



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

a_3 - третий член ~~арифм.~~ арифм. прогрессии
 a_5 - пятый член
 a_9 - девятый член

$a_3 = a_1 + 2d$
 $a_5 = a_1 + 4d$
 $a_9 = a_1 + 8d$ где a_1 - первый член, а d - разность прогрессии

$$\begin{cases} a_5 - a_3 = 2d \\ a_9 - a_5 = 4d \end{cases} \Rightarrow 2(a_5 - a_3) = a_9 - a_5$$

$$2((x^2 + 2x)^2 - (3x + 3)) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = -x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^4 + x^3) + (3x^3 + 3x^2) - 2(x + 1) = 0$$

$$x^3(x + 1) + 3x^2(x + 1) - 2(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x + 1)(x + 1)(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$x = -1$ или $x^2 + 2x - 2 = 0$

$$D = 4 + 8 = 12 = (2\sqrt{3})^2$$

$$x_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{3}}{2} \quad x_2 = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{2}$$

$$x_1 = -1 - \sqrt{3} \quad x_2 = -1 + \sqrt{3}$$

Ответ: $x \in \{-1; -1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

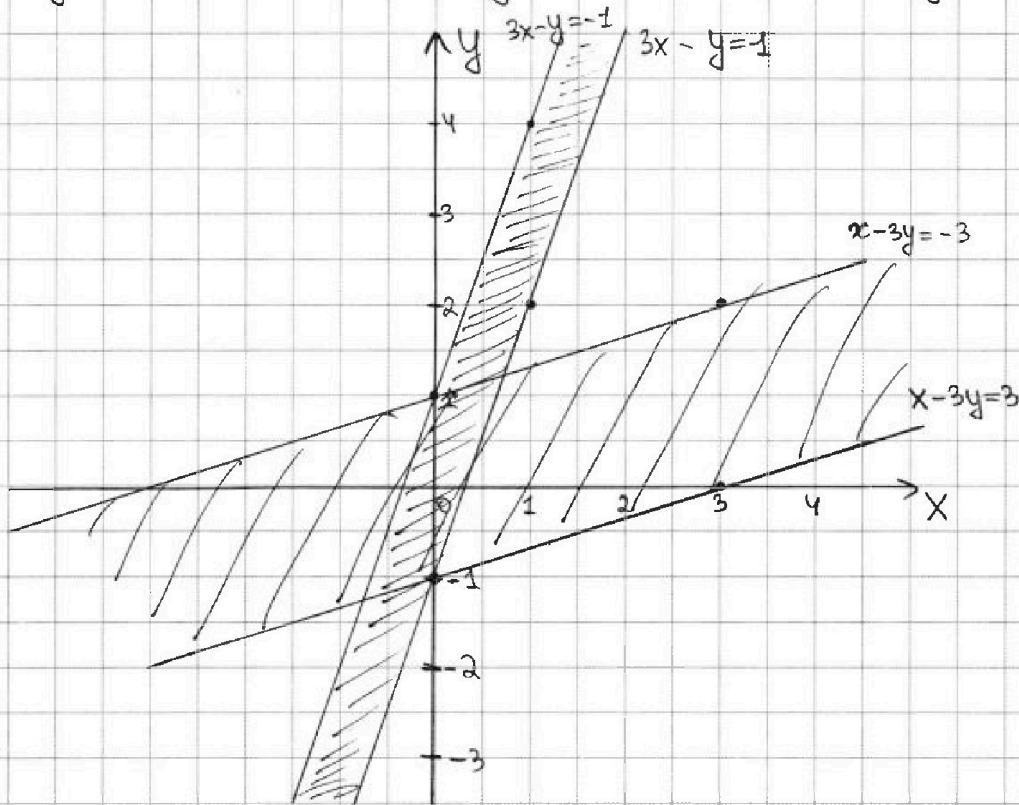
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$



Пусть k - макс. значение $4y + 8x$
 $4y + 8x = k \Rightarrow \frac{1}{4}y = -2x + \frac{1}{4}k \Rightarrow$ график $y = -2x$
сдвигается на $\frac{1}{4}k$ по оси y .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

m и $n \in \mathbb{N}$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n \quad B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

a_1 - первое число a_2 - второе число

$$a_1 = 13p^2 \quad p - \text{прост} \quad a_2 = 75q^2 \quad q - \text{прост}$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n) \quad B = mn(m+n-3)$$

$$A = (m+n)(m+n-9) \quad B = mn(m+n-3)$$

Заметим, что A - чётное, так как если:

1) $(m+n)$ - чётное, то и A - чётное

2) $(m+n)$ - нечётное, то $(m+n-9)$ - чётное, значит и A - чётное

Тогда либо $p=2$, либо $q=2$ в зависимости от того, чему равно A .

I случай. $A = 13p^2$

$$A = 13 \cdot 2^2 = 52$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 52 = 0$$

$$D = 81 + 208 = 289 = (17)^2$$

$$m+n = -4 \quad \text{или} \quad m+n = 13 \Rightarrow$$

не подходит,

так как $m \in \mathbb{N}$

и $n \in \mathbb{N}$

$$B = mn(13-3) = 10mn$$

Так как $A = 13p^2 = a_1$,

$$B = 75q^2 = a_2$$

$$10mn = 75q^2$$

$$2mn = 15q^2$$

$2mn$ - чётное $\Rightarrow q$ - чётное

$$2mn = 15 \cdot 2^2$$

$$mn = 30$$

$$\begin{cases} m+n=13 & \Rightarrow m=13-n \\ mn=30 \end{cases}$$

$$(13-n)n=30$$

$$n^2 - 13n + 30 = 0$$

$$D = 169 - 120 = 49 = 7^2$$

$$n_1 = 3 \quad \Rightarrow \quad m_1 = 10$$

$$n_2 = 10 \quad \Rightarrow \quad m_2 = 3$$

I случай рассмотрен.

см. продолжение на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

II случай. $A = 75 \text{ q}^2$

$$A = 75 \cdot 2^2 = 300$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n) - 300 = 0$$

$$D = 81 + 1200 = 1281$$

$$(m+n)(m+n-9) = 300 = 75 \cdot 2^2 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

↙ ↗

разная чётность \Rightarrow переберём множители (2-й множитель только в одной скобке)

$$1) \begin{cases} m+n = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \\ m+n-9 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 100 \\ m+n-9 = 3 \end{cases} \Rightarrow g = 97 \text{ (неверно)}$$

$$2) \begin{cases} m+n = 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ m+n-9 = 3 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 20 \\ m+n-9 = 15 \end{cases} \Rightarrow g = 5 \text{ (неверно)}$$

$$3) \begin{cases} m+n = 4 \\ m+n-9 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n = 4 \\ m+n-9 = 75 \end{cases} \Rightarrow g = -71 \text{ (неверно)}$$

$$4) \begin{cases} m+n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ m+n-9 = 1 \end{cases} \Rightarrow g = 299 \text{ (неверно)}$$

$$5) \begin{cases} m+n = 1 \\ m+n-9 = 300 \end{cases} \Rightarrow g = -299 \text{ (неверно)}$$

6) 7) и 8) случаи можно не рассматривать, так как легко заметить, что меняется лишь знак, а числа по модулю также не совпадают.

Таким образом, во II случае нет подходящих m и n .

$$\text{Ответ: } (m; n) \in \{(3; 10), (10; 3)\}$$



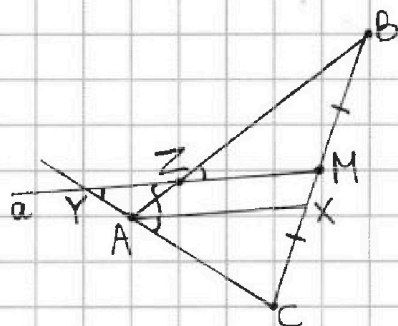
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



Дано:
 $\triangle ABC$
 AX - биссектриса
 $BM = MC$
 $M \in a$ $a \parallel AX$
 $a \cap AB = Z$ $a \cap AC = Y$
 $AC = 18$ $AZ = 6$ $YZ = 8$
 Найти: BC - ?

Решение: $\angle YZA = \angle ZAX$ (накрест. ветв. при $a \parallel AX$ и сек. AZ)

$$\angle YAZ = 180^\circ - \angle ZAX - \angle CAX$$

$$\angle ZAX = \angle CAX \text{ (св-во биссектр.)} \Rightarrow \angle YAZ = 180^\circ - 2\angle ZAX$$

$$\angle YAZ + \angle AYZ + \angle YZA = 180^\circ \text{ (св-во внутр.)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle AYZ = 180^\circ - \angle YZA - \angle YAZ = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle ZAX - \angle ZAX = \angle ZAX$$

$$\angle YZA = \angle AYZ \Rightarrow \triangle YAZ - \text{р/б (с основанием } YZ) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow YA = AZ \text{ (св-во р/б внутр.)} \Rightarrow YA = 6$$

По теореме Менелая: $\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{YA}{YC} = 1$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

По теореме кос \angle в $\triangle YAZ$:

$$AZ^2 = YZ^2 + YA^2 - 2 \cdot YZ \cdot YA \cdot \cos \angle AYZ$$

$$\text{Пусть } \alpha = \angle AYZ \Rightarrow 36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$-64 = -96 \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

~~$$\angle CAB = 2\angle AYZ = 2\alpha = 2 \arccos \frac{2}{3}$$~~

~~$$CB^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle CAB$$~~

~~$$CB^2 = 900 + 324 - 1080 \cdot \cos(2 \arccos(\frac{2}{3}))$$~~

см. продолжение на 2 стр.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По теореме Менелая: $\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow ZM = 12$$

~~Применим теорему косинусов к \triangle~~

$$\angle BZM = \angle YZA \text{ (вертикальные)} \Rightarrow \angle BZM = \angle BAX$$

$$\begin{cases} \angle BZM = \angle BAX \\ \angle ABC - \text{общий} \end{cases} \Rightarrow \triangle BZM \sim \triangle BAX \text{ (по 2 углам)}$$

$$\Rightarrow \frac{AX}{ZM} = \frac{AB}{BZ} \Rightarrow \frac{AX}{12} = \frac{30}{24} \Rightarrow AX = 15$$

Применим теорему косинусов к $\triangle BAX$ и $\triangle CAX$

$$BX^2 = AB^2 + AX^2 - 2 \cdot AB \cdot AX \cdot \cos \alpha \quad (\alpha = \angle BAX)$$

$$BX^2 = 900 + 225 - 2 \cdot 30 \cdot 15 \cdot \frac{2}{3}$$

$$BX^2 = 525$$

$$CX^2 = AX^2 + AC^2 - 2 \cdot AX \cdot AC \cdot \cos \alpha \quad (\alpha = \angle CAX)$$

$$CX^2 = 225 + 324 - 2 \cdot 15 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}$$

$$CX^2 = 189$$

$$BC = BX + XC = \sqrt{525} + \sqrt{189} = \sqrt{21} (\sqrt{25} + \sqrt{9}) = 8\sqrt{21}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{21}$



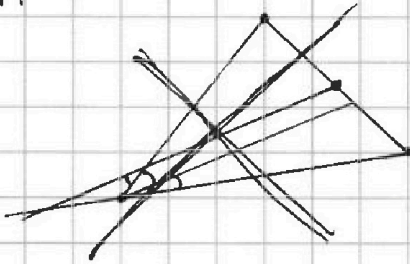
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4



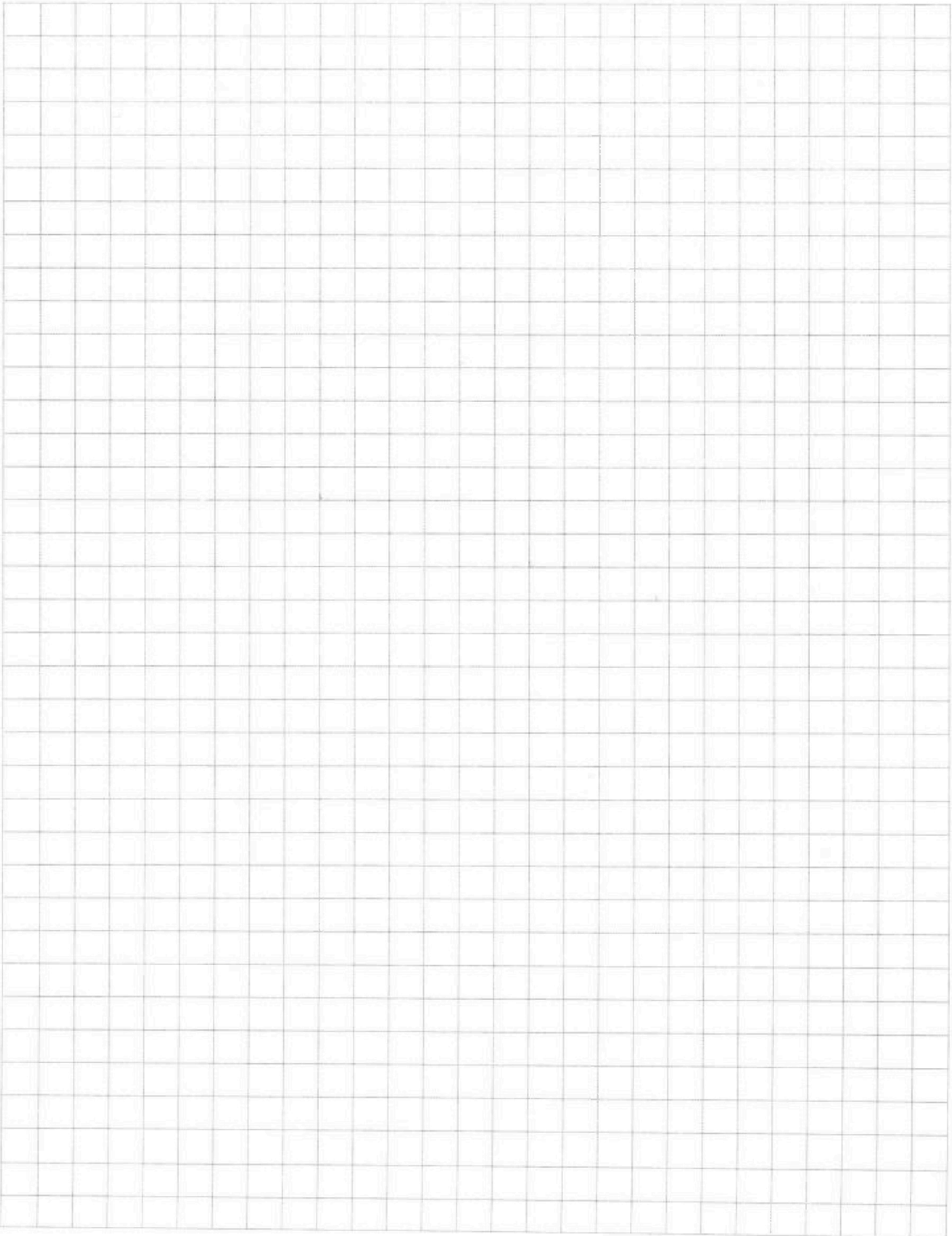


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ _ ИЗ _ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

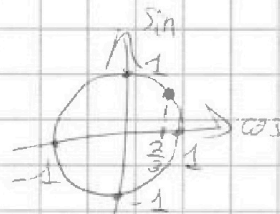
$$(x-1)^2 + ($$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 = \frac{5}{9}$$

$$y = \frac{\sqrt{5}}{3}$$



$$x - 3y \geq -3$$

$$y = 3x - 1$$

$$y = x + 3$$

$$x \geq 3y$$

$$x = 3y \leq 3$$

$$3y = x - 3$$

$$y = \frac{x-3}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x - 3$$

$$\frac{CA}{AM} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{CB} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

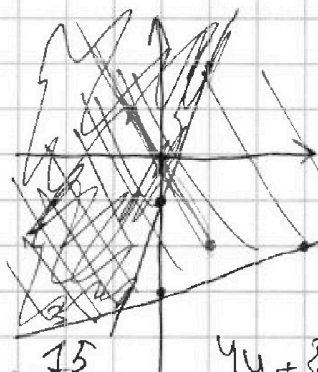
$$ZM = 12$$

$$y = 4$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 30 \\ \hline 360 \quad | \quad 24 \\ - 24 \quad | \quad 15 \\ \hline 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 15 \\ \hline 15 \\ 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$\times 60$$



$$900 + 225 = 1125 - 600 = 525$$

$$25$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 18 \\ 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$225 + 324 = 549 - 360 = 189$$

$$189 = 21 \cdot 9 = 3 \cdot 7 \cdot 9$$

$$525 = 5 \cdot 105 = 5 \cdot 5 \cdot 21 = 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$$

$$\sqrt{21} (\sqrt{25} + \sqrt{9}) = 8\sqrt{21}$$

$$\begin{array}{r} \times 15 \\ 60 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$4y + 8x = k$$

$$4y = k - 8x$$

$$y = -2x + \frac{1}{4}k$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 18 \\ \hline 30 \\ \hline 540 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 540 \quad | \quad 5 \\ \hline 1280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 280 \\ 2 \\ \hline 360 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 25 \\ \hline 105 \\ 42 \\ \hline 525 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{(y-x)(y-5)}{y^2}$$

$$x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 + 5y^2 - \sqrt{x}$$

$$(\sqrt{x+1}) - (\sqrt{6-y}) + 5(\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y}) + 5 = x+1 - \sqrt{x+1} + 5\sqrt{x+1}$$

$$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y}$$

$$\begin{array}{r} 13 \overline{) 169} \\ 13 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \overline{) 225} \\ 75 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\sqrt{3}$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn$$

$$A = (m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$A = \frac{(m+n)(m+n-9)}{2}$$

$$B = mn(m+n-3)$$

52

$$x(x-9) = 52$$

$$x^2 - 9x - 52 = 0$$

$$D = 81 + 208 = 289 = 17^2$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 13$$

$$-7mn = 750^2$$

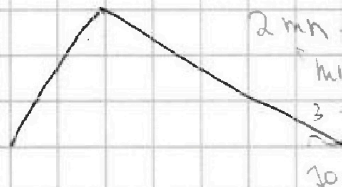
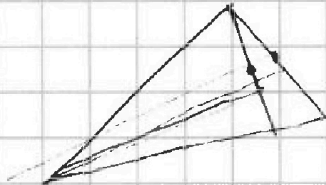
$$10mn = 750^2$$

$$2.5 \cdot mn = 35 \cdot 0^2$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 289} \\ 17 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 49} \\ 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 144 \overline{) 144} \\ 144 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$2mn = 12 \cdot 60$$

$$mn = 30$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 10} \\ 9 \\ \hline 10 \end{array}$$

12

219

$$x(x-9) = 300$$

$$x^2 - 9x - 300 = 0$$

$$D = 81 + 1200 = 1281$$

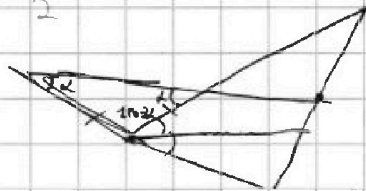
$$x = \frac{9 \pm \sqrt{1281}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 23 \overline{) 529} \\ 46 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 64} \\ 49 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \overline{) 64} \\ 49 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \overline{) 1681} \\ 82 \\ \hline 861 \end{array}$$



$$1281 \overline{) 1281}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 93} \\ 6 \\ \hline 33 \end{array}$$

40



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$a_3 = 3x + 3 = 3(x+1)$$

~~Видно~~

$$a_9 - a_3 = 6d$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = x^2(x+2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 3 = 6d$$

$$x^2 - x - 1 = 2d$$

$$a_9 = 3x^2$$

x-?

$$(x^2 + 2x)^2 = a_5 +$$

$$a_5 - a_3 = 2d$$

$$1) a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_5 - a_3 = 2d$$

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$(x^2 + 2x)^2 - 3x + 3 = x^2 - x - 1$$

$$2) a_9 = a_1 + 8d$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x + 3 = 2d$$

$$(x+1)^2 - 1)^2 - 3(x+1) =$$

$$x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 3x - 3 = x^2 - x - 1$$

$$3x^2 - (x^2 + 2x)^2 = 4d$$

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(\sqrt{3}x - x^2 - 2x)(\sqrt{3}x + x^2 + 2x) = 4d$$

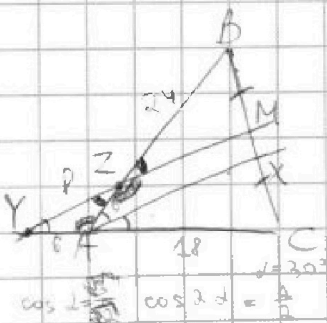
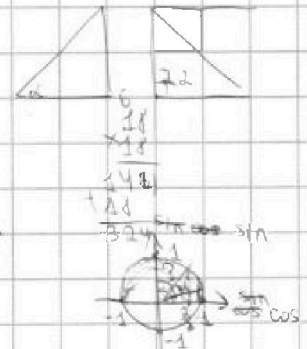
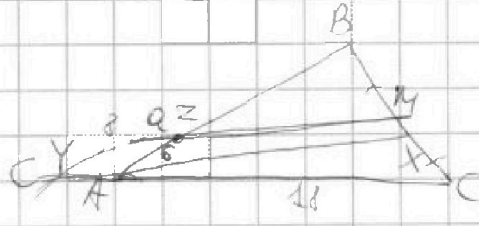
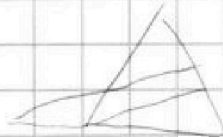
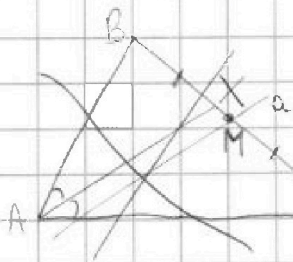
$$(x(\sqrt{3}-x) - x^2)(x(\sqrt{3}+2) + x^2) = 4d$$

$$x^2(\sqrt{3}-2) - x(\sqrt{3}+2+x) = 4d$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$4y + 8x = 4(y + 2x)$$

№4



$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 2$$

$$-64 = -96 \cdot \cos 2$$

$$\cos 2 = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

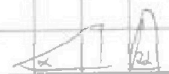
$$1 \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{6}{24} = 1 \Rightarrow BZ = 24$$

$$BC^2 = 900 + 324 - 2 \cdot 30 \cdot 24 \cdot \cos 2$$

$$\frac{6}{\sin 2} = \frac{8}{\sin 20.22}$$

$$2 = \arccos \frac{2}{3}$$

$$\cos 2(\arccos \frac{2}{3})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 + a_9 - a_5 = a_4$$

$$3x^2 + 3x + 3 - (x^2 + 2x)^2 = a_4$$

$$2(a_5 - a_3) = a_9 - a_5$$

$$2(x^2 + 2x)^2 - 6x - 6 = 3x^2 + (x^2 + 2x)^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$x^4 + 3x^3 + x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

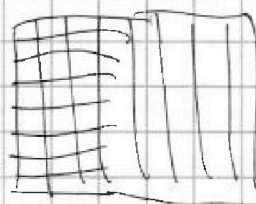
$$x^3(x+3) + x^2(x+3) - 2(x+3) + 4 = 0$$

$$(x+3)(x^3 + x^2 - 2) = -4$$

$$x^3 + 2x^2 + 3x - 4$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$$(x-1)(x$$



$$x^4 + x^3 + 3x^3 + 3x^2$$

$$x^3(x+1) + 3x^2(x+1) - 2(x+1)$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$x^2(x+3) - 2 = 0$$

$$3\sqrt{3} \quad 4$$

$$3(-1 + \sqrt{3})^2 + 2(-1 + \sqrt{3})$$

$$1 - 2\sqrt{3} + 3 + 2 + 2\sqrt{3}$$

$$12 - 6\sqrt{3}$$

$$4 - 3\sqrt{3} = 2d$$

$$d = \frac{4 - 3\sqrt{3}}{2}$$

$$4 + 8 - 6\sqrt{3}$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 2}{x^3 + x^2} \cdot \frac{x+1}{x^2 + 2x - 2}$$

$$\frac{-2x^2 - 2}{-2x^2 - 2x} = \frac{-2x - 2}{-2x - 2}$$

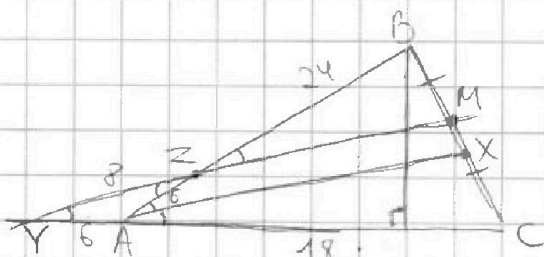
$$\frac{(x+1)(x^2 + 2x - 2)}{x+1}$$

$$4y + 8x = k$$

$$4y = k - 8x + k$$

$$\frac{1}{1} = \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$BZ = 24$$



- | | | |
|---|---|----|
| 1 | ✓ | 3 |
| 2 | X | + |
| 3 | ✓ | 5 |
| 4 | ✓ | 5 |
| 5 | X | 11 |
| 6 | X | 13 |
| 7 | X | |

13/31

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 30 \\ \hline 45 \\ 18 \\ \hline 540 \end{array}$$

