



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N \Delta \quad 3x+3=a_3, \quad (x^2+2x)^2=x^2(x+2)^2=a_5, \quad 3x^2=a_9$$

т.к. a_3, a_5 и a_9 члены арифм. прогрессии $\Rightarrow a_3=a_1+2b$
 $a_5=a_1+4b$

$$\begin{aligned} a_5-a_3 &= 2b \\ a_9-a_5 &= 4b \Rightarrow d(a_5-a_3) = (a_9-a_5) \end{aligned}$$

Запишем это

$$2(x^2(x+2)^2 - 3(x+1)) = 3x^2 - x^2(x+2)^2$$

$$3x^2(x+2)^2 - 6(x+1) - 3x^2 = 0$$

$$x^2(x+2)^2 - 2(x+1) - x^2 = 0$$

$$x^2(x^2+4x+4) - 2(x+1) - x^2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 - x^2 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Запись 2 способа это выражение

$$(x^2+2x+1)(x^2+2x-2) = 0$$

$$\text{1) } x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1$$

$$\text{2) } x^2+2x-2=0 \Rightarrow D=4+4 \cdot 2=12 \Rightarrow x=\frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{a) } x=-1-\sqrt{3} \Rightarrow a_3=-3\sqrt{3}, \quad a_5=-1, \quad a_9=12+6\sqrt{3}$$

$$\text{б) } x=-1+\sqrt{3} \Rightarrow a_3=3\sqrt{3}, \quad a_5=-1, \quad a_9=12-6\sqrt{3}$$

ответ:

$x = -1$
$x = -1 - \sqrt{3}$
$x = -1 + \sqrt{3}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N^2 \quad \begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 3 \end{cases}$$

1) Заметим, что $|x-3y| = |3y-x|$ и
 $|3x-y| = |y-3x|$ ⇒

$$\Rightarrow 2|x-3y| + |3x-y| = |3y-x| + |3x-y|$$

$$2+3 \geq |x-3y| + |3x-y| = |3y-x| + |3x-y| \geq |2y+2x| \Rightarrow$$

↑
по № 6у

$$\Rightarrow 4 \geq |2y+2x| \Rightarrow 2 \geq |x+y| \Rightarrow 8 \geq 4|x+y| = |4x+4y| (*)$$

2) Делаем еще раз аналогично:

$$2+3 \geq |x+y| + |3x-y| \geq |x+y+3x-y| = |4x|$$

↑
3 \geq |4x| (**)

3) Теперь смотрим на * и **:

$$11 = 8+3 \geq |4x+4y| + |4x| \geq |8x+4y| \geq 8x+4y$$

↑
Максимальное значение $8x+4y$ это 11

$$\text{при } x = \frac{3}{4} \text{ и } y = \frac{5}{4}$$

Ответ: 11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 9mn = mn(m+n-9)$$

1) Заметим, что A обязательно четное, т.к. либо $m+n$, либо $m+n-9$ однозначно четное \Rightarrow и само A четное

① пусть $A=13p^2$, $B=75q^2$

$$\text{т.к. } A \text{ чет., а } p \text{- простое} \Rightarrow p=2 \Rightarrow A=13 \cdot 2^2=52$$

$$(m+n)(m+n-9)=52, \quad m+n=t \Rightarrow t(t-9)=52 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 9t - 52 = 0 \Rightarrow (t-13)(t+4)=0. \quad (\text{так } t=-4, \text{ то})$$

противоречие, т.к. $m, n \in N \Rightarrow t \in N \Rightarrow t=13 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m+n=13 \Rightarrow m+n-9=10$$

т.к. $m+n=13 \Rightarrow$ одна из парной четности ($m+n$) $\Rightarrow mn$ - четное

$\Rightarrow B$ - четное \Rightarrow т.к. q простое $q=2 \Rightarrow B=75 \cdot 4=300 \Rightarrow$

$$\Rightarrow mn(m+n-9)=300, \quad \text{т.к. } m+n-9=10 \Rightarrow mn=30 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{lll} m=10 & m=8 & m=6 \\ n=3 & n=10 & n=12 \end{array}, \quad \begin{array}{l} \text{анализируя } m+n=13 \\ \text{и } mn=30 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} m=10 \\ n=3 \end{array} \quad \text{т.к. все остальные} \\ \text{решения } m+n=13 \text{ и } mn=30 \text{ не являются} \\ \text{целыми числами}$$

② пусть $A=75q^2$, $B=13p^2$

аналогично, т.к. A - чет. $\Rightarrow q=2 \Rightarrow A=75 \cdot 4=300 \Rightarrow$

$$\Rightarrow (m+n)(m+n-9)=300, \quad t=m+n \Rightarrow t(t-9)=300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^2 - 9t - 300 = 0 \Rightarrow D=81+1200=1281, \quad \text{но } 36^2=1296, \quad \text{а}$$

$36^2=1296 \Rightarrow 1281$ не квадрат \Rightarrow решения в N числах нет



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Значит у нас всего 2 решения: $(m, n) = (10, 3) = (3, 10)$

Ответ: $(m, n) = (10, 3)$
 $(m, n) = (3, 10)$

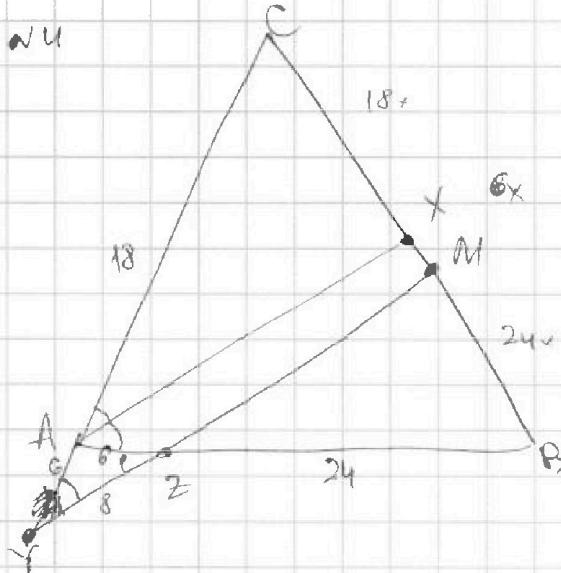
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $CM = MB$, $AX \parallel YM \Rightarrow \angle CAB = \angle CYM$
 $AC = 18$, $AZ = 6$, $\angle YZ = 8$

1) т.к. $AX \parallel YM \Rightarrow \angle CAB = \angle CYM$
 (свойство)

$\angle AYZ = \angle ZAY$ (написал)

2)

$\angle CYM = \angle AYZ$

3)

$\triangle AYZ$ - равнобедр

4)

$AY = AZ = 6$

2) т.к. $AX \parallel YM$ по т. Фалеса: $\frac{AC}{YA} = \frac{CX}{YM} \Rightarrow \frac{18}{6} = \frac{18x}{YM} \Rightarrow YM = 6x$

\Rightarrow Рассмотрим $CX = 18x$, $XM = 6x$.

3) т.к. $CM = MB \Rightarrow MB = 18x + 6x = 24x$

4) т.к. $AX \parallel MZ$ по т. Фалеса: $\frac{YM}{MB} = \frac{AZ}{ZB} \Rightarrow ZB = \frac{MB \cdot AZ}{YM} = \frac{24x \cdot 6}{6x} = 24$

5) по т. cos правило $\triangle AYZ$ найдем $\cos \angle YAZ$.

$$Y^2 = AY^2 + AZ^2 - 2 \cos \angle YAZ \cdot AZ \cdot AY$$

$$64 = 36 + 36 - 2 \cos \angle YAZ \cdot 36$$

$$2 \cos \angle YAZ \cdot 36 = 36 \cdot 2 \cdot 64 = 8$$

$$\cos \angle YAZ = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \angle CAB = \cos(180^\circ - \angle YAZ) = -\frac{1}{9}$$

6) по т. cos правило $\triangle ABC$ найдем BC :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cos \angle CAB \cdot AC \cdot AB$$

$$BC^2 = 18^2 + 24^2 + \frac{2 \cdot 18 \cdot 24}{9}$$

$$BC^2 = 18^2 + 30^2 + 4 \cdot 24 = 324 + 900 + 120 = 1344 = 64 \cdot 21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = 8\sqrt{21} \quad \text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
4 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2$$

1) Запишем, что $x, y > 0$, т.к. есть \sqrt{x} и \sqrt{y}

$$x^4 + 5x^2 - y^4 - 5y^2 = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(x+y)(x-y)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x-y)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y} - \sqrt{x}$$

если $\sqrt{x} - \sqrt{y} \neq 0 \Rightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x-y)(x^2 + y^2 + 5) = -s \Rightarrow \text{с.т.к.}$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0$$

$$\begin{cases} x+y > 0 \\ x^2 + y^2 + 5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow$$

$$3) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = \sqrt{6-x} - \sqrt{x+1} + 2$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = t \Rightarrow t^2 = 6 - 2$$

$$(t-2)(t+1) = 0$$

1 случай $t = 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2$. Возьмем в квадрат

$$(x+1) + (6-x) - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4$$

$$7 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4 \Rightarrow 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 3$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 3 \quad \text{Возведем в квадрат}$$

$$4(x+1)(6-x) = 9$$

$$4(-x^2 + 5x + 6) = 9$$

$$-4x^2 + 20x + 24 = 9$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$\Delta = 400 + 16 \cdot 15 = 400 + 240 = 640 \Rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{640}}{8} = 2,5 \pm \sqrt{10}$$

Т.к. $x > 0 \Rightarrow$ мы подходим только $x = 2,5 + \sqrt{10}$

(также заметим, что $6-x > 0 \Rightarrow x \leq 6 \Rightarrow 2,5 + \sqrt{10} \leq 6 \Rightarrow \sqrt{10} \leq 3,5$)

$$\sqrt{10} \leq 3,5$$

$$8 \text{ случаев } t = -1 \Rightarrow$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = -1$$

~~$$\sqrt{x+1} + \sqrt{6-x} = 3$$~~

~~$$(x+1) + 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 6-x$$~~

$$(x+1) + (6-x) - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 1$$

$$4 - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 1$$

$$2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 3 \Rightarrow \sqrt{(x+1)(6-x)} = 1.5 \Rightarrow (x+1)(6-x) = 2.25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x^2 + 5x + 6 = 2.25 \Rightarrow x^2 - 5x + 3.75 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 12 = 13 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}. \quad \text{Однако подходит под ограничение} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Обеи: } \begin{cases} x = 2,5 + \sqrt{10} \\ x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

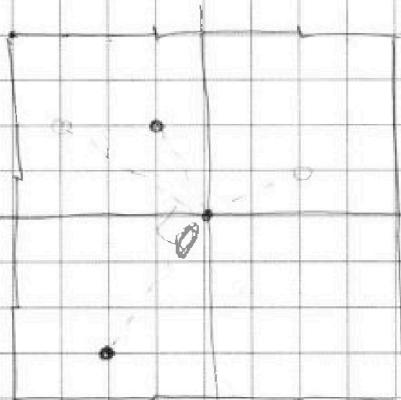


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6



✓ Задача 6,

✓ 6.

✓ Всего

1) Всего узлов сетки $9 \cdot 9 = 81$

2) $C_{81}^1 \rightarrow$ кон. в. способом Водратю при перекрашивании первой узел

$C_{80}^1 \rightarrow$ кон. в. способом Водратю Второй узел

3) Заметили, что нам нужно раскрасить все вершины 8 ряд., т.к. нам нужно раскрасить все вершины повернуть окно точки 0 на 90° и получится такой же (по усл. они считаются одинаковыми) Повернуть все вершины 4 ряда. А мышише все делим на 4 пары рядов Водратю точек \Rightarrow получим посчитали всего 2!

наг \rightarrow нам нужно раскрасить посчитали $4 \cdot 2! = 8$ наг \hookrightarrow

\rightarrow Всего способов $N = \frac{C_{81}^1 \cdot C_{80}^1}{8} = \frac{81 \cdot 80}{8} = 81 \cdot 10 = 810$

Ответ: 810

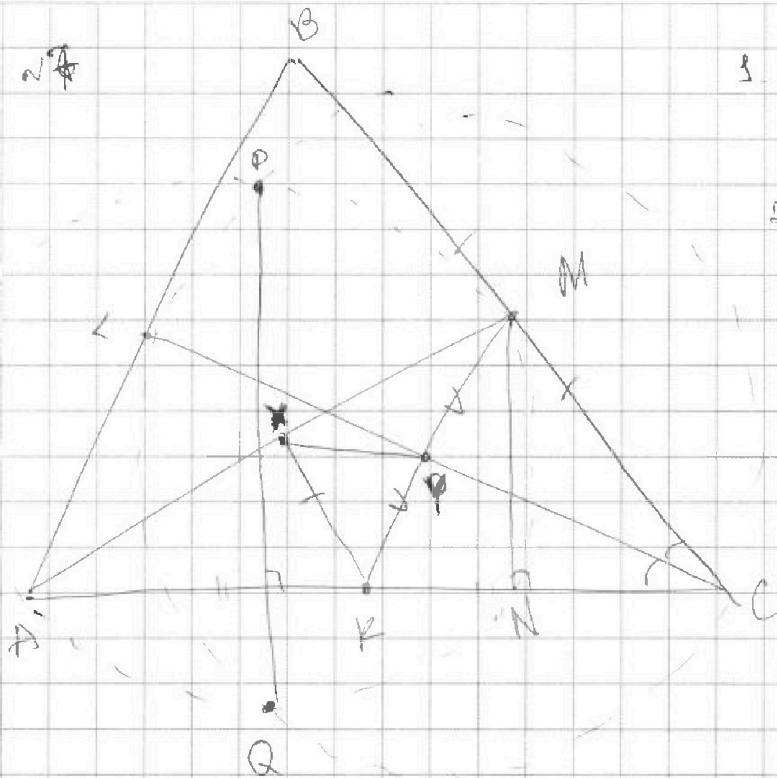


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1. $\angle MNA = 90^\circ$ - т.к. опирается
на диаметр.

2. X, Y - середины
AM и CL

Значит, что XY||AC,
т.к. XY-линейные углы \rightarrow
 $\Rightarrow XY \perp PR$, а $PQ \perp h$,
и $h \perp AC \Rightarrow XY \perp AC$

3) XE - ср. линия в $\triangle AEC \Rightarrow EX \parallel MC$ и $EX = \frac{MC}{2}$
ME - ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow MK \parallel AB$ и $MK = \frac{1}{2}AB = 5$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3 = 3(x+1) \quad | \quad x^2 + 2x - 2$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2 \quad | \quad x^2(x+2)^2 - 3(x+1) = 3x^2 - x^2(x+2)^2$$

$$a_9 = 3x^2 \quad | \quad x^2(x+2)^2 - 3(x+1) - 3x^2 = 0$$

$$\cancel{3x^2} \quad | \quad x^2(x+2)^2 - 2(x+1) - x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 + 2x + 4) - 2(x+1) - x^2 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - x^4 - x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ - 3x^3 - 3x^2 \\ \hline - 2x - 2 \\ - \frac{-2x - 2}{0} \end{array}$$

$$x^2(x^2 + 2x + 1) + 2x(x^2 + x - 1) = 0 \quad | \quad 2$$

$$(x^4 + 2x^3 + 3x^2) + (3x^3 + x^2 - 2x - 2) = 0$$

$$x^2(x^2 + 2x + 2) - 3(x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$(x^2 - 1)(x^2 + 2x + 2) = (x+1)(x-1)(x^2 + 2x + 2)$$

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 - x^2 - 2x - 2 \\ + 2x^3 + 2x^2 - 2x(x+1) \quad | \quad (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)((x-1)(x^2 + 2x + 2) - 2x) = 0 \quad | \quad \begin{array}{l} x^3 + 3x^2 - 2 \\ - x^3 - x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline - 2x - 2 \end{array}$$

$$(x+1)(x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - 2x - 2 - 2x) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + x^2 - 2x - 2) = 0 \quad | \quad x^4 + x^3 - 2x^2 - 2x + x^3$$

$$x^2(x+1) = 2(x+1) \quad | \quad a_3 =$$

$$(x+1)^2(x^2 - 2) = 0$$

$$(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2) = x^4 - 2x^2 + 2x^3 - 4x + x^2 - 2 = x^4$$

$$(x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 2) = 0 \quad | \quad (x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x^3 + 4x^2 - 4x + x^2 + 2x - 2 =$$

$$= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$\Rightarrow 1) (x+1)^2 = 0 \quad | \quad x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad | \quad 3x + 3 = 0$$

$$3x^2 \neq 0$$

$$D = 4x8 = 12$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{12}}{2} = -2 + \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$(x+1)^2 - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - 5y^2 + 5y^2 \quad (x^2+2x+1)(x^2+2x-2)$$

$$6-y \geq 0 \Rightarrow y \leq 6$$

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$6+5x-y^2 \geq 0$$

3-24 24-9 = B

$$(111 - 2\sqrt{3}), (4 + 2\sqrt{3})$$

411PQ

$$-x^2 + 5x + 6 \geq 0$$

$$AB = 10$$

$$x^2 - 5x - 6 \leq 0$$

$$D = 2S + 24 = 109$$

$$(x-6)(x+3) \leq 0$$

5 - 2 + 1 = 4

$$(5 - \boxed{?})^2 = 4$$

$$t=2 \Rightarrow \sqrt{y+1} - \sqrt{6-y} = 2$$

$$\frac{25}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 (x+1) + (6-x) - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 25$$

$$\sqrt{4x^2 + 16} - 7 = 5$$

$$4(x+1)(6-x) = 25$$

$$(x+1)(6-x) = 525$$

$$-x^2 + 6 = 6.25$$

$$x^2 - 5x + 0,75 = 0$$

$$(1+\sqrt{3})^2 = (1+3+2\sqrt{3}) - \text{and } (4+2\sqrt{3})$$

$$(1-\sqrt{3})^2 = (1+3-2\sqrt{3}) = (4-2\sqrt{3})$$

$$16 - 4 \cdot 3 = 4$$

$$t = \frac{5+2}{2} \in \{1.5, 3.5\}$$

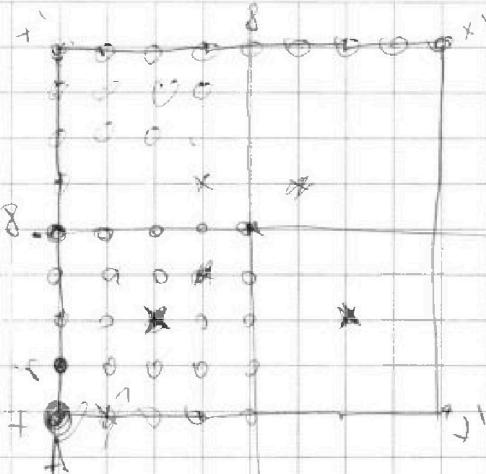


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
_ из _

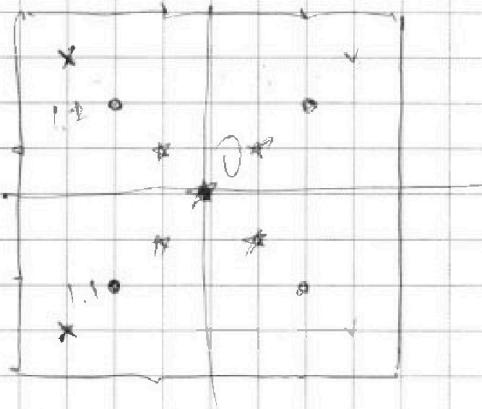
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\text{Число: } 3 \cdot 5 = 15$$

Посчитали на парте сумма цифр первого и второго есть в зоне А

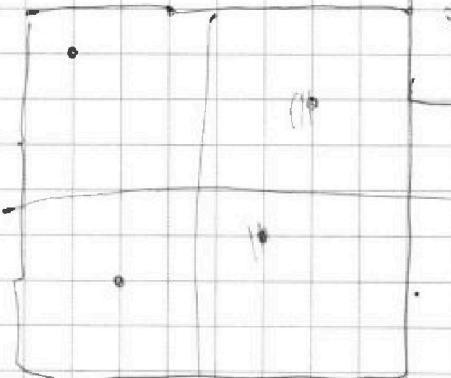
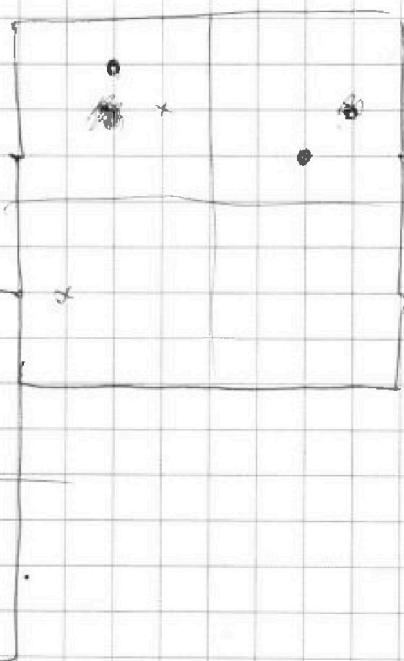
1) Всю сумму не подходит.



1) К первому числу
2) К второму числу

Команду раскраску
посчитали в фигуре

Сумма же



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 - y^4 + 5x^2y^2 = \sqrt{y^4 - 5x^4}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) = \sqrt{y^4 - 5x^4}$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y^4 - 5x^4}$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y^4 - 5x^4}, x, y > 0$$

$$(x - \sqrt{y})(x + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) = \sqrt{y^4 - 5x^4}$$

$$(x + \sqrt{y})(x + y)(x^2 + y^2 + 5) = -1$$

Такое невозможно, т.к. $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} > 0 \\ x + y > 0 \\ x^2 + y^2 + 5 > 0 \end{cases}$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 0 \Rightarrow x = y$$

$$x \in [0; 6]$$

y

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-x^2}$$

$$2\sqrt{5} = 2\sqrt{25}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$y = 2+2$$

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x})^2 = \sqrt{6-x} - \sqrt{x+1} + 2$$

$$(x+2\sqrt{6-x}\sqrt{8x+1}(6-x)) = \sqrt{6-x} + \sqrt{x+1} + 2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = t$$

$$t^2 = t + 2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \quad D = 1 +$$

$$(t-2)(t+1) = 0$$

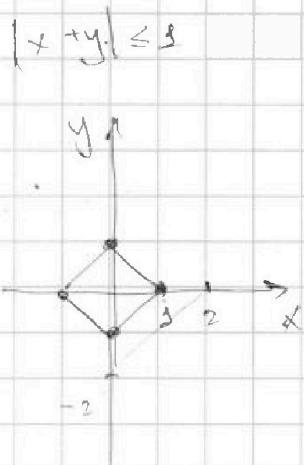
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|x-y| = 3$$

$$N^2 \quad |x-3y| \leq 3$$

$$|3x-y| \leq 3$$

$$|x-3y| + |3x-y| \geq |x+3x-3y-y|$$

$$|x-3y| + |3x-y| = |x-3y| + |y-3x| \geq |-2x-2y|$$

$$4 \geq |x-3y| + |3x-y| \geq |4x-4y|$$

$$1 \geq |x-y|$$

$$4 \geq |x-3y| + |y-3x-y| = |3y-x| + |3x-y| \geq |2$$

$$4 \geq |x-3y| + |3x-y| = |3y-x| + |y-3x| \geq |4y-4x|$$

$$|x| = 2 \geq |x-y| + |3x-y| \geq |4x-2y|$$

$$1 \geq |2x-y|$$

$$\frac{a \cdot x}{4}^2$$

$$\frac{3}{4} - \frac{15}{4} = -3$$

$$\frac{9}{4} - \frac{5}{4} = 1$$

~~$$2 \geq y \quad 4 \geq |3y-x| + |3x-y| \geq |2x+2y|$$~~

$$2 \geq |x+y| \rightarrow 8 \geq |4x+4y|$$

$$2 \cdot 1 = 2 \geq |x+y| + |3x-y| \geq |4x|$$

~~$$\frac{8}{4} \geq 2$$~~

$$11 = 3+8 \geq |4x+4y| + |4x| = |8x+4y|$$

(11)

$$y = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{3}{4}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_3 = a_1 + 2b$$

$$a_5 = a_1 + 4b$$

$$a_9 = a_1 + 8b$$

$$\Rightarrow (x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = 2b$$

$$3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 4b$$

$$(x^4 + 4x^2 + 4x^3 - 3x + 3) - 2b$$

$$3x^2 - x^4 - 4x^2 - 4x^3 = 4b$$

$$3x^2 - 3x + 3 = 6b$$

$$x^2 - x + 1 = 2b$$

$$(x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2$$

$$(x^2 + 2x)^2 \geq 0$$

$$3x^2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 0$$

$$x^4 + 4x^2 + 4x^3 - 3x + 3 = x^2 - x + 1$$

$$(x^4 + 3x^2 + 4x^3 - 2x + 2) = 0$$

$$(x^2 + 2x)(x^2 - x + 1)$$

$$x^2(x^2 + 2x + 1) + 2x^2 - 2x^3 - 2x + 2 = 0$$

$$(x^2 + x)^2 = (x+1)^2$$

$$x^2(x^2 + 2x + 1) + 2(x^2)$$

$$x - 3y = 3$$

$$3y = x - 3$$

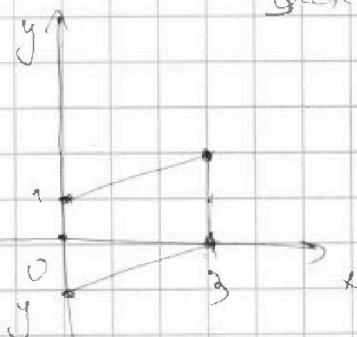
$$-3(x - 3y \leq 3)$$

$$y = \frac{x}{3} - 1$$

$$N2 \quad |x - 3y| \leq 3$$

\Rightarrow

$$|3x - y| \leq 3$$



$$x - 3y = -3$$

$$3y = x + 3$$

$$y = \frac{x}{3} + 1$$

$$x + 3y = 3$$

$$3y = -x + 3$$

$$y = -\frac{x}{3} + 1$$

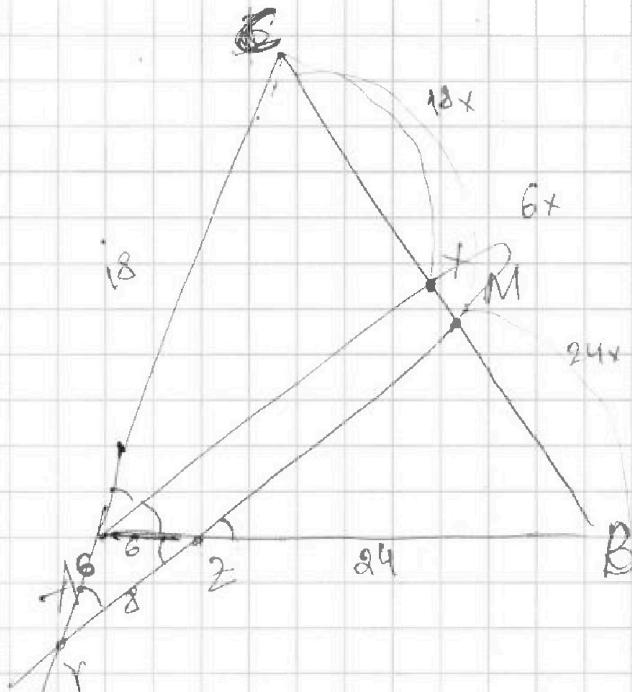


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$18+6=24$$

$$AC = 18$$

$$\frac{BZ}{ZA}$$

△ AYZ - равноб

$$\frac{CX}{XB} = \frac{AC}{AB} = \frac{18}{30}$$

$$\frac{18x}{30x}$$



62) НО ТЮЗ △ AYZ:

$$64 = 36 + 36 - 2 \cos L YAZ \cdot 36$$

$$2 \cos L YAZ \cdot 36 = 72 - 64 = 8$$

$$\cos L YAZ = \frac{8}{2 \cdot 36} = \frac{1}{9}$$

$$\begin{array}{r} 900 \\ + 120 \\ \hline 1020 \\ + 324 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\cos L BAC = -\frac{1}{9}$$

$$\begin{array}{r} 1344 \\ - 12 \\ \hline 124 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$BC^2 = 18^2 + 30^2 + 2 \cdot \frac{1}{9} \cdot 18 \cdot 30$$

$$324 + 900 + 4 \cdot 30 = 324 + 900 + 120 = 324 + 1020 =$$

$$= 1344$$

$$BC = \sqrt{1344}$$

$$\begin{array}{r} 336 \\ - 32 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 2 \\ \hline 72 \end{array}$$

$$\frac{90}{24} = \frac{A+G}{A}$$

$$\begin{array}{r} 84 \\ - 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ - 72 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$30A = 24A + G$$

$$GA = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - g(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n^2 + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$1) A = 13p^2 = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = 75q^2 = mn(m+n-3)$$

$\frac{1}{5} \cdot 3$

$m+n-3 \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 95 \\ \times 4 \\ \hline 380 \end{array}$$

Заметим, что A четное, т.к. либо $m+n$, либо $m+n-9$ - четные $\Rightarrow p=2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9) = 13 \cdot 4 = 52$

$$\begin{array}{r} 7+13=20 \\ 35+13=48 \end{array}$$

$$\begin{cases} m+n=4 \\ m+n-9=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=4 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=4 \end{cases} \Rightarrow \checkmark$$

но $m \neq 0$ сум. л.г. остаток по мод. 4. $13 \equiv 1$ то форма тих же \Rightarrow
 $\Rightarrow mn=48 \Rightarrow B=75 \cdot 4 = 300$

$$m+n \equiv 48 \Rightarrow m+n=48 \Rightarrow$$

$$m+n-3=10$$

$$2) m+n=52 \Rightarrow m+n-3=49$$

$$\begin{cases} mn=80 \\ m+n=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases}$$

и наоборот.

$$2) A = 75q^2 = (m+n)(m+n-9)$$

$$\text{аналог } q=2 \Rightarrow (m+n)(m+n-9)=300$$

$$B = 13p^2 = mn(m+n-3)$$

$$\begin{array}{r} 500 \\ \times 20 \\ \hline 1000 \\ 500 \\ \hline 1500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 96 \\ \hline 96 \\ 144 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 31 \\ \hline 93 \\ 93 \\ \hline 961 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 34 \\ \hline 136 \\ 102 \\ \hline 1156 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \times 13 \\ \hline 169 \\ 13 \\ \hline 169 \end{array}$$

$$mn=6$$

$$t(t-9)=300$$

$$t^2 - 9t - 300 = 0$$

$$D=81+1200=1281$$

$$3 \cdot 11 \cdot 2$$

$$3 \cdot 100$$

$$6 \cdot 50$$

$$4 \cdot 75$$

$$12 \cdot 25$$

$$60 \cdot 10$$

$$20 \cdot 15$$

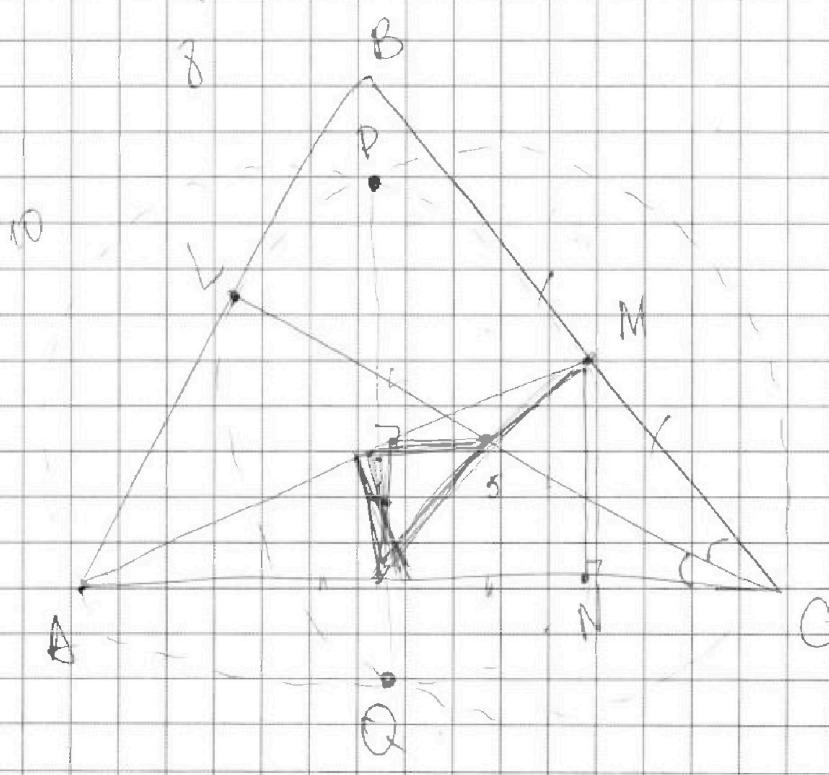
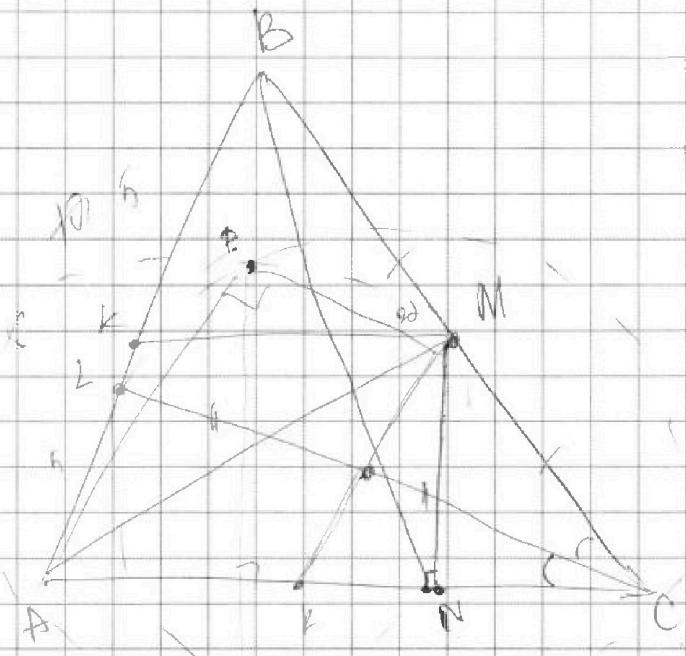


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



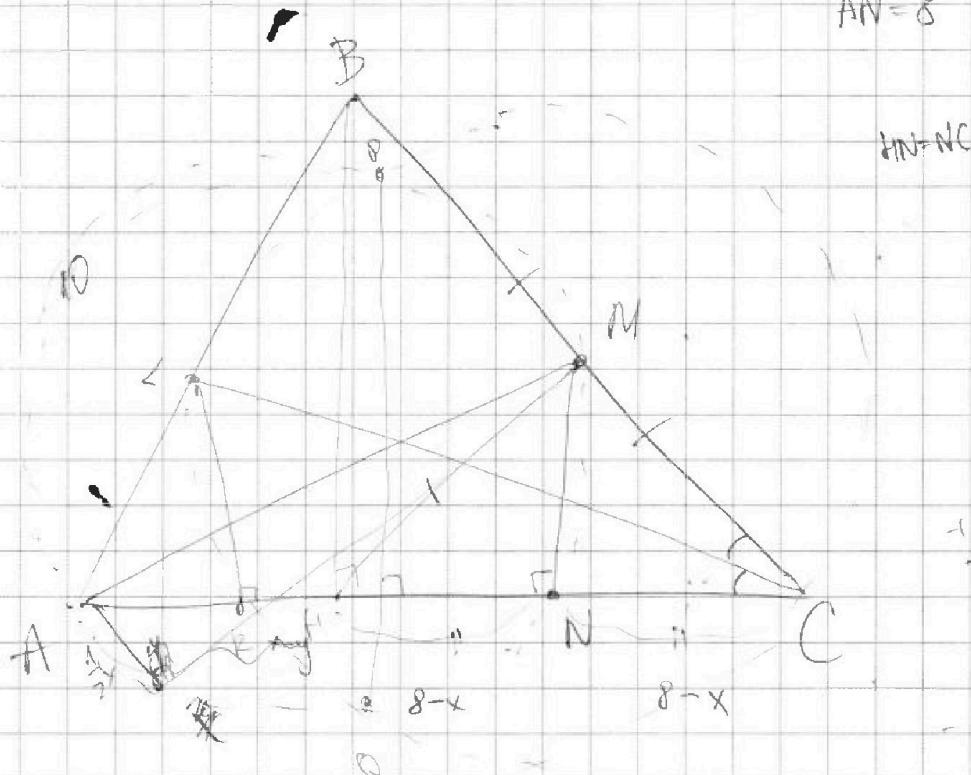


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ + 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 956 \\ - 32 \\ \hline 83 \end{array}$$

$$AM^2 - MC^2 = 64 - (8-x)^2 = 64 - (64 + x^2 - 16x) = 16x - x^2$$

$$MC^2 = AM^2 + x^2 - 16x$$

$$100 - x^2 = BC^2 - (16-2x)^2$$

$$100 - x^2 = 4MC^2 - (16^2 + 4x^2 - 64x)$$

$$100 - x^2 = 4MC^2 - 16^2 - 4x^2 + 64x$$

$$4MC^2 = \underline{\underline{100 - x^2 + 16^2 + 4x^2 - 64x}} = 356 + 8x^2 - 64x$$

$$\frac{8x^2}{4} - 16x + 89 = MC^2$$

$$\frac{3x^2}{4} - 16x + 89 = x^2 - 16x \Rightarrow 89 = \frac{1}{4}x^2 + AM^2$$