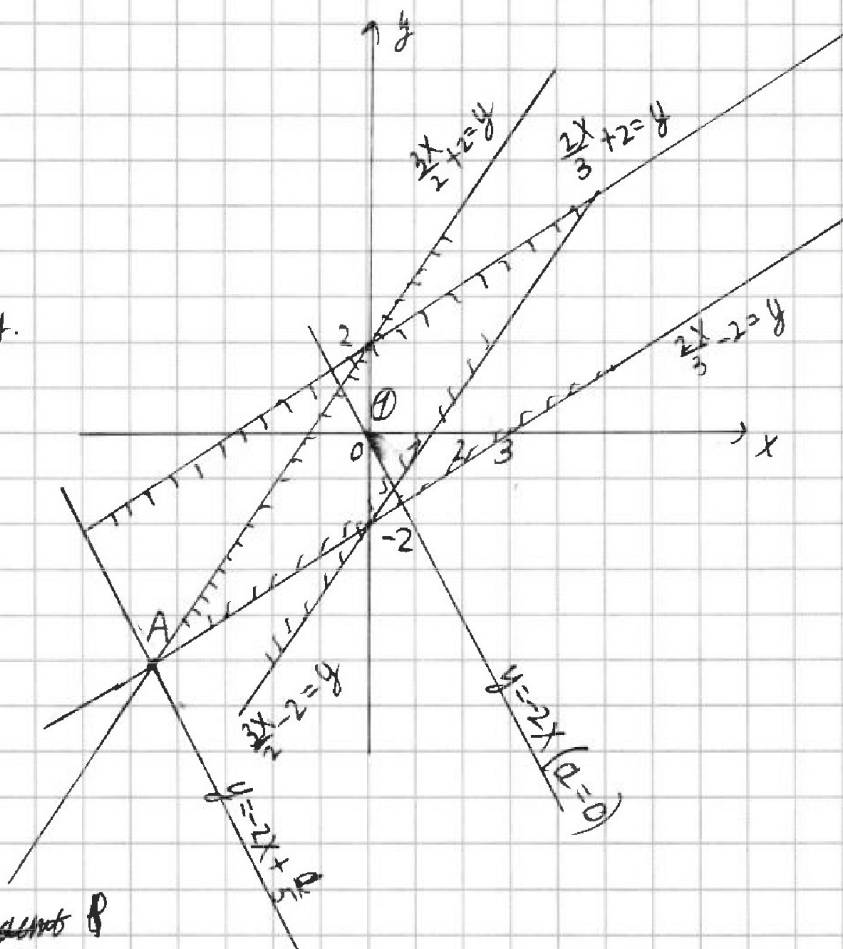
$$\frac{2x}{3} \pm 2 = y$$

$$\frac{3x}{2} \pm 2 = y$$

Пр. точка (0;0)

$$\begin{cases} |0-0| \leq 6 \\ |0-0| \leq 4 \end{cases} \quad \text{— верно}$$

~~Реш. область B~~



Пересечение областей будет фигура 0

$$10x+5y=a$$

$$y = -2x + \frac{a}{5} \quad \text{— крайная совн. или прямая } y = -2x$$

При увеличении a на x график сдвигается на $\frac{1}{5}$ — единицу

вниз. $\Rightarrow \min(a)$ будет в начале когда $y = -2x + \frac{a}{5}$ — проходит через A (если a меньше будет, то она не затронет)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

нутреннюю фигуру то есть не суц. при таких а х и у
удовл. усл.

$$A: \begin{cases} \frac{3x+2}{2} = y \\ \frac{2x}{3} - 2 = y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{2} + 2 = \frac{2x}{3} - 2 \Rightarrow 9x + 12 = 4x - 12$$

$$5x = -24$$

$$x = \frac{-24}{5} \Rightarrow y = \frac{\frac{-24}{5} \cdot 2}{3 \cdot 5} - 2 = \frac{-26}{5}$$

$$y = 2x + \frac{a}{5}$$

$$\frac{-26}{5} = -2 \cdot \frac{-24}{5} + \frac{a}{5} \cdot 5$$

$$-26 = 48 + a$$

$$a = -74$$

$$\text{Ответ } a = -74$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} mn(m-2n-2) = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=2, mn=15 \Rightarrow mn=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m-2n=4 \\ mn=30 \end{cases} \Rightarrow (2+n)n=15$$

$$n = 4 + 2n$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$(n-3)(n+5) = 0$$

$$n = 3$$

$$n = -5 < 0 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow m = 10$$

Или.

$$A = 15p^2 \text{ Аналог. } 15p^2 : 2 \Rightarrow p = 2 \cdot (p\text{-ноем.})$$

$$A = 60 \text{ Пусть } m-2n = a, a \in \mathbb{Z} (m, n \in \mathbb{Z})$$

$$a^2 + 13a - 60 = 0$$

$$a = 223.5$$

$$D = 169 + 60 \cdot 4 = 169 + 240 = 409$$

$$a = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \text{ упр. } \Rightarrow a \notin \mathbb{Z} \Rightarrow m, n \notin \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (3; 10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3

Исх.

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 14p^2$$

$$m-2n, m-2n+13 - \text{разной четности} \Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) : 2$$

$$14p^2 : 2 \Rightarrow p^2 : 2 \Rightarrow p = 2 (p - \text{простое})$$

$$A = 68$$

$$B = m^2 n^2 (m-2n-2) = 15q^2 \Rightarrow m-2n-2 > 0 \Rightarrow m-2n > 0$$

$$m-2n+13 - (m-2n-2) = 15 \Rightarrow \text{Если } m-2n+13 : 3 \text{ или } 5, \text{ то и}$$

$$m-2n-2 : 3 \text{ или } 5$$

По $A : m-2n+13 \Rightarrow$ тогда $A : 3$ или 5 - противоречие

$$\Downarrow \\ mn : 15$$

~~$$m > 2n+2 > 2n \Rightarrow$$~~

Пусть $m-2n = d, d > 0$

$$A = d(d+13) = 14p^2 = 68$$

$$d^2 + 13d - 68 = 0$$

$$(d+14)(d-4) = 0$$

$$\begin{cases} d = 4 \\ d = -14 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = 4 \quad m-2n = 4 \Rightarrow m : 2 \Rightarrow 15q^2 : 2 \Rightarrow q = 2 (q - \text{н.ч.})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4

$$AZ=6$$

$$YZ=8$$

$$AC=18$$

Решение:

$$1) \angle MZC = \angle XAC \text{ (AX || MZ)}$$

$$\angle MZC = \angle AZY \text{ — верт.}$$

$$\angle BAC = 2\angle AZY$$

$$\angle BAC \text{ — внешняя для } \triangle AZY$$

$$\angle AYZ = \angle BAC - \angle AZY = \angle AZY \quad \left(\begin{array}{l} \angle C \text{ — общ.} \\ \angle MZC = \angle XAC \end{array} \right) \Rightarrow \frac{CM}{CX} = \frac{CZ}{CA} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$2) \triangle AZY \text{ — равноб. } AZ=AY=6$$

$$\text{По т. кос. } 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \angle YAZ = 64$$

$$72 - 64 = 2 \cdot 6^2 \cos \angle YAZ$$

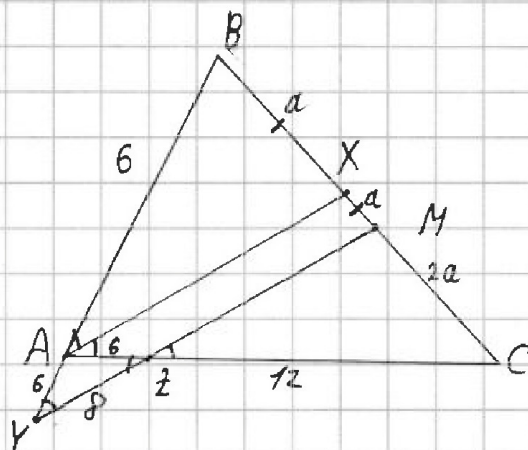
$$\frac{8}{2 \cdot 2 \cdot 3^2} = \cos \angle YAZ = \frac{1}{9}$$

$$5) BX=XM \quad \text{AX || MY} \Rightarrow \text{AX — ср. линия } \triangle BM \Rightarrow AB=AY=6$$

$$6) \text{ По т. кос. в } \triangle BAC$$

$$BC = \sqrt{6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \cos \angle BAC} = 6 \sqrt{1 + 9 + \frac{67}{9}} = \frac{6 \sqrt{96}}{3} = 2 \sqrt{4 \cdot 24} = 8 \sqrt{6}$$

Ответ: $8\sqrt{6}$



$$3) \text{ BX — ср. } \Rightarrow BM=CM$$

$$4) \triangle CZM \sim \triangle CAX$$

$$\begin{aligned} \text{Пусть } CM &= 2a, \text{ то} \\ CX &= 3a, \text{ то} \\ MX &= a \end{aligned}$$

$$CM=BM$$

$$BX=2a-a=a$$

$$\Rightarrow \cos \angle BAC = \frac{1}{9}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{2-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \end{cases} \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3-y \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

Докажем что $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$ - возрастает

Пусть $x_1, \sqrt[4]{3x}$ - сущ. $\Rightarrow 3x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

$$x_1 > x_2 \stackrel{0}{\Rightarrow} x_1^5 > x_2^5, x_1^2 > x_2^2, \sqrt[4]{x_1} > \sqrt[4]{x_2}$$

$$f(x_1) - f(x_2) = 2(x_1^5 - x_2^5) + 4(x_1^2 - x_2^2) + \sqrt[4]{3}(x_1 - x_2) > 0$$

$\begin{cases} f(x_1) > f(x_2) \\ x_1 > x_2 \end{cases} \Rightarrow f(x) - \text{возр.} \Rightarrow$ каждый значок применяется один раз $\Rightarrow$ Если $f(x) = f(y)$, то $x = y$

(иначе например $x > y$, $f(x) > f(y) \Rightarrow$ x, y в случай невозм. одновременно и $x < y$)

$$x \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{2-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(2-x)(x+4)}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} = a \\ \sqrt{3-x} = b \\ a, b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow (a-b)^2 = (2ab-5)^2$$

$$4 - 2ab = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$ab = c$$

$$4c^2 - 18c + 18 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐

СТРАНИЦА
 2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2c^2 - 9c + 9 = 0$$

$$(2c-3)(c-3) = 0$$

$$\downarrow$$

$$c = \frac{3}{2}, c = 3$$

$$\begin{cases} (a+b)^2 = 4+6 \\ (a+b)^2 = 4+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = \sqrt{13} \\ a+b = \sqrt{10} \end{cases}$$

$$a+b > 0$$

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{13} \\ ab = 3 \end{cases}$$

$$t^2 - \sqrt{13}t + 3 = 0$$

$$D = 13 - 3 \cdot 4 = 1$$

$$t = \frac{\sqrt{13} \pm 1}{2}$$

$$a-b \text{ и } 2ab-5 \text{ - отрицательна}$$

знака

$$2ab-5 = 1 > 0$$

$\downarrow$

$$a > b$$

$\downarrow$

$$a = \frac{\sqrt{13}+1}{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$\sqrt{x+y} = \frac{\sqrt{13}+1}{2} \uparrow^2$$

$$x+y = \frac{14+2\sqrt{13}}{4}$$

$$x = \frac{7+\sqrt{13}-8}{2} = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \uparrow^2 > 0$$

$$3 > \frac{\sqrt{13}-1}{2} > 0 > -4 \Rightarrow 4 \geq \sqrt{13}$$

$4 \geq 13$ - истина

$$\begin{cases} a+b = \sqrt{10} \\ a-b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$t^2 - \sqrt{10}t + \frac{3}{2} = 0$$

$$D = 10 - 6 = 4$$

$$t = \frac{\sqrt{10} \pm 2}{2}$$

$$a-b \text{ и } 2ab-5 \text{ - отрицательна}$$

$$2ab-5 = -2 < 0$$

$\downarrow$

$$a-b < 0$$

$$a < b$$

$$a = \frac{\sqrt{10}-2}{2}, b = \frac{\sqrt{10}+2}{2}$$

$$\sqrt{x+y} = \frac{\sqrt{10}-2}{2} \uparrow^2$$

$$x = \frac{10-4\sqrt{10}-4}{4} = \frac{-2\sqrt{10}-1}{2} < 0 \text{ - не решение}$$

$$\frac{2\sqrt{10}-1}{2} = 4$$

$$\frac{2\sqrt{10}-1}{2} = 8$$

$$\frac{2\sqrt{10}-1}{2} = 4$$

$$\frac{2\sqrt{10}-1}{2} = 4$$

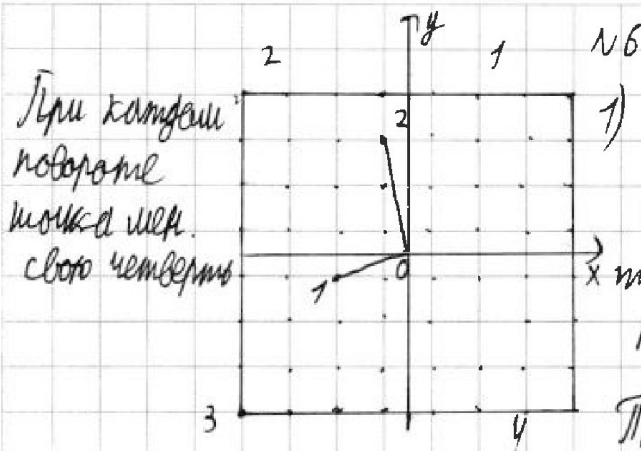
$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{13}-1}{2}, \frac{\sqrt{10}-2}{2}$$



1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) Если две точки не центр. симм. отн. ~~квад~~ O, то поворот дока-
жет, что получается 4 случая пово-
рота ($0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$) отн. O
(сторона квадр. совпадает с линией
т.к. 4 точки не лежат на O отн.)

то они не могут совпасть сами с собой при таких по-
воротах. Если же 2 поворота совпали по раскраске
то точки перемещались местами тогда пусть угол
по часовой $\angle 1 O_2$ рассмотрим угол $1 O_2$ по часовой
1 и 2-точки покр. в белый, тогда этот угол $\angle 1 O_2 = \text{const}$
(поворот. отн. O центр. угол $1 O_2$) тогда если был такой
поворот
~~перестановка~~, что $1 \rightarrow 2$, а $2 \rightarrow 1$, то $\angle 1 O_2 = \angle 1 O_2$ (против
часовой)

Если же каждая пара не центр. симм. $\angle 1 O_2 = 180^\circ$
точек 4 покр. в том числе и 2 не угол, но также
перенос O_1 и $O_2 = \text{const}$

$$\begin{aligned} \text{Кол-во сл. } (C_{64}^2 - \text{все пары}) : 4 &= \frac{64 \cdot 63}{8} - \frac{64}{8} = 8(62) \\ &= 504 - 8 = 496 \end{aligned}$$

и $\angle 1 O_2 = 180^\circ$ точки
центр. симм. отн. O
противоречие

2) Если они у. симм. по 4 каждой паре. Если 2 поворота разные
(повороты (на 0° и на 180°) и (на 90° и на 270°)) - совпадают, а 0° и 90° не могут
совпасть т.к. на x y. симм. клетки выделяются в четверти пересекающиеся
по диагонали



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Повороты на 0° и 90° не могут совпасть т.к. 1 и 2 летят
в одинак. четности четвертях $\Rightarrow$ при повор. на 90° их
для каждой пары чис. 2 в том числе и они сами пер. четность четвертях
повернутся

$$\frac{64}{2} : 2 = 16$$

в симм. пары

$$\text{Ответ: } 16 \cdot (3 + 1) = 16 \cdot 32 = 2^9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3) \begin{cases} M - \text{ср. } BC \\ MN \parallel BH \end{cases} \Rightarrow MN - \text{ср. линия } \triangle BHC \Rightarrow BH = 2MN = 2LY$$

$(MN \perp AC, BH \perp AC)$

$$4) \begin{cases} LY = \frac{1}{2} BH \\ L \in AB \\ Y \in AH \end{cases}$$

$$AY = YH \Rightarrow LY - \text{ср. линия } \triangle BHA \Rightarrow BL = LA$$

$$\begin{cases} LY \parallel BH \\ LY \perp AC, BH \perp AC \end{cases}$$

$$\downarrow \\ BC = CA \quad (CL - \text{бисс. и медиана}) \\ CL - \text{выс.}$$

$$5) LY - \text{высота } \triangle B \text{ в } \triangle ABC$$

$$\begin{cases} AL = AY \cdot AC \\ 2AY + MN = 5 \end{cases}$$

$$AY = a$$

$$CN = b$$

$$\begin{cases} 3 = a \cdot 2(a+b) \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = a \cdot 2(5-a) \\ a + b = 5 - a \end{cases}$$

$$10a - 2a^2 = 3$$

$$2a^2 - 10a + 3 = 0$$

$$D = 100 - 3 \cdot 2 \cdot 4 = 100 - 24 = 76 = 2 \cdot 38 = 2 \cdot 4 \cdot 19$$

$$a = \frac{10 \pm 2\sqrt{19}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$\begin{aligned} b &= 5 - 5 - \sqrt{19} < 0 \Rightarrow b = \sqrt{19} \Rightarrow AC = 5 + \sqrt{19} = BC \\ b &= 5 - 5 + \sqrt{19} \Rightarrow a = \frac{5 - \sqrt{19}}{2} \end{aligned}$$

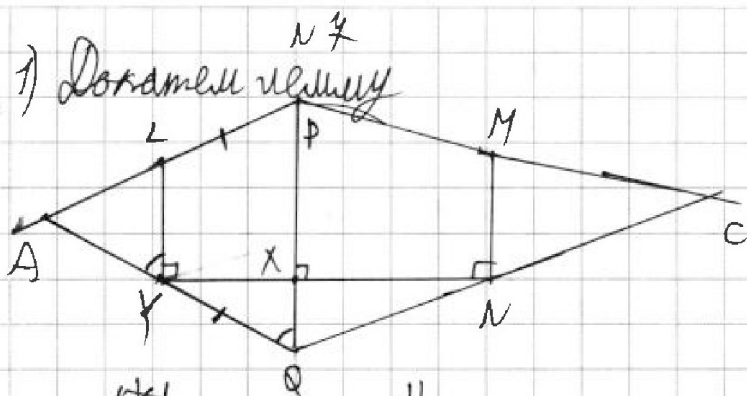
Ответ: $5 + \sqrt{19}, 5 + \sqrt{19}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐2
☐3
☐4
☐5
☐6
☐7
☒СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\begin{cases} PLYQ - \text{вн.} \\ PMNQ - \text{вн.} \end{cases}$ $\angle Y \hat{=} \angle M, MN \parallel PQ, PQ \perp YN$

Хочу доказать, что $MN = LY$

$PLYQ - \text{вн.}$ $PQ \parallel LY \Rightarrow PL = QY$ (пар. хорды ст. равны)

$\triangle ALY \sim \triangle APQ$ ($\angle A - \text{общ.}$) $\angle Y \hat{=} \angle P$
 $\angle PQA = \angle LYA$

$$\frac{AY}{AQ} = \frac{AL}{AP}$$

$$AY \cdot (AL + PL) = AL \cdot (AY + PL)$$

$$AY = AL$$

Сер. пер. к LY проходит через A и также он совпадает с ~~сер.~~ сер. пер. к PQ (прям. продолжением или продолжением с противополож. сторон A) другие случаи аналог.

Аналогично сер. пер. к MN совп. с сер. перам. к PQ

Если бы $PQ \nparallel LY$, то $PLYQ - \text{пар.-мн.}$
 $PLYQ - \text{вн.мн.} \Rightarrow PLYQ - \text{пар.-мн.}$

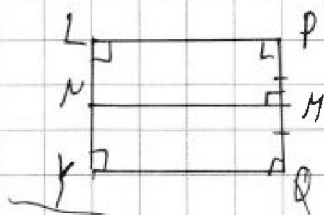


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА
2 из 3

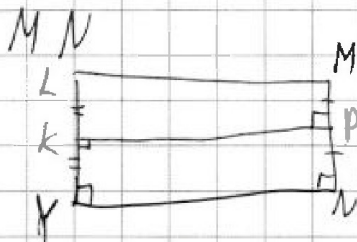
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Проведем сер. пер. PQ к PM
и пересечем с LY

$PMLN$ - трапеция. $\Rightarrow LN = \frac{1}{2} PM \Rightarrow N$ - сер. PM

Поскольку сер. пер. LY совп. с сер. пер. PM .



$LN \perp NM$ ($PM \perp LN$
($PQ \parallel LN$))
 MN - сер. пер. к LY

$KYMP$ - трапеция. $\Rightarrow KY = PM \Rightarrow YL = MN$ - ч. м. г.

2) Проведем перп. из L на AC

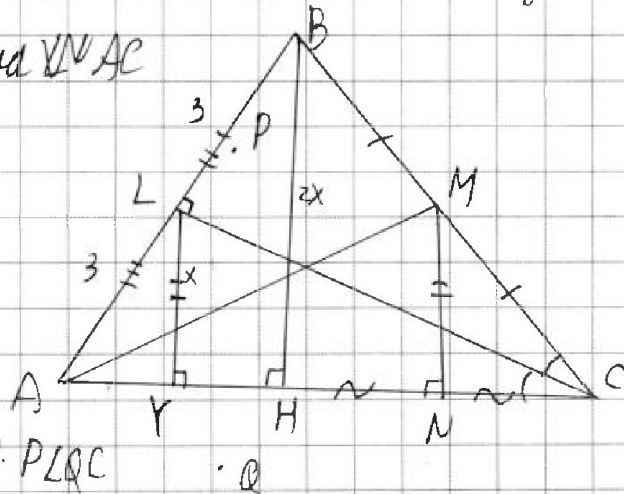
~~LY~~

$PL \perp AC$ - высота

$\angle LPE = \angle LQE = 90^\circ$

$\angle LPE = 90^\circ \Rightarrow L$ лежит на окр. $PLQC$

Аналог. N лежит на окр. $APMQ$



$\left\{ \begin{array}{l} PL \perp AC \\ PM \perp AC \\ PQ \perp LN \\ PQ \parallel LY \\ PQ \parallel MN \end{array} \right.$ (перп. AC все)
но $LY = MN$



На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

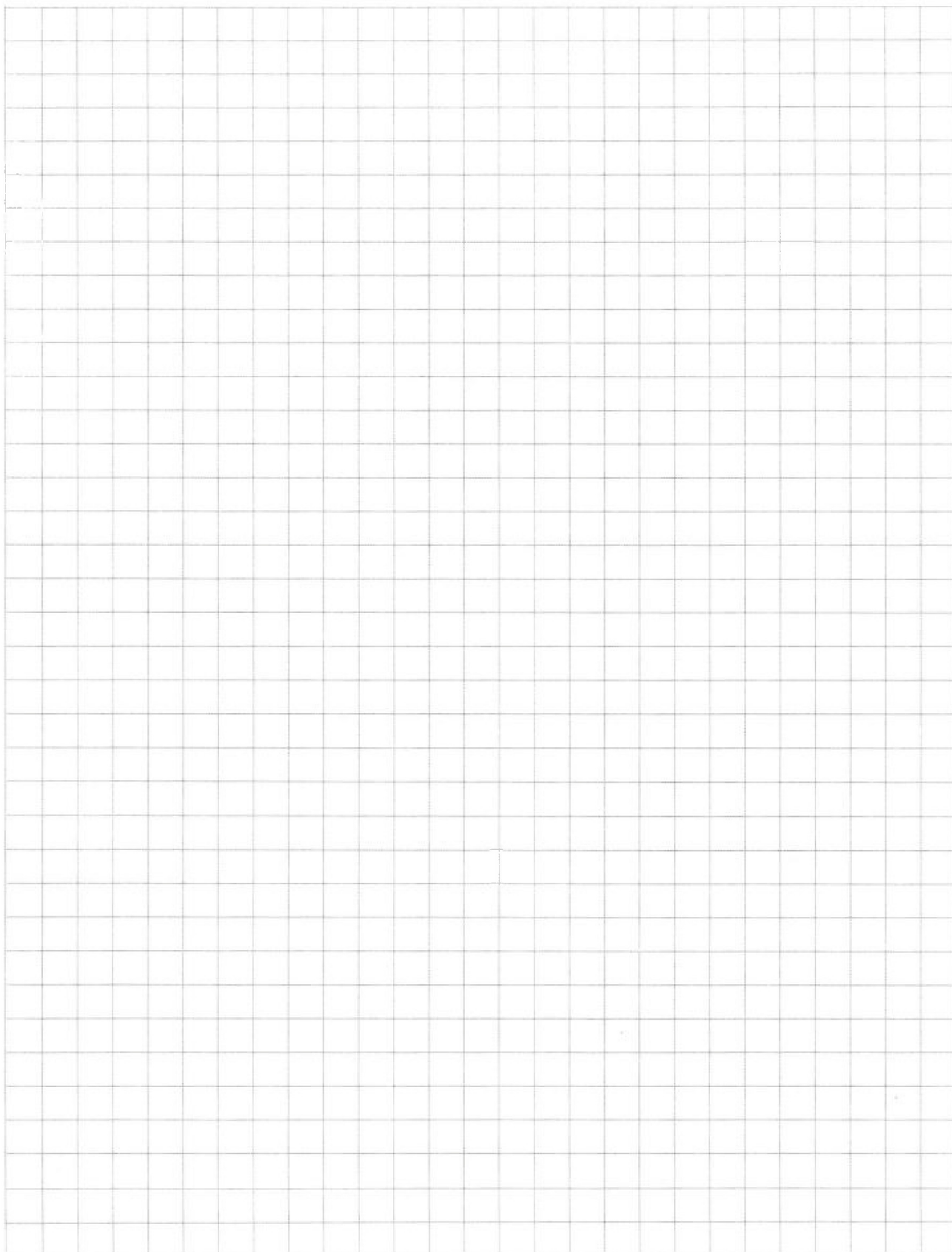
5
☐

6
☐

7
☐

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1
☒

2
☒

3
☒

4
☒

5
☒

6
☒

7
☒

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + 4x^2 + 12x - 6 = 0$$

$$= 8 + 28 - 24 - 6$$

$$\cancel{x^3 + 4x^2}$$

$$- 6$$

$$- 6^3 + 6^2 \cdot 4$$

$$6^3 + 6^2 \cdot 6^2 \cdot 2$$

$$6^2 \cdot 6^2 \cdot 2 - 6$$

$$= 27 - 36 - 6 + 63$$

$$bx + 8x = 6bx + 6ba$$

$$x(b + 8 - 6b) = 6ba$$

$$x = \frac{6ba}{8 - 5b}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 8x^3 + 19x^2 + 6x - 6 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ 7x^3 + 19x^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 - 5b \\ \underline{19x^2 + 6x - 6} \end{array}$$

$$\underline{7x^3 + 7x^2}$$

$$12x^2 + 6x$$

$$\underline{12x^2 + 12x}$$

$$- 6x - 6$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 4x^2 + 12x - 6 \\ \underline{x^3 + 4x^2} \\ 12x - 6 \end{array}$$

$$(x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$(x+2)^3 + x^2 - 14 = 0$$

$$(x+2)^3 = 14 - x^2$$

$$- 4^3 = 14 - 36$$

$$- 10$$

$$24a - 9ab$$

$$36, 16, -24$$

$$- 1, -2, -3, -6$$

$$\frac{a(24 - 9b)}{8 - 5b}$$

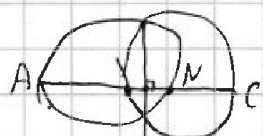
$$\begin{array}{r} x^3 + 4x^2 + 12x - 6 \\ \underline{x^3 - x^2 + x} \\ 5x^2 + 13x - 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 - x + 1 \\ \underline{x} \end{array}$$

$$\frac{12 - 2x - 6x^2}{2} = (x^2 + 4x)^2$$

$$6 - x - 3x^2 = (x^2 + 4x)^2$$

$$3x + x - 6$$

$$6 - x - 3x^2 = x^2(x+4)^2$$



$$YN \cdot XA = \frac{CL}{\cos \alpha} \cdot Xc$$

$$\frac{a}{AX} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3a}{2} = AX$$

$$\frac{3a}{2} =$$

$$\frac{x}{x+a} = \frac{3b}{\frac{b}{2} + 4} = \frac{6b}{b+8}$$

$$m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n =$$

$$= (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2$$

$$mn(m - 2n - 2)$$

$$mn = 15$$

$$\frac{6ab + 24a - 15ab}{8 - 5b}$$

$$a(a+13) = 68$$

$$a^2 + 13a - 68 = 0$$

$$2 \cdot 2 \cdot 17$$



1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

2 член, 4 член, 8 член
 $12-12X$, $(X^2+4X)^2$, $-6X^2$
 3 6

Если $was d$, то $(X^2+4X)^2 - (12-12X) = 2d = -6X^2 - (X^2+4X)^2$

~~$X^4 + 8X^3 + 16X^2 - 12 + 12X = -6X^2 - X^4 - 8X^3 - 16X^2$~~

~~$2X^4 + 16X^3 + 32X^2 + 12X - 12 = 0$~~

Если $was d$, то $12-2X=a$

~~$X^4 + 8X^3 + 19X^2 + 6X - 6 = 0$~~

~~$(X^2+4X)^2 = \frac{-6X^2 + 12 - 12X}{2}$~~

Поиск корней

	1	8	19	6	-6
-1	1	7	12	-6	0
-6	1	1	6		

~~$(X^2+4X)^2 = -3X^2 + 6 - 6X$~~

~~$X^2(X^2+8X+16) + 3X^2 + 6X - 6 = 0$~~

~~$X^4 + 8X^3 + 19X^2 + 6X - 6 = 0$~~

$\begin{cases} d+2d=(X^2+4X)^2 \\ d+6d=-6X^2 \Rightarrow -6X^2=(X^2+4X)^2+3-2(12-12X):3 \\ a=12-2X \end{cases}$

$-2X^2=(X^2+4X)^2-8(1-X)$

$X^4 + 8X^3 + 18X^2 + 8X - 8 = 0$

$(X+4)^2(X^2+4X-2)=0$

$D=16+4 \cdot 2=24$

$X=\frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}=-2 \pm \sqrt{6}$

	1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4	0
-2	1	4	-2	0	

Ответ: $-2, -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \end{cases} \begin{cases} a-b+5=2ab \\ a^2+b^2=4 \end{cases}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y} \quad d^2 + 10d + 25 = 4a^2b^2 + 4ab^2 + b^2$$

Докажем, что $f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x}$ — возрастает

$$x_1 > x_2$$

$$2c^2 - 9c + 9 = 0$$

$$\Delta f(x) = 2(x_1^5 - x_2^5) + 4(x_1^2 - x_2^2) + \sqrt[4]{3}(\sqrt[4]{x_1} - \sqrt[4]{x_2}) \quad \begin{cases} (2c-3)(c-3) = 0 \\ (4c-6)(4c-12) = 0 \end{cases}$$

$$x_1^5 > x_1^4, x_2 > x_1^3, x_2^2 >$$

$$a^2 + b^2 = 4$$

$$x=y$$

$$\sqrt{2x} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$a-b=2ab-5$$

$$\frac{3}{2} \quad \frac{2}{3} \quad (2c-3)(2c-9) = 0$$

$$x^2 + x - 12$$

$$(x-3)(x+4) = 0$$

$$x+4=a$$

$$3-x = 4-a$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{4-a} + 5 = 2\sqrt{(4-a)a} = 2 + \sqrt{4-a}$$

$$4-2ab = 4a^2b^2 - 20ab + 25$$

$$ab=c$$

$$4c^2 - 18c + 18 = 0$$

$$d^2 - 10d + 12 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

$$6 \quad 6$$

$$(2c-3)(2c-6)$$

$$\sqrt{a}(1-\sqrt{4-a}) +$$

$$(d-6)(d-12)$$

$$(2d-3)($$

$$\sqrt{a} + 5 = 2\sqrt{(4-a)a} + \sqrt{4-a}$$

$$d + 25 + 10\sqrt{d} = 4(4-a)d + 4(4-a)\sqrt{a}(4-a) = (4-d)(4a + 4\sqrt{a} + 1)$$

$$D = 4(81 - 4 \cdot 18) = 36 = 6 \quad \frac{18 \pm 6}{8} = \frac{24}{8} = 3$$

$$\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

