



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1.

Обозначим ординар. множества за $\{a_n\}$, k обозначим разность между двумя соседними членами этого последовательности.

$$a_3 = 3x + 3, \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2, \quad a_9 = 3x^2$$

$$a_5 - a_3 = 2k$$

$$a_9 - a_5 = 4k$$

$$a_9 - a_3 = 6k$$

$$\frac{a_9 - a_3}{a_5 - a_3} = 3$$

$$\frac{3x^2 - 3x - 3}{x^2(x+2)^2 - 3x - 3} = 3$$

~~2x^2 + 2x - 2~~

$$\frac{x^4 - x - 1}{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3} = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_5 - a_3 \neq 0 \\ x^4 - x - 1 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 3x + 3 = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$(1) \quad x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x_1 = -1:$$

$$-1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$\underbrace{x_1 = -1}_{x^2 + 2x - 2 = 0}$$

$$D_4 = 1 + 2 = 3$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3}$$

$$x_3 = -1 + \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{c} x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1 \\ \underline{-x^4 - x^3} \\ 3x^3 + 3x^2 \\ \underline{-3x^3 - 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

Последовательн. a_3 и a_5 , значит $a_3 \neq a_5$ членами,

чтобы $a_3 \neq a_5$,

$$x = -1: \quad \checkmark$$

$$a_3 = 0, \quad a_5 = 1 \quad \text{и} \quad a_3 \neq a_5 \quad \checkmark$$

$$x = -1 - \sqrt{3}: \quad \checkmark$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3} < 0, \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2 \geq 0$$

$$a_3 \neq a_5 \quad \checkmark$$

$$x = -1 + \sqrt{3} \quad \checkmark$$

$$a_3 = 3\sqrt{3}, \quad a_5 = (4 - 3\sqrt{3} - 2 + 3\sqrt{3})^2 = 4, \quad a_5 \neq a_3 \quad \checkmark$$

$$\boxed{\text{Ответ: } x \in \{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4y+8x \\ \leq 2.$$

$$(4y+8x)_{\max} - ?$$

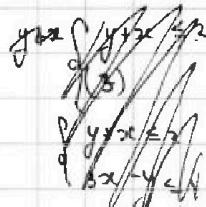
$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-3y \leq 3 & (1) \\ 3y-x \leq 3 & (2) \\ 3x-y \leq 1 & (3) \\ y-3x \leq 1 & (4) \end{cases}$$

$$(2) + (3)$$

$$\begin{aligned} 2y+2x &\leq 3+1 \\ y+x &\leq 2 \end{aligned}$$

$$(2) + 2 \cdot (3)$$

$$\begin{aligned} 3y-x+6x-2y &\leq 3+2 \\ y+5x &\leq 5 \end{aligned}$$



$$3(y+x) + (y+5x) = 4y+8x \leq 3 \cdot 2 + 5 = 11$$

Проверим, что это значение достигнуто

$$\begin{cases} y+x=2 \\ y+5x=5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 4x &\leq 3 \\ x &\leq \frac{3}{4} \end{aligned} \quad \begin{cases} 5y+5x \leq 10 \\ y+5x \leq 5 \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} &y \geq 0 & y \leq 5 \\ &x-3y \leq 0 & y \leq \frac{5}{4} \\ (1) &x-3y \leq 0 & \\ (2) &\frac{15-3}{4} = 3 & \checkmark \\ (3) &\frac{9-5}{4} = 1 & \checkmark \\ (4) &y-3x \leq 0 & \checkmark \end{aligned}$$

Ответ:

$$(4y+8x)_{\max} = 11$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 3

$m, n \in \mathbb{N}$, p, q - чётные

$$A = m^2 + mn + n^2 - 9mn - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$\text{II) } \begin{cases} A = 13p^2 \\ B = 75q^2 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} m+n \vdots 13 \\ m+n-9 \vdots 13 \end{cases}$$

$$\frac{(m+n)(m+n-9)}{13} = p^2$$

$$\frac{(m+n)(m+n-9)}{13} = p^2$$

Обозначим $\frac{m+n}{13} = z$
Запишем $\frac{m+n}{13} = z$

запись

$$z \cdot (13z - 9) = p^2 \iff \begin{cases} z = 1 \\ z = p \\ 13z - 9 = z \end{cases} \quad \begin{cases} z=1 \\ z=p \\ z=\frac{9}{13} \end{cases} \quad \boxed{z=1} \quad \boxed{z=p} \quad \boxed{z=\frac{9}{13}}$$

$$\frac{m+n}{13} = 1$$

$$m+n = 13 \vdots 13 \quad \checkmark$$

Решение 8 (2)

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$$\Rightarrow q=2$$

$$mn = 15q^2 = 30$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=10 \\ n=3 \\ m=3 \\ n=10 \end{cases}$$

$$\text{II) } \begin{cases} A = 75q^2 \\ B = 13p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \\ mn(m+n-3) = 13p^2 \end{cases} \quad \begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

(3)

$$\frac{(m+n)(m+n-9)}{75} = p^2$$

Замена $\frac{m+n}{75} = k$

$$k(75k - 9) = p^2 \iff$$

$k=1 :$

$$75 - 9 = 66 \neq p^2 \quad X$$

$k \neq 1$

$$\iff k = 75k - 9$$

$$\iff \begin{cases} k = \frac{9}{74} \\ k = p \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

Для этого случая решений нет

Ответ:

нет

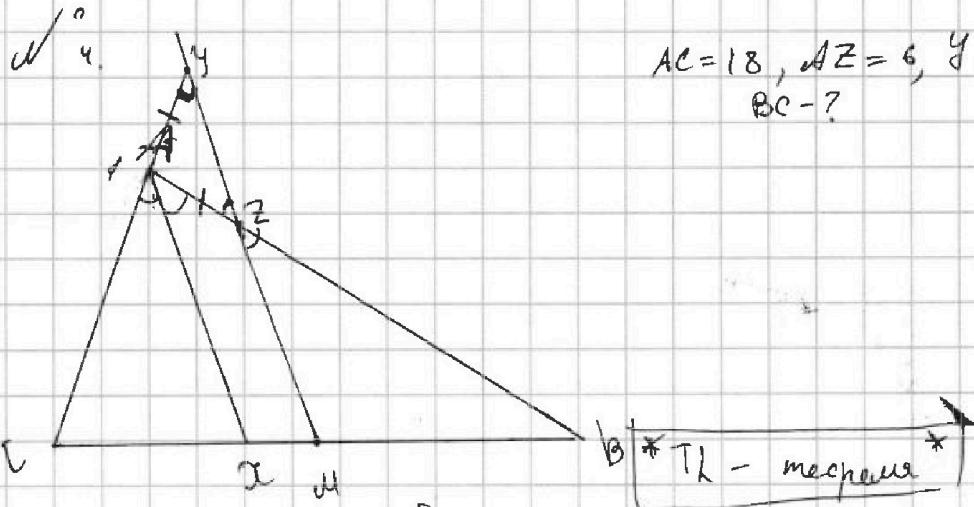
$$\boxed{\begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} n=10 \\ m=3 \end{cases}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Объясняем $\angle CYX = \angle CXB \Rightarrow$
~~Любые~~

$$XI \parallel ZM \Rightarrow \angle BZM = \angle BAX = \alpha$$

$$\angle YZA \text{ (вертикальные)}$$

$$\angle YZA = \alpha = \cancel{\angle YZB} + \angle YZ$$

$$\angle YZB = \angle CAB - \angle BZY = \alpha$$

$$\angle YZB = \alpha = \angle YZA \Rightarrow \angle BZY = 180^\circ - \alpha$$

$$AZ = AZ$$

$$TL \cos \alpha = BZ$$

$$BZ^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2 \cdot AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$BZ^2 = 18^2 + 3^2 - 2 \cdot 18 \cdot 3 \cdot \cos \alpha$$

$$= 3 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

TL Меняющая заслуги с единицей $\angle AYB$

$$\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{AB}{CB} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$ZM = \frac{8}{\frac{18}{6} \cdot \frac{1}{2}} = 8$$

$$\frac{8}{ZM} = \frac{8}{8} = 1$$

$$ZM = 8$$

$$YM = YZ + ZM = 8 + 12 = 20$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | X | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Th cos α CУМ:

$$| CY = AC + AY = 24$$

$$CM^2 = CY^2 + YM^2 - 2 \cdot \cos \alpha \cdot CY \cdot YM = 576 + 400 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \\ \cdot 24 \cdot 20 = 976 - 4 \cdot 160 = 976 - 640 = 346$$

$$CM = \sqrt{346}$$

$$\boxed{BC = CM = 2\sqrt{346}} \quad \text{(и.e. M-сер. CB)}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } BC = 2\sqrt{346}}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5.

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \quad x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{y}$$

если в выражении $x^4 + 5x^2 - \sqrt{y}$ $y \geq 0$ и x заменить местами, значение не изменится \Rightarrow

$y = x^2$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x} \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{6+5x} - 5$$

Рассмотрим, когда правая часть ≥ 0 :

$$6+5x-x^2 \geq \frac{25}{4}$$

$$24+20x-4x^2 \geq 25$$

$$4x^2-20x+1 \leq 0$$

$$\Delta_4 = 100 - 4 \cdot 96 = 16 \quad 16 \cdot 6$$

$$x \in \left[\frac{10-4\sqrt{6}}{4}, \frac{10+4\sqrt{6}}{4} \right]$$

$$x \in \left[\frac{5-2\sqrt{6}}{2}, \frac{5+2\sqrt{6}}{2} \right]$$

~~(*)~~ Замена переменной $a = \sqrt{x+1}$, $b = \sqrt{6-x}$

$$a - b + 5 = 2ab \quad - 1 \text{ решение}$$

Подставим $a = 3$, $b = 2$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = 3 \\ \sqrt{6-x} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \quad \text{⊗}$$

Ответ: решения нет.

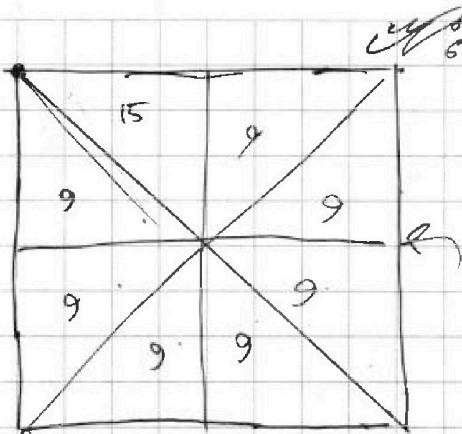


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Они, отмеченные которых не
должно больше симметрии

1) 6 "избранных" треуг. + 1 фигура
6x остальных, кроме 1 из которых
или 2 в "избранных" треуг.)

$$15 + 9 \cdot 6 = 69$$

$$\frac{15!}{(15-2)!2!} = \frac{14 \cdot 15}{2} = 7 \cdot 15 = 105$$

$$S = 69 + 105 = 174$$

Ответ: 174

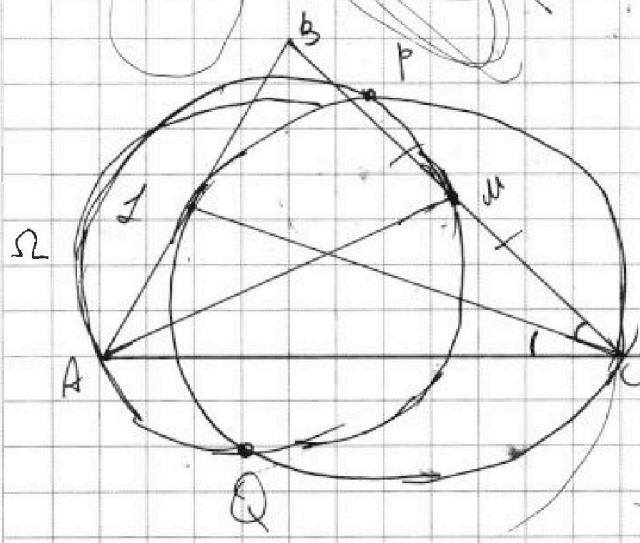
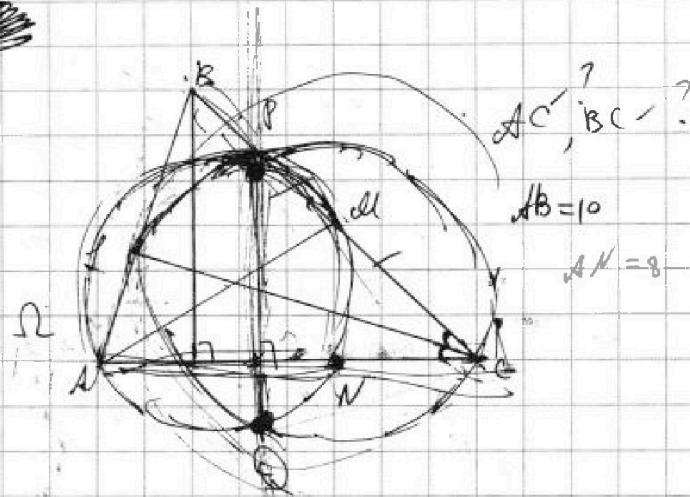
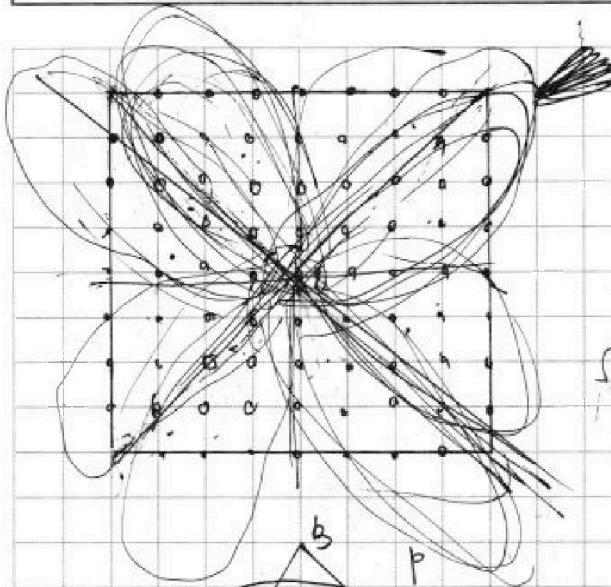


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$15 + 54 = 69$$

$$+ \quad \begin{aligned} \ell_{15} &= \frac{15!}{(15-2)! \cdot 3!} \\ &\quad \ell_{15} = \frac{15!}{(15-2)! \cdot 2!} \\ &= \frac{15!}{13! \cdot 2!} = \frac{14 \cdot 15}{2} = 7 \cdot 15 \end{aligned}$$

$$70 + 35$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

10
5



$$C = 18, AZ = 1, YZ = 2$$

Prob. 79: BC-?

$$x^2 + 5x - x^2 \geq \frac{25}{4}$$

$$24 + 28x - 4x^2 \geq 25$$

$$4x^2 - 20x + 1 \leq 0$$

$$4x - 1 + x = 100 \Rightarrow 5x = 100 - 1 = 99$$

$$x \in \left(10 - \frac{1}{2}\sqrt{18}, 10 + \frac{1}{2}\sqrt{18}\right)$$

$$x \in \left[\frac{5 - \sqrt{18}}{4}; \frac{5 + \sqrt{18}}{4} \right] \quad \text{ $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$ }$$

Feb. 29
x 3 25

$$x \in C(0, 6) \cap \mathbb{Z}$$

$$0 < \frac{x}{476} \leq 0.25 \quad \text{Solve for } x: \quad 0 < x \leq 119$$

$$m \leq y \leq l$$

1945-1946 - 8

~~electro.~~

$$x^2 + y^2 - 8y = 8x - 52$$

$$y = 5 + 4\sqrt{6}$$

\sqrt{y} $\frac{dy}{dx}$ $\frac{d^2y}{dx^2}$

 11

[Handwritten signature]

$$\therefore a = -2ab - b + 5$$

2x6m

$$x = (2x - 10x - 21)$$

3) \rightarrow

$$+5x - x^2) - 20 \div 6 + 5x - x^2$$

$$x - x^2 \quad 0.$$

AC 1-06 V-N24-5

 [View globe](#)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\begin{cases} x-y \leq 1 \\ y+2x \leq 2 \\ 3x-y \leq 1 \end{cases}$ $x \leq \frac{3}{2}$ $x+1 < 6-x$ $x \in (2; 3)$ $\sqrt{3} - \sqrt{4}$
 $y+x \leq 2$ $4x \leq 3$ $2x \leq 5$ $y+x \leq 2$ $4y \leq 5$
 $3x-y \leq 1$ $x \leq \frac{3}{4}$ $x \leq 2,5$ $3x \leq 1$ $y \leq \frac{5}{4}$
 $4(6+5x-x^2) \geq 225$ $4y \leq 5$ $7y - \sqrt{2}$ $4x \leq 1$
 $6+5x-x^2 \geq \frac{25}{4}$ $y \leq \frac{5}{4}$ $6+10 - 1$ $x \leq \frac{1}{4}$
 $(2)+B)$ $y+x \leq 2$ $4x \leq 3$ $\frac{4x}{75} = k$
 $y+5x \leq 5$ $x \leq \frac{3}{4}$ $k(75k-9) = g^2$
 $y+x \leq 2$ $y \leq 2 - \frac{3}{4}x = \frac{5}{4}$ $k \neq 1$ $k = 75k-9 = g$
 $3y-3 = \frac{15-3}{4} = 3V$ $y \leq 2 - \frac{3}{4}x = \frac{5}{4}$ $5y+5x \leq 10$ $y+5x \leq 5$
 $3y-3 = \frac{9-5}{4} = 1V$ $y \leq 2 - \frac{3}{4}x = \frac{5}{4}$ $14y \leq 5$
 $3x-y = 820$ $\frac{9-5}{4} = 1V$ $x^2 - 5x - 6 \leq 0$ $(-1, 6)$
 25 $x^2 - 5x - 6 = 0$ $(x-3)(x+2) \leq 0$
 $(x+1)(6-x) = (x+5)(x-1)$ $x-2+5 = 2ab$ $x \in (2; 3)$ $\frac{21}{21} x_0 = \frac{5}{2}$
 $x^2 - 5x - 6 = 0$ $x^2 - 5x - 6 = 0$ $\frac{42}{42} 6 + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} =$
 $(2x^2 - 10x - 21)(2x^2 - 10x - 21) = 4x^2 - 40x^3 - 42x^2 + 100x^2 + 441 =$
 $= 4x^4 - 40x^3 + 58x^2 + 441$ $a - b + 5 = 2ab = (a+b)^2 - a^2 - b^2 + 6 + \frac{25}{4} =$
 $4x^2 - 5x - 6 = 2ab = - (a-b)^2 + a^2 + b^2 + 6 + \frac{25}{4} =$
 $(a-b)(1+a-b) = a^2 + b^2 - 5 = - (a-b)^2 + a^2 + b^2 + 6 + \frac{25}{4} =$
 $a - b + 5 = ab$ $= 12 + \frac{1}{4}$
 $\alpha = 3, \beta = 2$ $\alpha = 3, \beta = 2$
 $m+n=13$ $\sqrt{x+1}=3, \sqrt{6+1}=2$ $m+n=13$
 $(m+n-9)=13$ $x+1=9$ $z=1$ 24
 $2(13z-9)=p^2$ $z=1$ $13z-9=2$ $+24$
 $2(13z-9)=p^2$ $z=1$ $13z-9=2$ $\frac{9}{3}x + \frac{40}{40} = \frac{576}{576}$
 $20z=10, 5$ $z=1$ $z=2$ $\frac{15}{15} \frac{15}{15} 5^2 \cdot 3$
 $m+n \vdots 3$ $m+n=13$ $b \vdots 3$
 $(m+n-3) \vdots 3$ $m+n \vdots 5$ $f m+n=30$
 $m+n \vdots 6$ $m+n \vdots 5$ $f m+n=13$
 $m+n \vdots 6$ $m(m+n-3) = 5^2 p^2$ $g=2$ $m+n=10$
 $m+n \vdots 6$ $m(m+n-3) = 5^2 p^2$ $m+n=3$ $346 \mid 2$
 $m+n \vdots 6$ $m(m+n-3) = 5^2 p^2$ 173

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{c} \checkmark^o \\ \therefore a_n \end{array}$$

$$a_3 = 3x + 3, \quad a_5 = (x^2 + 2x)^2, \quad a_9 = 3x^2$$

$$a_5 - a_3 = 2k$$

$$a_9 - a_5 = 4k$$

$$a_9 - a_3 = 6k$$

$$x^2 - x - 1 = 2k$$

$$(x(x+2))^2 = x^2(x^2+4x+4)$$

$$\frac{a_9 - a_5}{a_5 - a_3} = \frac{3x^2 - (x^2 + 2x)^2}{(x^2 + 2x)^2 - 3x^2 - 3} = 2$$

$$\frac{3x^2 - 3x - 3}{(x^2 + 2x)^2 - 3x^2 - 3} = 3$$

$$\frac{x^2 - x - 1}{(x^2 + 2x)^2 - 3x^2 - 3} = 1$$

$$\frac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3}{x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3} = 1$$

$$\underline{4y + 3x = \max - ?}$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ 3y - x \leq 3 \\ 3x - y \leq 1 \\ y - 3x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x - 4y \leq 4 \\ x - 4y \leq 1 \\ y - x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ \hline x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 - 3x - 2 \\ \hline -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 - 3x^2 \\ \hline -3x^2 - 3x^2 \\ \hline -2x - 2 \\ \hline -2x - 2 \end{array}$$

$$\underline{k \neq 0}$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 - 3x - 2 \neq 0$$

$$\begin{array}{r} x^2 - x - 1 \neq 0 \\ x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 - 3x - 2 \neq 0 \end{array}$$

$$x_1 = -1:$$

$$a_3 = 0, a_5 = 1, a_9 = 3$$

$$2k = 1 \quad \text{или} \quad 4k = 2 \quad \checkmark$$

$$x_2 = -1 - \sqrt{3}, \quad x_3 = -1 + \sqrt{3}$$

$$a_1 = -\frac{3+\sqrt{3}}{2}, \quad a_5 = \left(-\frac{1+2\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\begin{array}{r} x_2 = -1 \\ (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0 \\ x_1 = -1 \end{array}$$

$$\underline{x}$$

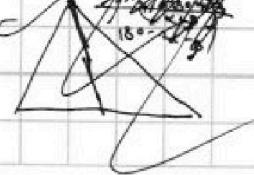
$$\begin{array}{r} (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0 \\ x^2(x^3 + 3x^2 - 2) = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \\ \hline -2x^2 - 2x \\ \hline -2x - 2 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$2k = 1+2=3$$

$$\begin{cases} x_2 = -1 - \sqrt{3} \\ x_3 = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$\max \sqrt{4y + 8x^2} - ?$$

$$3y - x + 6x - 4y \leq 3+2 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x - y \leq 1 \\ y + 5x \leq 5 \\ x - 3y \leq 0 \end{array} \right.$$

$$4x \leq 3 \quad x \leq \frac{3}{4}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1x - 3y \leq 3 \\ 13x - y \leq 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 - 3y \leq 3 \quad (1) \\ 3y - x \leq 1 \quad (2) \\ 3x - y \leq 1 \quad (3) \\ y - 3x \leq 1 \quad (4) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4y - 4x \leq 4 \\ 4x - 4y \leq 4 \\ y \leq 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (x-y)(y-x) = -(x-y)^2 \leq 1 \\ -x^2 + 2xy - y^2 \leq 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2y + 2x + y + 5x &= \\ &= 3y + 7x \\ &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y + 5x &\leq 5 \\ y + 2x &\leq 4 \\ y + x &\leq 2 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y - 3x \leq 1 \\ y + x \leq 2 \\ y \leq 3 \end{array} \right. \quad y \leq \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} 3y + 3x + y + 5x &= \\ &= 4y + 8x \\ &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} - \frac{5}{2} &< 0 \\ x - 3y &< 0 \\ y = \frac{5}{2} & \text{ (невозможна)} \\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2} &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 - \frac{1}{2} &= \frac{5}{2} \\ 2x &\leq 1 \\ x &\leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$B = m^2 n + mn^2 - 3mn$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2 n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$\begin{aligned} 4 &= 13p^2 \\ B &= 259^2 \end{aligned}$$

$$z = \frac{mn}{13} \quad z(13z-9) = p^2$$

$$\begin{cases} z : p \\ (13z-9) : p \\ z : p^2 \\ (13z-9) : p^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & (m+n) : 13 \\ & (m+n-9) : 13 \\ & (mn) : 13 \\ & (m+n-9) : 13 \\ & \frac{(m+n)}{13} \cdot \frac{(m+n-9)}{13} \cdot p^2 \\ & (m+n-9) : 13 \\ & \frac{m+n-9}{13} \cdot (m+n) : p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x \leq 2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{CZ}{XB} &= \frac{AC}{AB} \quad \frac{BZ}{XB} = \frac{CB}{AB} \\ 3y + 3x - 3x + y &\leq 6 - 1 \\ 4y &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\frac{15-3}{4} = \frac{12}{4} = 3 \quad V$$

$$\begin{cases} y + x \leq 2 \\ 3x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 4x \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y - x \leq 1 \\ y + x \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq \frac{3}{4} \\ y \leq \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$y \leq \frac{5}{4}$$

$$\frac{15}{4} - 3 = \frac{9}{4}$$

$$\frac{15}{4} - \frac{3}{4} = 3$$

$$Ay = Az$$

$$\frac{15}{4} - \frac{5}{4} = 1$$