



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$A = m^3 + mn + n^3 - 9m - 9n = (m+n)(m^2 - mn + n^2) - 9(m+n) = (m+n)(m^2 - mn + n^2 - 9) : 3 \text{ м.р.}$$

9-рим, а $m+n$ -одной чётности, значит либо $p=2$, либо $q=2$

$$\text{м.р. } 752^2 \text{ или } R73P^2 \text{ либо } (75+73)/2, \text{ не сработал}$$

$$(m+n)(m^2 - mn + n^2 - 9) : 3 = 75q^2 = 13 \cdot 25 \cdot 4 \Rightarrow (m+n)(m^2 - mn + n^2 - 9) : 3 \text{ замечание}$$

чтобы $m+n$ и $m^2 - mn + n^2 - 9$ чётность $m+n \equiv 3$ значит

если $(m+n)(m^2 - mn + n^2 - 9) : 3$ то $(m+n)(m^2 - mn + n^2 - 9) : 9$ это невозможно

$$\text{м.р. } 75 \cdot 2^2 / 9, \text{ значит } (m+n)(m^2 - mn + n^2 - 9) = 73P^2 = 13 \cdot 25 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2$$

замечание, что $73P^2$ простые множители и разница между $(m+n)$ и $(m^2 - mn + n^2 - 9)$ должна быть чётной.

значит $13 \cdot 2 \cdot 2$ это возможно только в случае

$$\text{если } x = 13 \text{ и } x-9 = 4 \text{ (ибо } x = (m+n)) \Rightarrow m+n = 13.$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = (mn)(m+n-3) = 75q^2 \Rightarrow (mn)(10) = 75q^2 \cdot 5 \cdot 75q^2$$

$$\text{м.р. } 10 : 2 \text{ то } mn \mid (mn)(m+n-3) : 2 \Rightarrow 75q^2 : 2 \Rightarrow q = 2 \text{ м.р. } q = 2 \text{ не подходит}$$

$$\text{простое. } \Rightarrow (mn)(10) = 10 \cdot 10 \cdot 3 \Rightarrow mn = 10 \cdot 3 \text{ тогда } \begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (13-n)n = 30 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13n - n^2 - 30 = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n^2 - 13n + 30 = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (n-10)(n-3) = 0 \\ m = 13-n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow \text{ найдены пары } 10 \text{ и } 3 \text{ или } 3 \text{ и } 10$$

Ответ: $(10; 3); (3; 10)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

3 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№8

№4 (продолжение)

по теореме косинусов $\cos \beta = \frac{6^2 + 8^2 - 10^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{1}{3}$

$0 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \arccos \frac{2}{3} = \beta$, тогда по теореме косинусов для $\triangle ABC$ $x^2 = 24^2 + 77^2 - 2 \cdot 24 \cdot 77 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = 576 + 5929 - 576 \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow x^2 = 144 + 384 = 528 \Rightarrow$$

$$BC = x = \sqrt{528} = 8\sqrt{13}$$

Ответ: $8\sqrt{13}$

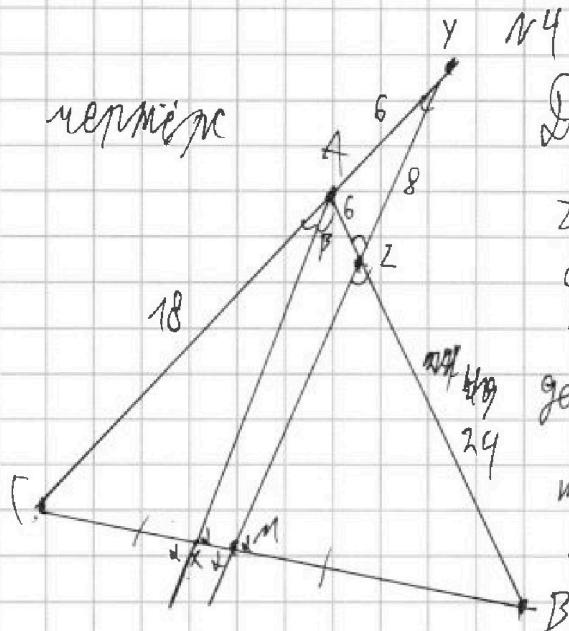
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

чертёж



Дано: $\angle AXY = 18$, $CX = BM$, $\angle AZ = 6$,
 $ZY = 8$, $ZM \parallel AX$, AX -бисс.

Решение: Δ Гусев $\angle CXA = \angle MBZ$ т.к.

тогда $\angle CXA = \angle MBZ$ (изв.)

тогда $\angle CXA \sim \angle MBZ$ (по 3 приз.)

$$\text{тогда } \frac{AX}{ZM} = \frac{CX + XB}{MB} = \frac{6 + 8}{29}, \quad \Delta CXA \sim \Delta CMZ \text{ т.к. } \angle C - \text{общ. и}$$

$$\angle CXA = \angle CMZ \text{ т.к. } AX \parallel ZM. \text{ тогда } \frac{CX + XC}{ZM} = \frac{18 + 2y}{29}$$

$$\frac{XC}{ZM + XC} = \frac{AX}{ZM} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \text{ т.к. если } \Delta CXA \sim \Delta CYB \text{ то } \Delta$$

$$\angle CXA = \angle CYB = \beta \Rightarrow \angle YAB = 6. \text{ тогда } \frac{CX}{CY} = \frac{3}{4} = \frac{1y}{8y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MX = YB \text{ т.к. } CM = BM \Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{BY}{BM} = \frac{6y}{8y} = \frac{3}{4}. \text{ тогда } \frac{BX}{BM} = \frac{8y}{8y} = 1$$

~~$$\text{тогда } \frac{6 + BX}{BX} = \frac{8}{8} \Rightarrow BX = 4 \Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{10y}{8y} = \frac{5}{4} \Rightarrow \text{тогда}$$~~

$$\frac{6 + BX}{BX} = \frac{5}{4} \Rightarrow BX = 24. \text{ введём } \frac{AX}{ZM} = \frac{5}{4}, \frac{AX}{ZM + XC} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AX}{ZM} = \frac{ZM}{AX} = \frac{24}{75}, \frac{ZM + XC}{AX} = \frac{20}{15} \Rightarrow ZM = 12, AX = 75 \text{ тогда}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \text{ зам.к.}$$

\sqrt{x} и \sqrt{y} - сущ. то $x \geq 0$, $y \geq 0$, также заметим
что $x=y$ т.к. $x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$ если $x \neq y$ то $x^4 - y^4 < 0$, $5(x^2 - y^2) < 0$ и $\sqrt{x} - \sqrt{y} < 0$. значит $x=y$ тогда

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{y} + 5 = \sqrt{6+5x-y^2} \Rightarrow (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = (\sqrt{6+5x-x^2})^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x+1 - x + 2\sqrt{(x+1)(6-x)} + 20x + 4x^2 = 2(\sqrt{(x+1)(6-x)} + 5(\sqrt{6-x} - \sqrt{x+1})) \Rightarrow$$
$$x^2 - 5x + 2 = 2(\sqrt{(x+1)(6-x)} + 5(\sqrt{6-x} - \sqrt{x+1})) \text{ очевидно, что } x \neq 6$$

и $x \neq 0$ т.к. $x^2 - 5x + 2 \neq 0$. Далее, получим ~~то~~ $x = 6$

~~затем $x=6$ это корень~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

16 (продолжение)

Если мы покрасили 8 точек тонкую линию ~~и симметрию~~ ~~точку~~ ~~точку~~ ~~точку~~, то вариант расположения точек будет $\frac{80 \cdot 7}{2 \cdot 4}$ м.к.

симметрии нету, эторавнозначно.

Если мы не используем точку 0, и берём симметричные точки, то таких вариантов $\frac{80 \cdot 7}{2 \cdot 2}$ м.к.

одну точку берём 80 способами. Вторая автоматически, так можно выбирать в другом порядке, и поворотом можно использовать каждую позицию.

Если мы берём первую точку 0 и след. 7 вариантов выбирать 7 точек $\frac{80 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 10 \cdot 78 = 780$

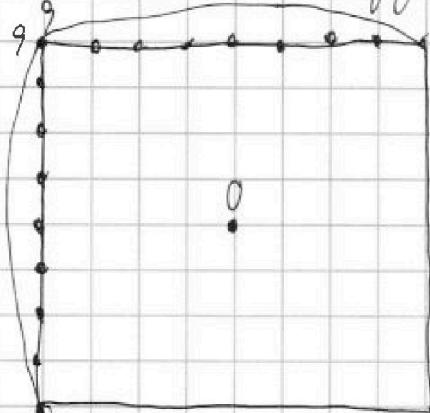
Получаем всего вариантов $780 + 120 + 70 = 810$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N 6

В поле 8×8 будет 9×9 узлов клемок, т.к. точка О это

центр квадрата, выбрать 2 узла
можно $\frac{9 \cdot 9 \cdot (9 \cdot 9 - 1)}{2!} = \frac{81 \cdot 80}{2}$ способами

также пойдёт, что квадрат
может повернуться, то

нет некоторых точек всем точкам будет соответствовать
различные местоположения которых получаются
поворотом кроме точки О, но т.к. мы поворачиваем
все точки, то набор: О и еще одна точка соответст-
вует 4 местоположениям, как и большинству других
наборов, кроме наборов где ~~есть~~ есть 2 точки
точки в этом наборе симметричны относительно О т.к. они после 1 поворота
перейдут друг в друга, для других наборов
всегда 4 варианта местоположения ряда после поворотов,
т.к. точки не перейдут друг в друга. Для одной точки только
1 точка симметрична относительно О (кроме точки О, ей О),
тогда, посчитав сколько всего вариантов закраски.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

Пусть a -это 1-ий член прогрессии, b -3ий, (-5) -ий, d -8-ий

Пусть $a + \lambda n = b$, то $a = b - \lambda n$, $b + \lambda n = c$, $c + \lambda n = d$, замечаем,

$$\text{Чтобы } b + \lambda n = c + \lambda n = d, \quad b + \lambda n = c \Rightarrow \lambda n = c - b \Rightarrow c + \lambda n = d \Rightarrow$$

$$4n = d - c = 3x^3 - (x^3 + 3x) = 3x^3 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$c = b + \lambda n \Rightarrow \lambda n = c - b \Rightarrow 2n = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 \Rightarrow 4n =$$

$$= 4n = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 \Rightarrow -x^4 - 4x^3 - x^2 =$$

$$\Rightarrow 0 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 + x^4 + 4x^3 + x^2 \Rightarrow 0 = 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 - 1^2 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 1) - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x+1)^2 - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$D = 4 + 8 = 12 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{13}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}.$$

$$\text{Сумма } x = -1 - \sqrt{3}, \text{ произведение } x_1 x_2 = (-1 - \sqrt{3})(-1 + \sqrt{3}) = 1 + 3\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})^2 \text{ м.к. } -3\sqrt{3} + 4 + 3\sqrt{3} = 2^2 \text{ и, } -3 - 3\sqrt{3} + 3 + (2\sqrt{3} + 9\sqrt{3}) = 3 \cdot (4 + 2\sqrt{3}) \text{ м.к.}$$

$$7 + 6\sqrt{3} = 7\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \Rightarrow x = -1 - \sqrt{3} - \text{наглядно}$$

$$\text{Сумма } x = -1 + \sqrt{3}, \text{ произведение } x_1 x_2 = 4 - 3\sqrt{3} \text{ м.к. } -3 + 3\sqrt{3} + 3 + (4 - 3\sqrt{3}) = 7 + 3 - 2\sqrt{3} - (-1 + 2\sqrt{3})^2 \text{ м.к. } 4 = 4 \text{ и, } -3 + 3\sqrt{3} + 3 + 3(4 - 3\sqrt{3}) = 3(7 + 3 - 2\sqrt{3}) \text{ м.к.}$$

$$7 + 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 7 + 3 - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = -1 + \sqrt{3} \text{ наглядно.}$$

Ответ: $-1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\checkmark \quad N 5$

$$\sqrt{x^4 + 5x^2 + x} - \sqrt{y^4 + 5y^2 + y} + 5 = 2\sqrt{6 + 5x - y^2} \Rightarrow x \geq -1, y \geq 0$$
$$x^4 + 5x^2 + x = y^4 + 5y^2 + y$$
$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{y+1} + 5)^2 = (\sqrt{6+5x-y^2})^2 \Rightarrow (x+1)^2(y+1)(6-y) = x+1+y$$
$$\Rightarrow x+1+6-y+25 - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} - 2(10\sqrt{6-y} + 10\sqrt{x+1}) = 24 + 10x - 4y \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x+7-y+25 - 24 - 20x - 4y^2 = 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + 10(\sqrt{6-y} - \sqrt{x+1}) \Rightarrow$$
$$27x + 8 - 4y^2 - y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1 = -1 \pm \sqrt{3} \text{ если } x = -1 \pm \sqrt{3} \text{ то } -3 - 3\sqrt{3} + 3 + 2n = (1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$-3\sqrt{3} \equiv 2n + 2n = 14 \Rightarrow 2n = 4 + 3\sqrt{3} \Rightarrow n = 2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$72 + 6\sqrt{3} - 72 - 9\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

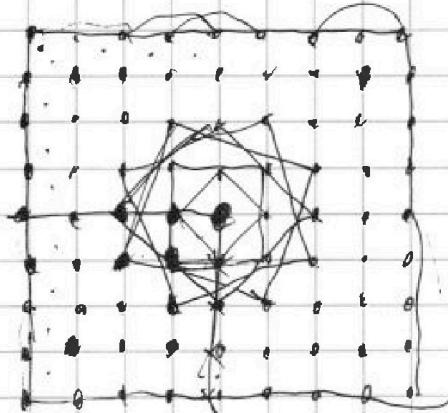
$$x = -7\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} \quad -3 + 3\sqrt{3} + 3 + 2n = (1 + 3 + 2\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$3\sqrt{3} + 2n = 4 + 48 + 16\sqrt{3} \Rightarrow 2n = 13\sqrt{3} + 52 \Rightarrow$$

~~$$-7n = 26 + \frac{13\sqrt{3}}{2} \quad -3 + 3\sqrt{3} + 3 + 2n = 3 + 3\sqrt{3} + 3 + 9\sqrt{3} + 756 \neq$$~~

$$\Rightarrow 3\sqrt{3} + 2n = 4 \Rightarrow 2n = 4 - 3\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$3\sqrt{3} + 6n = 4 \quad 72 - 6\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3} + 72 - 9\sqrt{3} = 72 - 6\sqrt{3}$$



N6

$$\begin{array}{r} 81.80 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9.8 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \times \frac{24}{24} \\ \hline 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 321578 \times 4 \\ \hline 972 \\ - 72 \\ \hline 252 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 87.79 \\ \hline 18 \\ + 18 \\ \hline - 84 \leq 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^{33} \\ \times 76 \\ \hline 798 \\ + 33 \\ \hline \end{array}$$

33

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$d, f, c \quad C = 3x^2 + 3$$

$$a, b, c, d, e, f, g, h, p$$

$$3x^2 + 3 \quad (x^2 + 2x)^2 \quad 3x^2$$

$$(a^2 - b^2 = (a+b)(a-b))$$

$$\text{так как } a+b = 6 \text{ тогда } C+2n = 0$$

$$C+6n = P$$

$$3x^2 + 3 + 6n = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 3x^2$$

$$3(x+1) + 2n = x^4 + 4x^3(x+1) \Rightarrow 2n = x^4 + (4x^3 - 3)(x+1) \Rightarrow$$

$$2n = 2x^4 + 2(4x^3 - 3)(x+1) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2 \Rightarrow$$

$$2n = 2x^4 + 2(4x^3 - 3)(x+1) = 3x^2 - x^4 - 4x^3(x+1) \Rightarrow$$

$$2n = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^4 - 4x^3 - x^2 = -x(x^3 - x^2)(x^2 + 4x + 1) =$$

$$-x^2(x+1)(x+2) = (x^2)(x+2)^2 = (x(x+2))^2 \Rightarrow n \leq 0 \text{ так тогда}$$

$$3x^2 + 3 - (x^2 + 2x)^2 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^4 - 4x^3 - x^2 = (-1)((x(x+2))^2 + (2x^2))$$

$$2x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2n \Rightarrow 2n = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 3x - 6 \Rightarrow$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$x^4 + 4x^3 + 9x^2 - x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 1) = 1 \Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 3x + 1) = 1$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 1) - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x+1)^2 - (x+1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \quad D = 4x \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} =$$

$$= -2 \pm \sqrt{3} \quad \boxed{10} \quad \boxed{2} \quad \boxed{4} \quad \boxed{5} \quad \boxed{6} \quad \boxed{7} \quad \boxed{8} \quad \boxed{9} \quad \boxed{10} \quad \boxed{11} \quad \boxed{12} \quad \boxed{13} \quad \boxed{14} \quad \boxed{15} \quad \boxed{16} \quad \boxed{17} \quad \boxed{18} \quad \boxed{19} \quad \boxed{20} \quad \boxed{21} \quad \boxed{22} \quad \boxed{23} \quad \boxed{24} \quad \boxed{25} \quad \boxed{26} \quad \boxed{27} \quad \boxed{28} \quad \boxed{29} \quad \boxed{30} \quad \boxed{31} \quad \boxed{32} \quad \boxed{33} \quad \boxed{34} \quad \boxed{35} \quad \boxed{36} \quad \boxed{37} \quad \boxed{38} \quad \boxed{39} \quad \boxed{40} \quad \boxed{41} \quad \boxed{42} \quad \boxed{43} \quad \boxed{44} \quad \boxed{45} \quad \boxed{46} \quad \boxed{47} \quad \boxed{48} \quad \boxed{49} \quad \boxed{50} \quad \boxed{51} \quad \boxed{52} \quad \boxed{53} \quad \boxed{54} \quad \boxed{55} \quad \boxed{56} \quad \boxed{57} \quad \boxed{58} \quad \boxed{59} \quad \boxed{60} \quad \boxed{61} \quad \boxed{62} \quad \boxed{63} \quad \boxed{64} \quad \boxed{65} \quad \boxed{66} \quad \boxed{67} \quad \boxed{68} \quad \boxed{69} \quad \boxed{70} \quad \boxed{71} \quad \boxed{72} \quad \boxed{73} \quad \boxed{74} \quad \boxed{75} \quad \boxed{76} \quad \boxed{77} \quad \boxed{78} \quad \boxed{79} \quad \boxed{80} \quad \boxed{81} \quad \boxed{82} \quad \boxed{83} \quad \boxed{84} \quad \boxed{85} \quad \boxed{86} \quad \boxed{87} \quad \boxed{88} \quad \boxed{89} \quad \boxed{90} \quad \boxed{91} \quad \boxed{92} \quad \boxed{93} \quad \boxed{94} \quad \boxed{95} \quad \boxed{96} \quad \boxed{97} \quad \boxed{98} \quad \boxed{99} \quad \boxed{100}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|x - 3y| \leq 3 \Rightarrow x - 3y \leq 3 \text{ или } 3y - x \leq 3 \quad \text{Рассмотрим ч}$$

$$|3x - y| \leq 7 \Rightarrow 3x - y \leq 7 \text{ или } y - 3x \leq 7 \quad \text{множ}$$

$$\begin{aligned} & |x - 3y| \leq 3 \text{ и } |3x - y| \leq 7 \Rightarrow x \leq 3(y+1) \text{ и } 3x \leq y+7 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3(y+1) \\ 9x \leq 3(y+7) \end{cases} \end{aligned}$$

ман-квад.

$$A = m^2 + mn + n^2 - 9m - 9n \text{ и } B = m^2n + mn^2 - 3mn \quad \text{где } 13p^2 \leq 5 \cdot 32^2$$

по 2-му см.

$$A = m^2 + mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n) - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$(m+n)(m+n-9) \text{ и } 2 \Rightarrow \text{или } 2 = 2$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = (mn)(m+n-3) = 73p^2$$

$$\begin{array}{ll} m+n=0 & m-n=2 \\ m+n=7 & m-n=3 \\ m-n=1 & m-n=1 \end{array}$$

$$(m+n)(m+n-9) = 73 \cdot 4 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\begin{cases} mn=30 \\ m+n=73 \end{cases} \Rightarrow m=73-n \quad (3-n)n=30 \Rightarrow 73n - n^2 = 30 \Rightarrow 73n - n^2 - 30 = 0 \Rightarrow n(n-70) = 0 \Rightarrow (n-3)(n-70) = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

