



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n-9) = (m+n)(m+n-9) : 2 \text{ м.к.}$$

9-кратн., а $m+n$ - одной четностью, значит либо $p=2$, либо $q=2$

м.к. $75 \cdot 2^2$ или $73 \cdot 2^2$ $n: 2$ (75 и $73 \neq 2$), пусть

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \cdot 2^2 = 13 \cdot 25 \cdot 4 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) : 3 \text{ заметим,}$$

что $m+n$ и $m+n-9$ ~~делятся на~~ $m+n \equiv m+n-9$ значит

если $(m+n)(m+n-9) : 3$ то $(m+n)(m+n-9) : 9$ это невозможно

м.к. $75 \cdot 2^2 \neq 9$, значит $(m+n)(m+n-9) = 73 \cdot 2^2 = 73 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2$

заметим, что 73 и 2 простые множители и

разница между $(m+n)$ и $(m+n-9) = 9$ при m, n - натур.

значит $x \cdot (x-9) = 73 \cdot 2 \cdot 2$ это возможно только в случае

если $x = 73$ и $x-9 = 4$ (где $x = (m+n)$) $\Rightarrow m+n = 73$.

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = (mn)(m+n-3) = 75 \cdot 9^2 \Rightarrow (mn)(10) = 75 \cdot 9 \cdot 75 \cdot 9^2$$

м.к. $10 : 2$ то и $(mn)(m+n-3) : 2 \Rightarrow 75 \cdot 9^2 : 2 \Rightarrow 9 = 2$ м.к. $9 \neq 2$

простое, $\Rightarrow (mn)(10) = 10 \cdot 10 \cdot 3 \Rightarrow mn = 10 \cdot 3$ тогда $\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 73 \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} mn = 30 \\ m = 73 - n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (73-n)n = 30 \\ m = 73-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 73n - n^2 = 30 \\ m = 73-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n^2 - 73n + 30 = 0 \\ m = 73-n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n(n-73) - 3(n-70) = 0 \\ m = 73-n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (n-73)(n-70) = 0 \\ m = 73-n \end{cases} \Rightarrow \text{найдем пары } 70 \text{ и } 3 \text{ или } 3 \text{ и } 70$$

Ответ: $(10; 3); (3; 70)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№8

№4 (продолжение)

по теореме косинусов в $\triangle AZY$ $6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \beta \Rightarrow$

$$0 = 8 \cdot 8 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \arccos \frac{2}{3} = \beta, \text{ тогда по теореме}$$

косинусов для $\triangle BZM$ $x^2 = 24^2 + 72^2 - 2 \cdot 24 \cdot 72 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = 576 + 5184 - 576 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 = 744 + 384 = 1128 \Rightarrow$$

$$BM = x = \sqrt{1128} \Rightarrow BC = 2BM = 2\sqrt{1128} = 8\sqrt{33}$$

Ответ: $8\sqrt{33}$

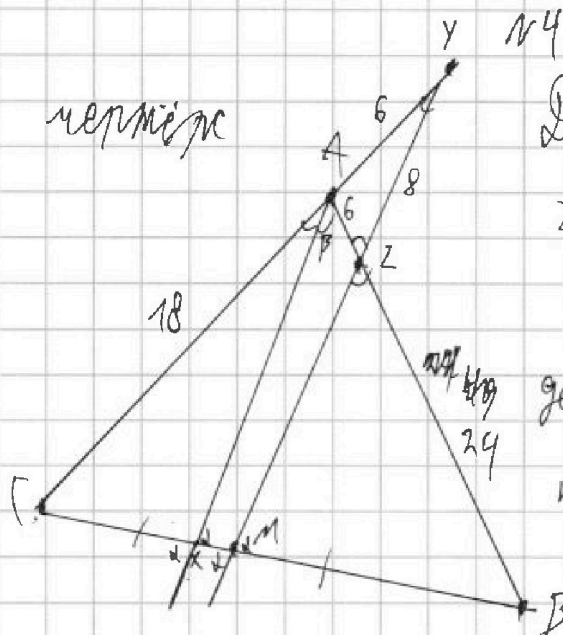
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $AC=18$, $CM=BM$, $AZ=6$,
 $ZY=8$, $YM \parallel AX$, AX - бисс.

Решение: Пусть $\angle CAX = \beta$ тогда $\angle BAX = \beta = \angle AZY$ (накрест лежащ.)
тогда $\angle AZY = \beta = \angle MZB$, тогда
 $\triangle AXB \sim \triangle MZB$ (по 3 угл.)

$$\text{тогда } \frac{AX}{ZM} = \frac{XM+MB}{MB} = \frac{6+BZ}{BZ}, \triangle CAX \sim \triangle CMY \text{ т.к. } \angle C - \text{общ. и}$$

$$\angle CAX = \angle CMY \text{ т.к. } AX \parallel YM \text{ тогда } \frac{CX}{XC} = \frac{CM}{MY} = \frac{12}{ZM}$$

$$\frac{XC}{MX+XC} = \frac{AX}{ZM+8} = \frac{CA}{CY} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \text{ т.к. если } \triangle CAX \sim \triangle CMY \text{ тогда}$$

$$\angle CAX = \angle CYM = \beta \Rightarrow AYAZ - \text{ради.} \Rightarrow YA = 6 \text{ тогда } \frac{CX}{CM} = \frac{3}{4} = \frac{6}{8Y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MX = Y \text{ т.к. } CM = BM \Rightarrow \frac{CX}{BM} = \frac{CM}{CX+XM} = \frac{6Y}{8Y} \text{ тогда } \frac{CX}{BM} = \frac{3}{4}$$

$$\text{тогда } \frac{6+BZ}{BZ} = \frac{8}{7} \Rightarrow BZ = 49 \quad \frac{BX}{BM} = \frac{10Y}{8Y} = \frac{5}{4} \Rightarrow \text{тогда}$$

$$\frac{6+BZ}{BZ} = \frac{5}{4} \Rightarrow BZ = 24 \text{ . } \text{Введем } \frac{AX}{ZM} = \frac{5}{4}, \frac{AX}{ZM+8} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AX}{ZM} = \frac{ZM}{AX} = \frac{24}{15}, \frac{ZM+8}{AX} = \frac{20}{15} \Rightarrow ZM = 12, AX = 15 \text{ тогда}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$x^4 + 5x^3 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \Rightarrow x^4 + 5x^3 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y} \text{ в м.к.}$$

\sqrt{x} и \sqrt{y} - сущ. то x и $y \geq 0$, также заметим

ч.то $x=y$ м.к. $x^4 - y^4 + 5(x^3 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$ если $x \neq y$ то $x < y$ то

$x^4 - y^4 < 0$, $5(x^3 - y^2) < 0$ и $\sqrt{x} - \sqrt{y} < 0$. значит $x=y$ тогда

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \Rightarrow (\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5)^2 = (2\sqrt{6+5x-x^2})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+1-2\sqrt{(x+1)(6-x)}+25-20\sqrt{(x+1)(6-x)}+4x^2 = 2(\sqrt{(x+1)(6-x)}+5\sqrt{(6-x)(x+1)}) \Rightarrow$$

$$x^2 - 5x + 2 = 2(\sqrt{(x+1)(6-x)} + 5\sqrt{(6-x)(x+1)}) \text{ очевидно, что } x \neq 6$$

и ч.то $x^2 - 5x + 2$ - б.д.д. значит $x < 6$

и $x > 0$ то $x^2 - 5x + 2 < 0$ и $x < 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Если мы покраемши в желтый точку O ^{и еще одну точку} то вариант ^{полюсу} расположения точек будет $\frac{80 \cdot 1}{2 \cdot 4}$ м.к.

симметрии нету, это равно 20.

Если мы не используем точку O , и берём ^{2 симметрии} ~~симметрию~~ иные точки, то таких вариантов $\frac{80 \cdot 1}{2 \cdot 2}$ м.к.

одну точку берём 80 способ. Вторая автомобилем, и можно выбрать в другом порядке, и поворотом можно пол. ещё 1 позицию.

Если мы ~~не~~ берём точку O и симм. вариантов выбрать 2 точки $\frac{80 \cdot 78}{2 \cdot 4} = 10 \cdot 78 = 780$

Тогда всего вариантов $780 + 20 + 10 = 810$



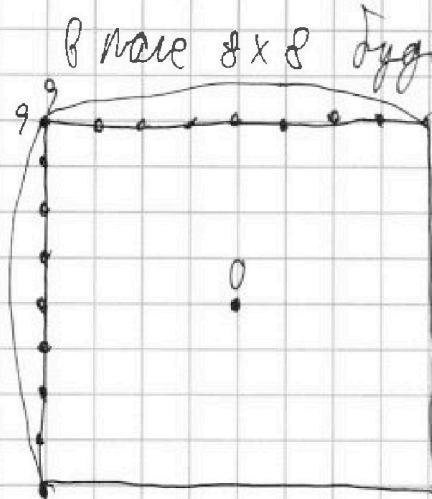
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6



В поле 8×8 будет 9×9 узлов клеток, ~~из~~ точка O это центр квадрата, выделить 2 узла можно $\frac{9 \cdot 9 \cdot (9 \cdot 9 - 1)}{2} = \frac{81 \cdot 80}{2}$ способами

также поймём, что квадрат можно повернуть 4 раза, но

~~нет некоторая~~ точка O всем точкам будет соответствовать 4 местоположения которые получаются поворотом краеве точки O , но т.к. мы поворачивали 2 точки, то набору \emptyset и ещё одна точка соответствует 4 местоположения, как и большинству других наборов, кроме наборов где ~~мы~~ мы взяли 2 точки симметрично относительно O т.к. ~~они~~ ^{точки в этих наборах} после 2 поворотов перейдут друг в друга, для других наборов всегда 4 варианта местоположения ~~как~~ после поворотов, т.к. точки не перейдут друг в друга. Для одной точки только 1 точка симметрична относительно O (кроме точки O , ей \emptyset), тогда, посчитаем сколько всего вариантов закрасить.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Пусть a - это 1-ый член прогрессии, b - 3-ий, c - 5-ый, d - 9-ый

Пусть $a + \lambda n = b$, тогда $b + \lambda n = c$, $c + 4n = d$, заметим,

$$\text{что } b + 6n = c + 4n = d, \quad b + \lambda n = c \Rightarrow c + 4n = d \Rightarrow$$

$$4n = d - c = 3x^2 - (x^2 + \lambda x)^2 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$c = b + \lambda n \Rightarrow \lambda n = c - b \Rightarrow \lambda n = x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 \Rightarrow \lambda n =$$

$$\Rightarrow 4n = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = -x^4 - 4x^3 - x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 + x^4 + 4x^3 + x^2 \Rightarrow 0 = 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 1) - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x+1)^2 - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$D = 4 + 8 = 12 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Если $x = -1 - \sqrt{3}$, тогда $\lambda n = 4 + 3\sqrt{3}$ тогда $-3 - 3\sqrt{3} + 3 + (4 + 3\sqrt{3}) = (1 + 3\sqrt{3} -$

$-2 - 2\sqrt{3})^2$ м.к. $-3\sqrt{3} + 4 + 3\sqrt{3} = 2^2$ и $-3 - 3\sqrt{3} + 3 + (12 + 9\sqrt{3}) = 3 \cdot (4 + 2\sqrt{3})$ м.к.

$$9 + 6\sqrt{3} = 9 + 6\sqrt{3} \Rightarrow x = -1 - \sqrt{3} \text{ - не подходит}$$

Если $x = -1 + \sqrt{3}$, тогда $\lambda n = 4 - 3\sqrt{3}$ тогда $-3 + 3\sqrt{3} + 3 + (4 - 3\sqrt{3}) = (1 + 3 - 2\sqrt{3} -$

$-2 + 2\sqrt{3})^2$ м.к. $4 = 4$ и $-3 + 3\sqrt{3} + 3 + 3(4 - 3\sqrt{3}) = 3(7 + 3 - 2\sqrt{3})$ м.к.

и $4 - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 7 + 3 - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = -1 + \sqrt{3}$ - подходит.

Ответ: $-1 \pm \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+9} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad \text{№ 5}$$

$\Rightarrow x \geq -9, y \leq 6$

$$x^4 + 5x^2 + \sqrt{x} = y^4 + 5y^2 + \sqrt{y}$$

$$(\sqrt{x+9} - \sqrt{6-y} + 5)^2 = 4(6+5x-y^2) \Rightarrow \sqrt{x+9}(\sqrt{x+9} + \sqrt{6-y} + 5) = 2(6+5x-y^2)$$

$$\Rightarrow x+9+6-y+25 - 2\sqrt{(x+9)(6-y)} - 2 \cdot 10\sqrt{6-y} + 2 \cdot 10\sqrt{x+9} = 24+20x-4y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+7-y+25 - 24 - 20x + 4y^2 = 2\sqrt{(x+9)(6-y)} + 10(\sqrt{6-y} - \sqrt{x+9}) \Rightarrow$$

$$27x + 8 - 4y^2 - y$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3} \text{ если } x = -1 - \sqrt{3} \text{ то } -3 - 3\sqrt{3} + 3 + \lambda n = (1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2 - 2\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$-3\sqrt{3} = \lambda + \lambda n = 4 \Rightarrow \lambda n = 4 + 3\sqrt{3} \Rightarrow n = \lambda + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$7\lambda + 6\sqrt{3} - 7\lambda - 9\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

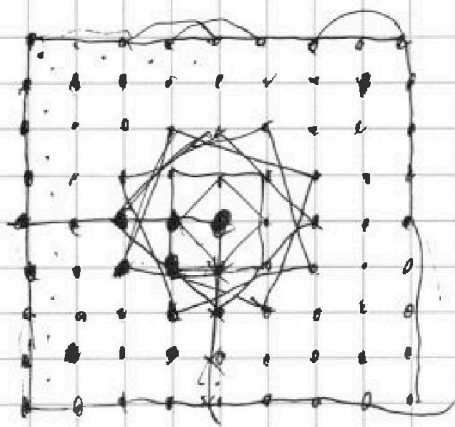
$$x = -1 - \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} \quad -3 + 3\sqrt{3} + 3 + \lambda n = (1 + 3 + 2\sqrt{3} - 2 + 2\sqrt{3})^2 \Rightarrow$$

$$3\sqrt{3} + \lambda n = 4 + 4\sqrt{3} + 16\sqrt{3} \Rightarrow \lambda n = 13\sqrt{3} + 5\lambda \Rightarrow$$

~~$$7n = \lambda n + \frac{13\sqrt{3}}{2} \quad -3 + 3\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + 756 \neq$$~~

$$\Rightarrow 3\sqrt{3} + \lambda n = 4 \Rightarrow \lambda n = 4 - 3\sqrt{3}$$

$$3\sqrt{3} + 6n = 7\lambda - 6\sqrt{3} \Rightarrow 3\sqrt{3} + 7\lambda - 9\sqrt{3} = 7\lambda - 6\sqrt{3}$$

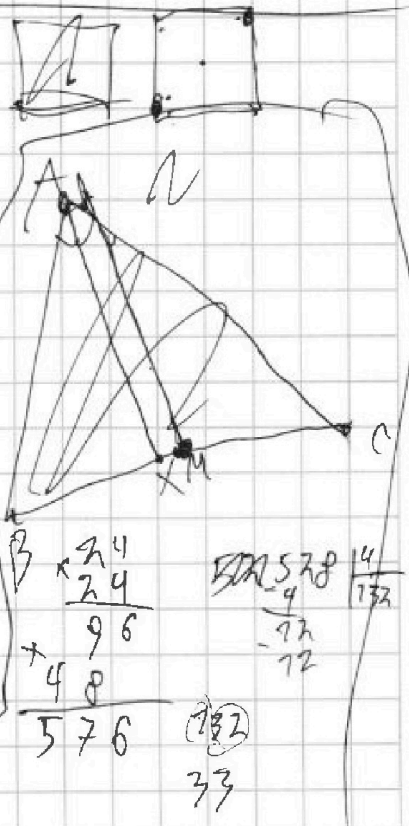


N-6

~~$$\frac{81 \cdot 80}{8}$$~~

$$\frac{81 \cdot 80}{8}$$

$$\frac{9 \cdot 8}{8} = 9$$



$$\begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ + 96 \\ + 48 \\ \hline 576 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 578 \\ - 4 \\ \hline 574 \\ - 72 \\ \hline 502 \end{array}$$

$$\frac{81 \cdot 79}{8}$$

$$-84 \leq 10$$

$$\begin{array}{r} \times 33 \\ 76 \\ + 798 \\ \hline 1098 \end{array}$$

33



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$$

$$a, b, c \quad c = 3x + 3$$

$$a, b, c, d, e, f, g, h, p$$

$3x+3 \quad (x^2+2x)^2 \quad 3x^2$

$$k \text{ раз } a + \overset{n}{b} = b \text{ тогда } c + 2n = p$$

$$c + 6n = p$$

$$3x+3 + 6n = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 4n = 3x^2$$

$$3(x+1) + 2n = x^4 + 4x^3(x+1) \Rightarrow 2n = x^4 + (4x^3-3)(x+1) \Rightarrow$$

$$4n = 2x^4 + 2(4x^3-3)(x+1) = 3x^2 - (x^4 + 2x^3) \Rightarrow$$

$$4n = 2x^4 + 2(4x^3-3)(x+1) = 3x^2 - x^4 - 4x^3(x+1) \Rightarrow$$

$$4n = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -x^2(x^2 - 4x - 4) = -x^2(x^2 - x^2 + 4x + 4) =$$

$$-x^2(x^2 + 2x + 2) = -x^2(x^2 + 2x + 2) = -x^2(x^2 + 2x + 2) \Rightarrow n \leq 0 \text{ не может}$$

$$3x+3 - (x^2+2x)^2 - 3x^2 = -x^2(x^2+2x+2) - 2x^3 = -x^2((x^2+2x+2) + 2x^3)$$

$$2x^4 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = 2n \Rightarrow 4n = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 3x - 3 \Rightarrow$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 + x^4 + 4x^3 + x^2 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \Rightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow$$

$$x^4 + 4x^3 + 9x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x - x - 1)(x^2 + 2x + x + 1) = 1 \Rightarrow (x^2 + x - 1)(x^2 + 3x + 1) = 1$$

$$n \Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 2x + 1) - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x - 1)(x+1)^2 - (x+1)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0 \quad D = 7 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{2} =$$

$$= -1 \pm \sqrt{3}$$

1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	5	4	4	6
						32

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$|x - 3y| \leq 3 \Rightarrow x - 3y \leq 3 \text{ или } 3y - x \leq 3 \quad \text{Рассмотрим 4}$$

$$|3x - y| \leq 7 \Rightarrow 3x - y \leq 7 \text{ или } y - 3x \leq 7 \quad \text{случае 1}$$

$$\pm x - 3y \leq 3 \text{ и } 3x - y \leq 7 \Rightarrow x \leq 3(y+1) \text{ и } 3x \leq y+7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 3(y+1) \\ 9x \leq 3(y+7) \end{cases}$$

и и н - нам.

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \text{ и } B = m^2 + n^2 - 3mn \quad \text{равны } 13p^2 \text{ и } 5 \cdot 5 \cdot 32^2$$

р и 2 - нам.

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)(m+n) - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \Rightarrow p \text{ или } q = 7$$

$$B = m^2 + n^2 - 3mn = (m+n)(m+n-3) = 73p^2$$

m	n	$7-2=5$	$1+2=3$
2	$7-7=0$	$2-2=0$	$7+7=14$
		$7-7=0$	$7+2=9$

$$(m+n)(m+n-9) = 75 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \Rightarrow m = 13-n \end{cases}$$

$$(13-n)n = 30 \Rightarrow 13n - n^2 = 30 \Rightarrow 30n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$\Rightarrow n(n-10) + 3(n-10) = 0 \Rightarrow (n-3)(n-10) = 0$$

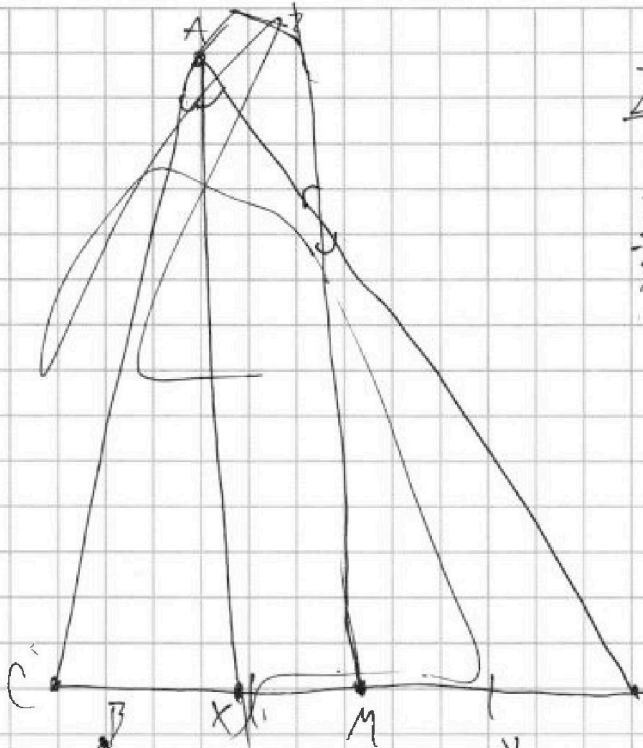


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{ZM}{ZA} = \frac{4}{5} \quad \frac{ZM+8}{ZA} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{ZM}{ZA} = \frac{72}{75} \quad \frac{ZM+8}{ZA} = \frac{20}{75}$$

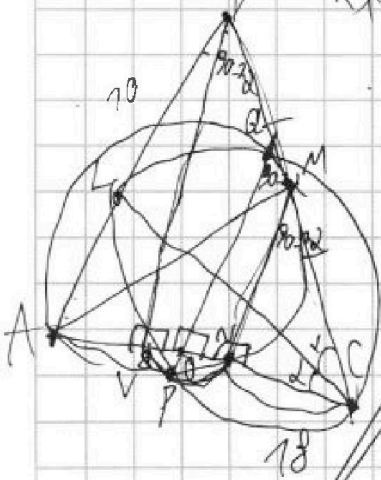
$$x+7-7+25-24+2x-4x^2 =$$

$$= 2\sqrt{(x+7)(6-4x)} + 10(\sqrt{6-4x} - \sqrt{x+7})$$

$$6^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cos \beta$$

$$0 = 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cos \beta$$

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{7}{8} \Rightarrow \beta = \arccos \frac{7}{8}$$



$$\frac{BZ}{ABZ+6} = \frac{BM}{BM+8} = \frac{MZ}{ZA}$$

$$\Delta CZA \sim \Delta CMY \Rightarrow \frac{CZ}{CA} = \frac{CY}{CM} = \frac{ZY}{AM}$$

$$\Rightarrow \frac{ZM+8}{ZA} = \frac{AM}{CA} = \frac{ZY}{AC} = \frac{24}{78}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{CM}{CA} = \frac{44}{34} \Rightarrow CM = 44$$

$$BM = CM \Rightarrow \frac{BM}{BM+8} = \frac{44}{52}$$

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{4}{5} \quad \frac{BM}{CZ} = \frac{4}{3}$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{77}}{2}$$