



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$a_3$  - третий член арифм. прогрессии

$a_5$  - пятый член

$a_9$  - девятый член

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = a_1 + 8d$$

где  $a_1$  - первый член, а  $d$  - разность прогрессии

$$\begin{cases} a_5 - a_3 = 2d \\ a_9 - a_5 = 4d \end{cases} \Rightarrow 2(a_5 - a_3) = a_9 - a_5$$

$$2((x^2 + 2x)^2 - (3x + 3)) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = -x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^4 + x^3) + (3x^3 + 3x^2) - 2(x+1) = 0$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x = -1 \quad \text{или} \quad x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$0 = 4 + 8 = 12 = (2\sqrt{3})^2$$

$$x_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = -1 - \sqrt{3} \quad x_2 = -1 + \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } x \in \{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

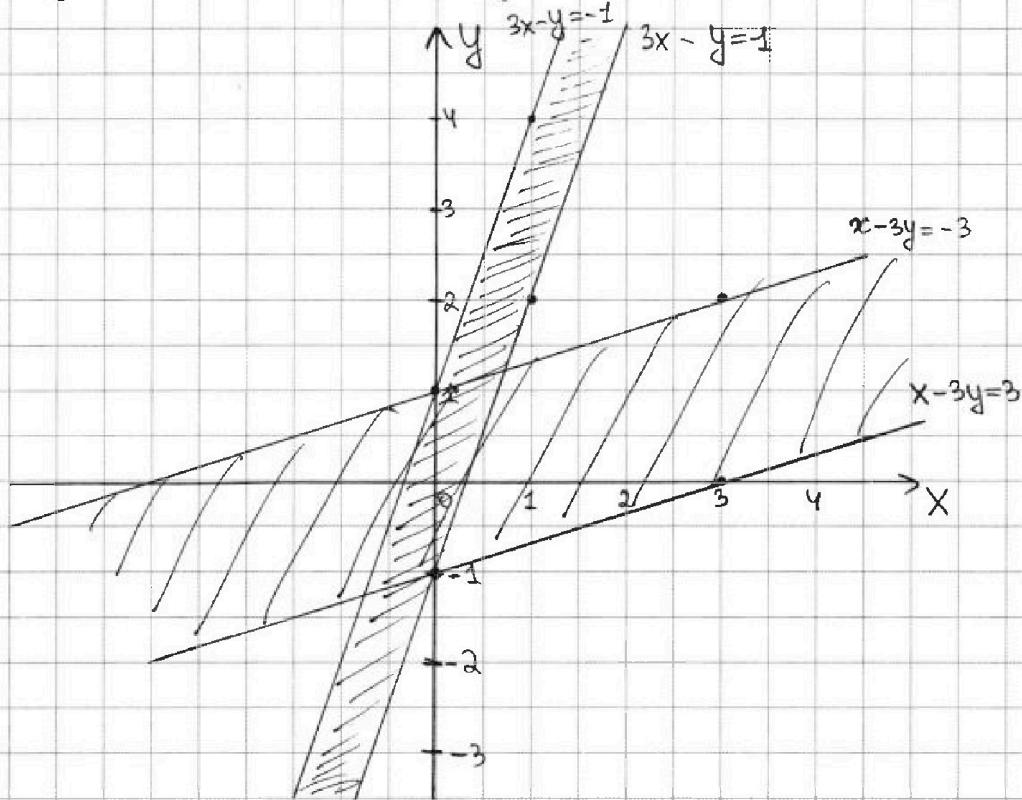
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N<sup>2</sup>

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x - 3y \leq 3 \\ x - 3y \geq -3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$



Пусть  $k$  - макс. значение  $4y + 8x$   
 $4y + 8x = k \Rightarrow y = -2x + \frac{1}{4}k$   $\Rightarrow$  график  $y = -2x$   
 сдвигается на  $\frac{1}{4}k$  по оси  $y$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$$m \text{ и } n \in \mathbb{N}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \quad B = m^2 n + mn^2 - 3mn$$

$a_1$  - первое члено  $a_2$  - второе члено

$$a_1 = 13p^2 \quad p - чётн \quad a_2 = 45q^2 \quad q - чётн$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) \quad B = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \quad B = mn(m+n-3)$$

Заметим, что  $A$  - чётное, так как если:

1)  $(m+n)$  - чётное, то и  $A$  - чётное

2)  $(m+n)$  - нечётное, то  $(m+n-9)$  - чётное, значит и

$A$  - чётное

Тогда либо  $p=2$ , либо  $q=2$  в зависимости от

меньше члену равно  $A$ .

I случай.  $A = 13p^2$

$$A = 13 \cdot 2^2 = 52$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 52 = 0$$

$$D = 81 + 208 = 289 = (17)^2$$

$$m+n = -4 \quad \text{или} \quad m+n = 13 \Rightarrow$$

не подходит,

так как  $m \in \mathbb{N}$

и  $n \in \mathbb{N}$

$$B = mn(13-3) = 10mn$$

Так как  $A = 13p^2 = a_1$ ,

$$B = 45q^2 = a_2$$

$$10mn = 45q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$2mn$  - чётное  $\Rightarrow q$  - чётное

$$2mn = 15 \cdot 2^2$$

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ mn=30 \end{cases} \Rightarrow m=13-n$$

$$mn = 30$$

$$(13-n)n = 30$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$D = 169 - 120 = 49 = 7^2$$

$$n_1 = 3 \Rightarrow m_1 = 10$$

$$n_2 = 10 \Rightarrow m_2 = 3$$

I случай рассмотрен.

см. продолжение на стр. 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II случая.  $A = 75q^2$

$$A = 75 \cdot 2^2 = 300$$

$$(m+n)^2 = 9(m+n) = 300 \Rightarrow 0$$

$$D = 81 + 1200 - 1281$$

$$(m+n)(m+n-9) = 300 = 75 \cdot 2^2 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$



разная чётность  $\Rightarrow$  передберём множители (здесь только в одной скобке)

$$1) \begin{cases} m+n=2 \cdot 2 \cdot 5 \\ m+n-9=3 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=10 \\ m+n-9=3 \end{cases} \Rightarrow q=9 \text{ (неверно)}$$

$$2) \begin{cases} m+n=2 \cdot 2 \cdot 5 \\ m+n-9=3 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=20 \\ m+n-9=15 \end{cases} \Rightarrow q=5 \text{ (неверно)}$$

$$3) \begin{cases} m+n=4 \\ m+n-9=3 \cdot 5 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n=4 \\ m+n-9=75 \end{cases} \Rightarrow q=-71 \text{ (неверно)}$$

$$4) \begin{cases} m+n=2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ m+n-9=1 \end{cases} \Rightarrow q=299 \text{ (неверно)}$$

$$5) \begin{cases} m+n=1 \\ m+n-9=300 \end{cases} \Rightarrow q=-299 \text{ (неверно)}$$

6) 7) и 8) случая можно не рассматривать, так как можно заметить, что меняется лишь знак, а числа по модулю такие же совпадают.

Таким образом, во II случае нет подходящих  $m$  и  $n$ .

Ответ:  $(m; n) \in \{(3; 10), (10; 3)\}$



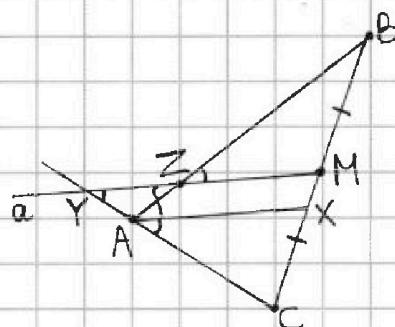
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано:

$\triangle ABC$

$aX$  - биссектриса

$$BM = MC$$

$$M \in a \quad a \parallel AX$$

$$a \cap AB = Z \quad a \cap AC = Y$$

$$AC = 18 \quad AZ = 6 \quad YZ = 8$$

Найти:  $BC = ?$

Решение:  $\angle YZA = \angle ZAX$  (накрст. лем. при  $a \parallel AX$  и сек.  $AZ$ )

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle ZAX - \angle CAZ$$

$$\angle ZAX = \angle CAZ \quad (\text{cb-bo биссектр.}) \Rightarrow \angle YAZ = 180^\circ - 2\angle ZAX$$

$$\angle YAZ + \angle AYZ + \angle YZA = 180^\circ \quad (\text{cb-bo треугл.}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AYZ = 180^\circ - \angle YZA - \angle YAZ = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle ZAX - \angle ZAX = \\ = \angle ZAX$$

$$\angle YZA = \angle AYZ \Rightarrow \triangle YAZ - \text{pf} \quad (\text{c основанием } YZ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow YA = AZ \quad (\text{cb-bo pf треугл.}) \Rightarrow YA = 6$$

По теореме Менелая:  $\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

По теореме  $\cos \delta \triangle YAZ$ :

$$AZ^2 = YZ^2 + YA^2 - 2 \cdot YZ \cdot YA \cdot \cos \angle AYZ$$

$$\text{Пусть } \delta = \angle AYZ \Rightarrow 36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \delta$$

$$-64 = -96 \cos \delta$$

$$\cos \delta = \frac{2}{3}$$

~~$$\angle CAB = 2 \angle AYZ = 2\delta = 2 \arccos \frac{2}{3}$$

$$CB^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle CAB$$

$$CB^2 = 900 + 324 - 1080 \cdot \cos(2 \arccos(\frac{2}{3}))$$~~

см. продолжение на 2 стр.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Менелая:  $\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow ZM = 12$$

Приложим теорему  $\cos \beta$

$$\angle BZM = \angle YZA \text{ (вертикальные)} \Rightarrow \angle BZM = \angle BAX$$

$$\begin{cases} \angle BZM = \angle BAX \\ \angle ABC - \text{общий} \end{cases} \Rightarrow \triangle BZM \sim \triangle BAX \text{ (по 2 углам)}$$

$$\Rightarrow \frac{AX}{ZM} = \frac{AB}{BZ} \Rightarrow \frac{AX}{12} = \frac{30}{24} \Rightarrow AX = 15$$

Приложим теорему  $\cos \kappa$  к  $\triangle BAX$  и  $\triangle CAX$

$$BX^2 = AB^2 + AX^2 - 2 \cdot AB \cdot AX \cdot \cos \alpha \quad (\alpha = \angle BAX)$$

$$BX^2 = 900 + 225 - 2 \cdot 30 \cdot 15 \cdot \frac{2}{3}$$

$$BX^2 = 525$$

$$CX^2 = AX^2 + AC^2 - 2 \cdot AX \cdot AC \cdot \cos \beta \quad (\beta = \angle CAX)$$

$$CX^2 = 225 + 324 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$$

$$CX^2 = 189$$

$$BC = BX + XC = \sqrt{525} + \sqrt{189} = \sqrt{21}(\sqrt{25} + \sqrt{9}) = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

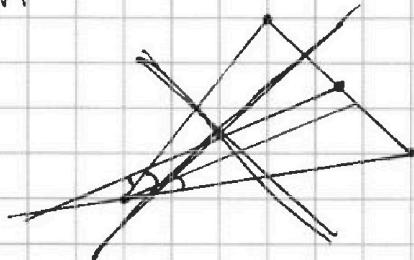
6

7

СТРАНИЦА  
1 из \_\_\_\_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x-1)^2 + ($$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 = -\frac{15}{9} \quad \frac{5}{9}$$

$$y = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\frac{CA}{AK} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{CB} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$ZM = 12$$

$$x - 3y \geq -3$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = x + 3$$

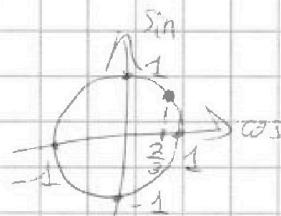
$$x \geq 3y$$

$$x - 3y \leq 3$$

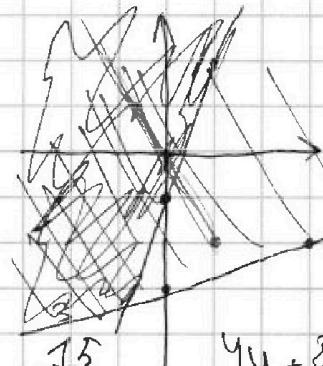
$$3y = x - 3$$

$$y = \frac{x-3}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x - 1$$



$$y=4$$



$$4y + 8x = k$$

$$4y = k - 8x$$

$$y = -2x + \frac{1}{4}k$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 30 \\ \hline 360 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 24 \\ 24 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ 15 \\ \hline 15 \\ 15 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$225 \quad \begin{array}{r} \times 60 \\ 15 \\ \hline \end{array}$$

$$900 + 225 = 1125 - 600 = 525$$

$$25$$

$$\begin{array}{r} \times 18 \\ 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 60 \\ \hline 900 \\ 540 \\ \hline 360 \end{array} \quad \begin{array}{r} 540 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ 360 \\ \hline \end{array}$$

$$189 = 21 \cdot 9 = 3 \cdot 7 \cdot 9 \quad \begin{array}{r} 34 \\ 36 \\ \hline \end{array}$$

$$525 = 5 \cdot 105 = 5 \cdot 5 \cdot 21 \quad \begin{array}{r} 18 \\ 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7 \end{array}$$

$$\sqrt{21} (\sqrt{25} + \sqrt{9}) = 8\sqrt{21}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 25 \\ 105 \\ 42 \\ \hline 525 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(y-x)(y+5)$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{x}$$

$$((\sqrt{x+1}) - (\sqrt{6-y})) + 5)((\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y}) + 5) = x+1 - \sqrt{x+5}(6y) + 5\sqrt{x+1}$$

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

N3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$A = \underbrace{(m+n)}_{=n} \underbrace{(m+n-9)}_{=m}$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

52.

$$x(x-9) = 52$$

$$x^2 - 9x - 52 = 0$$

$$D = 81 + 208 = 289 = 17^2$$

$$x_1 = -4, x_2 = 13$$

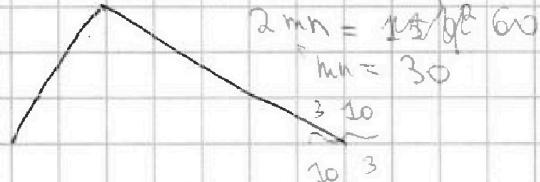
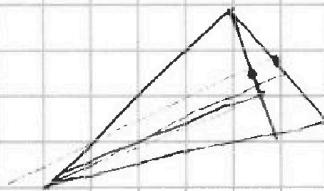
$$-7mn = 759^2$$

$$10mn = 759^2$$

$$25mn = 3589^2$$

$$\begin{array}{r} 14414 \\ \times 36 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$36$$



$$\begin{aligned} 2mn &= 17 \times 11.5 \\ mn &= 30 \end{aligned}$$

12

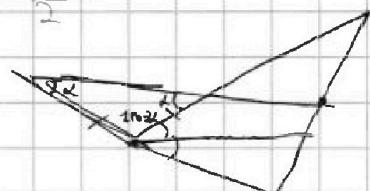
24

$$x(x-9) = 300$$

$$x^2 - 9x - 300 = 0$$

$$D = 81 + 1209 =$$

$$x = \frac{9 + 35}{2}$$



$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 23 \\ \hline 16 \\ 46 \\ \hline 186 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \times 49 \\ \hline 39 \\ 196 \\ \hline 384 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \times 39 \\ \hline 39 \\ 291 \\ \hline 312 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \times 41 \\ \hline 41 \\ 328 \\ \hline 328 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1281 \\ \times 477 \\ \hline 8967 \\ 6147 \\ 1281 \\ \hline 5951 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \times 31 \\ \hline 31 \\ 248 \\ \hline 248 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \times 32 \\ \hline 32 \\ 256 \\ \hline 256 \end{array}$$

40

32

256

256

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$a_3 = 3x + 3 = 3(x+1)$$

$$a_9 - a_3 = 6d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 6d$$

$$x^2 - x - 1 = 2d$$

$$a_9 = 3x^3$$

$$(x^2 + 2x)^2 = a_5 +$$

$$a_5 - a_3 = 2d$$

$$1) a_5 = a_1 + 2d$$

$$a_5 - a_3 = 2d$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$(x+1)^2 - 1 \geq 2(x+4) =$$

$$2) a_5 = a_1 + 3d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 4d$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(\sqrt{3}x - x^2 - 2x)(\sqrt{3}x + x^2 + 2x) = 4d$$

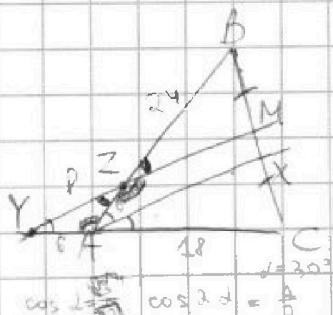
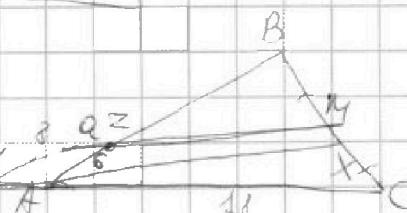
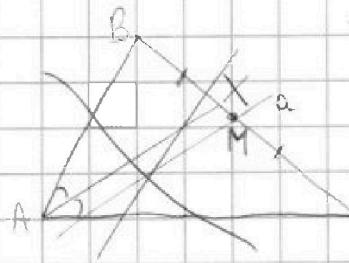
$$(x(\sqrt{3} - x^2) - x^2)(x(\sqrt{3} + 2) + x^2) = 4d$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$x^2(\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + 2 + x) = 4d$$

$$4y + 8x = 4(y + 2x)$$

НУ



$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 2$$

$$\frac{6}{\sin 2} = \frac{8}{\sin 160 - 2}$$

$$-64 = -96 \cdot \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{96}{64} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$\omega = 10 \pi \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{NC} = 1$$

$$\cos 2(10 \pi \cos \frac{\pi}{3})$$

$$1 \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

$$BC = 300 + 324 - 2 \cdot 30 \cdot 32 \cos 2$$



1

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1      2      3      4      5      6      7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_3 + a_5 - a_7 = a_4$$

$$3x^2 + 3x + 3 - (x^2 + 2x)^2 = a_4$$

$$2(a_5 - a_3) = a_9 - a_5$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2 + (x^2 + 2x)^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\cancel{x^4} + \cancel{3x^3} + \cancel{x^2} + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^3(x+3) + x^2(x+3) - 2(x+3) + 4 = 0 \quad (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+3)(x^3 + x^2 - 2) = -4 \quad x = -1 \text{ или } x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^2(x+3) - 2 = 0$$

$$3\sqrt[3]{3} \quad 4$$

$$3(-1 + \sqrt[3]{3})^2 + 2(-1 + \sqrt[3]{3}) \frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 + x^2} \quad |x+1| \quad (x+1)(x^2 + 2x - 2)$$

$$4 - 3\sqrt[3]{3} = 2 \quad d = \frac{4 - 3\sqrt[3]{3}}{2}$$

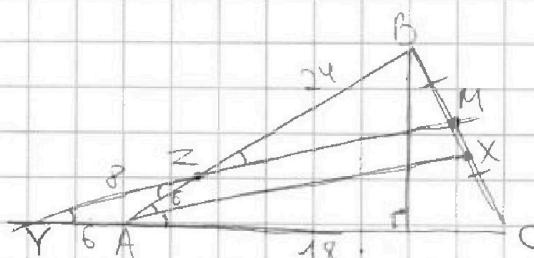
$$12 - 6\sqrt[3]{3} \quad 4$$

$$4y + 8x = k$$

$$x^3 + 2x^2 - 2x \\ + x^2 + 2x - 2$$

$$4 + 8 - 6\sqrt[3]{3}$$

$$4y = 12 - 8x + k$$



$$\frac{1}{5} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$BZ = 24$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 144 \\ \hline 18 \\ \times 18 \\ \hline 324 \\ \times 30 \\ \hline 540 \end{array}$$

1	✓	3
2	✗	+
3	✓	5
4	✓	5
5	✗	11
6	✗	13
7	✗	

$$13/31$$

