



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть:  $a_5, a_4, a_{11}$  - пятый, седьмой, одиннадцатый члены прогрессии соответственно  
 $d$  - разность арифметической прогрессии

$$a_4 - a_5 = 2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$a_{11} - a_4 = 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$2(a_4 - a_5) - (a_{11} - a_4) = \cancel{2 \cdot (x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18)} = 2 \cdot (x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18)$$

$$- (-x^4 + 8x^3 - 19x^2) = 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 =$$

$$\Rightarrow 3 \cdot (x-2)^2 ((x-2)^2 + 1) = 2d \cdot 2 - 4d = 0 \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Ответ: 2

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ (x-2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases} \text{ лишние корни} \end{cases}$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По св. модулей  $|a|+|b| \geq |a+b| \Rightarrow |4x+4y| \geq$

$$|4x+4y| \leq |4x-3y| + |10x+10y| = |4x-3y| + 10 \cdot |x+y|$$

$$|x+y| \leq |4x-3y| + |3y-4x| = 6 + 8 = 14$$

$$|4x+4y| \leq |4x-3y| + 10 \cdot |x+y| = 6 + 10 \cdot 14 = 146 \Rightarrow$$

$-146 \leq 4x+4y \leq 146 \Rightarrow 4x+4y$  не может быть меньше  $-146$ .

Пример:  $x = -\frac{48}{4}$ ;  $y = -\frac{50}{4}$ , тогда

$$|4x-3y| = 6; |3x-4y| = 8; 4x+4y = -146$$

Ответ:  $-146$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9)$$

$$A=0 \Rightarrow m \neq n$$

$$B = m^2 n^2 - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$\text{Пусть } t = m - n \Rightarrow A = ~~t^2 + 9t~~ t \cdot (t+9), t \neq 1$$

$$(\text{Потому что } 10 \neq 3q^2, 10 \neq 13p^2) \Rightarrow$$

$$1) \text{ Если } A = 3q^2$$

$$a) t = q, t+9 = 3q \Rightarrow t = 4, 5, \text{ но } t \in \mathbb{N}$$

$$b) t = 3, t+9 = 3q^2 \Rightarrow q^2 = 12, \text{ не } \Rightarrow q = \sqrt{12}, \text{ но } q \in \mathbb{N}$$

$$b) ~~t = q^2~~ t = q^2, t+9 = 3 \Rightarrow q^2 = -12, \text{ но } q \in \mathbb{N}$$

$$\text{Противоречие} \Rightarrow A \neq 3q^2$$

$$2) \text{ Если } A = 13p^2$$

$$a) t = p, t+9 = 13p \Rightarrow t = \frac{9}{12}, \text{ но } t \in \mathbb{N}$$

$$b) t = 13, t+9 = p^2 \Rightarrow p = \sqrt{22}, \text{ но } p \in \mathbb{N}$$

$$b) t = p^2, t+9 = 13 \Rightarrow p = 2, t = 4$$

$$B = mn(m-n+3) = m(-t+m)(t+3) =$$

$$= m(m-4) \cdot 4 = 3q^2; B: 4 \Rightarrow 3q^2 : 4 \Rightarrow q = 4 \Rightarrow$$

$$m(m-4) = 21, m \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 4$$

$$m^2 - 4m + 21 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3, \text{ но } m \in \mathbb{N} \\ m = 4 \end{cases}$$

$$m = 4, n = m - t = 3$$

$$\text{Ответ: } (3, 4)$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AK \parallel MZ \Rightarrow \angle SKA = \angle CMZ, \angle KAC = \angle MZC \Rightarrow \triangle SKA$  подобен

$\triangle CMZ \Rightarrow \frac{KC}{MC} = \frac{AC}{ZC}$ ;  $KC = MC + KM, ZC = AC - AZ = 9$

$$\frac{MC + KM}{MC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4MC = 3MC + 3KM.$$

По св. биссектрисы  $\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{CK} = \frac{BM - MK}{MC + MK} = \frac{2MK}{4MK} \Rightarrow$

$$AB = \frac{AC}{2} = 6$$

$\triangle SKA$  подобен  $\triangle CMZ \Rightarrow \frac{AK}{MZ} = \frac{KC}{MC} = \frac{KM + 3KM}{3KM} = \frac{4}{3}$

$AK \parallel MZ \Rightarrow \angle BKA = \angle BMY, \angle BAK = \angle BYM \Rightarrow \triangle BAK$  подобен  $\triangle BYM$

$$\frac{YM}{AK} = \frac{ZM + YM}{AK} = \frac{ZM + 4}{AK} = \frac{BM}{BK} = \frac{3MC}{3MC - MC} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{4 + 2M}{AK}\right) \cdot \left(\frac{AK}{2M}\right) = \frac{4 + 2M}{2M} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2 \Rightarrow 4 + 2M = 2 \cdot 2M \Rightarrow 2M = 4$$

$$\frac{AK}{MZ} = \frac{4}{3} \Rightarrow AK = \frac{4}{3} MZ = \frac{16}{3}$$

По св. биссектрисы  $AK^2 = AB \cdot AC - BK \cdot KC \Rightarrow$

$$\frac{256}{9} = 42 - (BM - KM)(MC + KM) = 42 - 8MK^2 \Rightarrow$$

$$MK = \sqrt{\frac{42 - \frac{256}{9}}{8}} = \sqrt{\frac{81 - 32}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

$$BC = 2MC = 6MK = 6 \cdot \frac{7}{3} = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~$4x^4 + x$~~  В уравнении есть  $\sqrt[4]{x}$ ,  $\sqrt[4]{y} \Rightarrow x \geq 0, y \geq 0$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y \Rightarrow$$

$$4x^4 + 5\sqrt[4]{x} + x = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y, \text{ при } x \geq 0 \text{ при}$$

при  $x \geq 0, y \geq 0$  если  $x > y$ , то  $4x^4 > 4y^4, x > y, 5\sqrt[4]{x} > 5\sqrt[4]{y} \Rightarrow$

$4x^4 + 5\sqrt[4]{x} + x \neq 4y^4 + 5\sqrt[4]{y} + y$ , аналогично при  $x < y \Rightarrow$

$$x = y; \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 =$$

$$2\sqrt{30-x-x^2} = 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} = 0$$

$$-2\sqrt{x+6} \sqrt{5-x} = (\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 - 11$$

Положим  $t = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}$ , тогда

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6} \sqrt{5-x} = t + 5 + t^2 - 11 = (t-2)(t+3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-3 \end{cases} \quad \sqrt{x+6} \geq 0, \sqrt{5-x} \geq -\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} \geq -\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \neq -3 \Rightarrow t=2 \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$$

$\sqrt{x+6}$  - возраст. функ.,  $-\sqrt{5-x}$  - возраст. функция

функ.  $\Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$  имеет не более одного

корня.  $2\sqrt{30-x-x^2} = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = t + 5 = 7 \Rightarrow$

$$30-x-x^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x^2 + x - \frac{41}{4} = 0 \Rightarrow, x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{21.6}}{2}$$

Ответ:  $x = \frac{-1 + \sqrt{21.6}}{2}; y = \frac{-1 + \sqrt{21.6}}{2}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Если при повороте~~  
отметь  $A, B$  - белые точки,  $O$  - центр квадрата.

Если при повороте раскраска перешла сама в себя, то  $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOB$ ,  $OA = OB \Rightarrow$   
и угол поворота  $180^\circ$   
точки противуположны. Выбрать две противуположные точки можно  $\frac{10 \times 10}{2} = 50$  способами

Если точки противоположны, то есть только одна (совпадают при пов. на  $90^\circ$  или  $270^\circ$ )  
одинаковая с ними раскраска. В остальных случаях

есть 3 такие же раскраски. Выбрать противоположные точки можно  $\frac{10 \times 10}{2}$  способами,

а ~~все~~ противоположные  $\frac{100 \times 99}{2} - \frac{10 \times 10}{2} = \frac{100 \times 98}{2}$

Всего разных раскрасок  $\frac{100 \times 98}{4} + \frac{10 \times 10}{2} = 1250$

Ответ: 1250





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
 1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4

~~PQ~~ - рад. ось  $\Gamma$  и  $\omega$   $O_1$  - сер AM,  $O_2$  - сер CL.

PQ - рад. ось окр.  $\Gamma$  и  $\omega \Rightarrow$  PQ перпенд. линии центров  $\Rightarrow$  PQ  $\perp O_1 O_2$ , ~~PQ~~ высота из B перпен. паралл. AC, PQ перпенд. высоте  $\Rightarrow$  PQ  $\perp$  AC  $\Rightarrow$

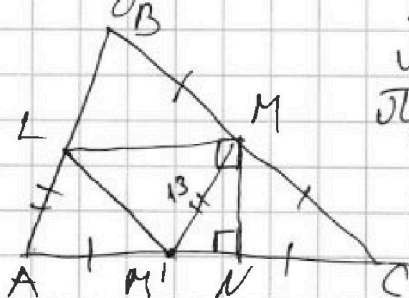
$O_1 O_2 \parallel AC$ .  $O_1$  - сер AM,  $O_2$  - сер CL  $\Rightarrow$  ML  $\parallel$  AC.

Прямая прох. через сер BC и паралл AC - средняя линия  $\Rightarrow$  L - сер. AB.

По свой. биссектрисы  $\frac{AL}{LB} = \frac{AC}{CB} = 1 \Rightarrow AC = CB$

Угол  $\angle ANM$  опирается на дугу AM в  $\Gamma$ .

AM - диаметр  $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$



Пусть  $M'$  - сер AC  $\Rightarrow M'M = AL = \frac{AB}{2} = 13$   
 Пусть  $x = BM \Rightarrow x = MC$ ,  ~~$x = AM' = M'C$~~

По теор. Пифагора для  $\triangle M'MN$  и

$\triangle NMC$

$$MN^2 = M'M^2 - M'N^2 = 13^2 - (AN - AM')^2 = 13^2 - (20 - x)^2$$

$$MN^2 = MC^2 - NC^2 = x^2 - (AC - AN)^2 = x^2 - (2x - 20)^2 \Rightarrow$$

$$13^2 - (20 - x)^2 = x^2 - (2x - 20)^2 \Rightarrow 2x^2 - 40x + 13^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{1600 - 4 \cdot 13^2}}{4}$$

~~$AC + BC = 4x > AB = 20 \Rightarrow x = \frac{40 + \sqrt{1600 - 4 \cdot 13^2}}{4}$~~   
 $2x > AN \Rightarrow$

$$\Rightarrow BC = AC = 2x = 20 + \sqrt{62}$$

Ответ:  $AC = 20 + \sqrt{62}$ ,  $BC = 20 + \sqrt{62}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+3) \Rightarrow m \neq n$$

$$A = 13P^2$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^2} - (4y^4 + y + 5\sqrt{y}) = 0$$

$$k_1 g_1, k_2 g_2$$

$$k_1 > k_2 \Rightarrow g_1 < g_2$$

$x \uparrow \sqrt{x+6}$  растёт

$y \uparrow -\sqrt{5-y}$  растёт

$\sqrt{30-x-y^2}$  уменьшается

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^2}$$

$$24 \rightarrow 9 \rightarrow -3$$

$$13t = 4g$$

$$12t = 9$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$x=1, y=1$   
 $x=4, y=4$

$$49 - 42 + 9 + 68 - 24$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 38$$

$$3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$32 - 64 + 68 - 8 - 12$$

$$16$$

$$30 - 12$$

$$14 - 38$$

$$49 \cdot 3 - 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4$$

$$8x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 =$$

$$= (x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) =$$

$$= (x-2)^2(x^2 - 4x + 3)$$



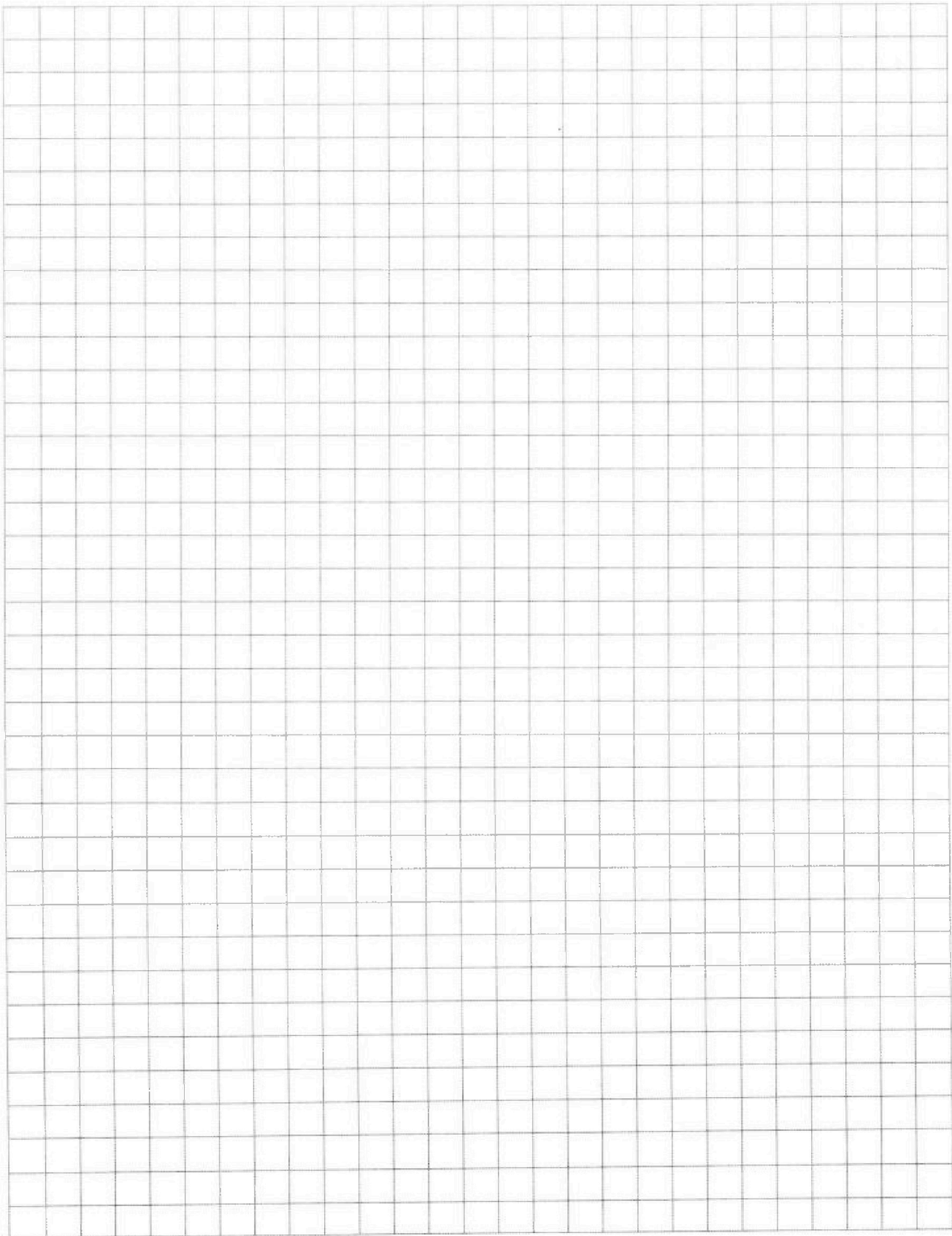


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!







На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

~~$$\sqrt{5-x} + \sqrt{6+x}$$~~

~~$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{30-x-x^2} = 0$$~~

~~$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 = -2\sqrt{30-x-x^2}$$~~

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}) = t \quad \sqrt{x+6} > 0 \Rightarrow \sqrt{5-x} \geq 0$$

$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+3) = 0$$

$t=2 \quad t=-3$

~~$$\sqrt{x+6}$$~~

~~$$x+6 - 2\sqrt{30-x-x^2} + 5 - x = 4$$~~

~~$$\sqrt{30-x-x^2} = \frac{4}{2}$$~~

~~$$30-x-x^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x^2 + x - \frac{49}{4} = 0$$~~

~~$$x^2 + x$$~~

~~$$DZ = \frac{-1 + \sqrt{1+6}}{2}$$~~

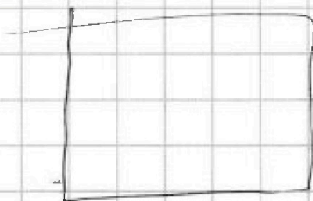
$$129 - 49$$

$$30 \cdot \frac{49}{4}$$

$$D = 1 + 4 \cdot \frac{49}{4}$$

$$D = 42$$

$$\sqrt{42} = \sqrt{2 \cdot 3}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

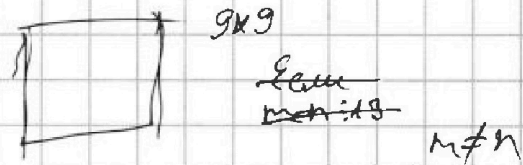
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$256 \div 8 = 32$$

$$\sqrt{\frac{81-32}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$



$$\begin{cases} \sqrt{x+8} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{x} = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases}$$

$$(m-h)(m-h+9) \neq 0 \Rightarrow mn(m-h+3) = 13p^2$$

~~(x-2)^2 = x^2 - 4x~~

$$(x-2)^2 = x^2 - 4x$$

3.4



X - сторона  
наскр. квадрата

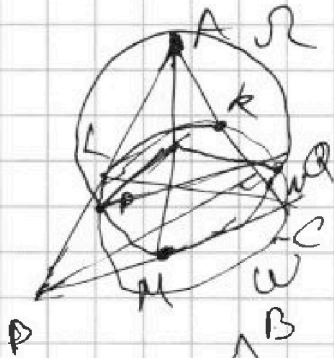
$$\frac{|X \setminus G|}{|G|} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$$

$$3p(3-p+3)$$

$$9p - 3p^2$$

$$(9-3)(9-3+9) = 9^2 - 3^2 = 72$$

$$13p^2$$



PQ ⊥ AC

AB = 26

AN = 20

AM

PQ ⊥ AC

PQ ⊥ AC ⇒ PQ ⊥ AC

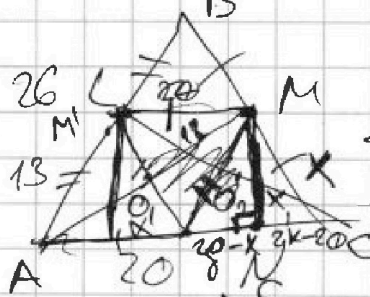
линия центра перпенд. AC

$$13^2 - (20-k)^2 = k^2 - (2k-20)^2 - k^2 = k - 3k^2$$

$$2k^2 - 40k - 13^2 = 0$$

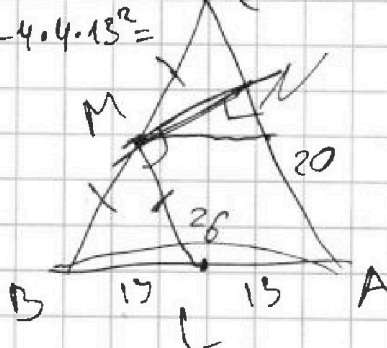
⇒ ML ⊥ AC

AC = BC



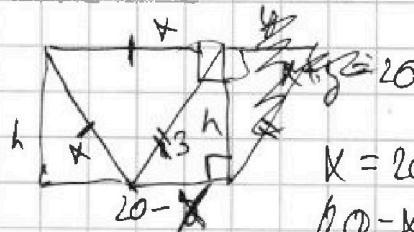
$$D = 1600 - 4 \cdot 4 \cdot 13^2 =$$

$$= 16$$



$$D = 1600 - 4 \cdot 2 \cdot 169 =$$

$$= 8 \cdot 31$$



$$k = 20 - k + \sqrt{k^2 - h^2}$$

$$(20-k)^2 + h^2 = 169$$

$$2k - 20 = \sqrt{k^2 - h^2}$$

$$13k^2 - 80k + 400 + h^2 = 0$$

$$k^2 - 40k + 400 - 169 + h^2 = 0$$

$$2k^2 - 40k + 169 = 0$$

$$k = \frac{40 + \sqrt{831}}{2} = 10 + \frac{\sqrt{831}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$4d = (x^2 - 4x)^2 + 5x^2 = x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 19x^2$$

$$4d = x^4 - 8x^3 + 20x^2 - 12x - 36 = x^4 - 8x^3 + 20x^2$$

$$D = 1600 - 8 \cdot 169 = 1600 - 1352 = 248$$

$$= 8 \cdot 31 = 2 \cdot 31^2$$

$$40 = \frac{2 \cdot 31^2}{4} = 31^2$$

4

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$4d = -8x^3 - x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$2d - 2 = 4d \Rightarrow 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 3(x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12)$$

$$(x-2)^2(x^2-4x-3) = (x-2)^2(x-3-6x^2+5x+6)$$

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$x+y = -\frac{98}{4} = -14$$

$$2 \cdot 48 + 50 = 98$$

$$98 + 50 = 148$$

$$|14x+4y| \leq |4x-3y| + 10|x+y|$$

$$(|a|+|b|) \geq |a+b|$$

$$|14x+4y| \leq 6 + 10 \cdot 14 = 146$$

$$|4x-3y| =$$

$$-48 - 4 + 150 = 98$$

$$\frac{98}{4}$$

$$A = (m-n)^2 + 8(m-n) = (m-n)(m-n+8)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = (m-n)(mn+3)$$

$$BK = BM - KM = 2MC$$

$$KC = CM + KM = 3MC$$

$$\frac{KC}{MC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

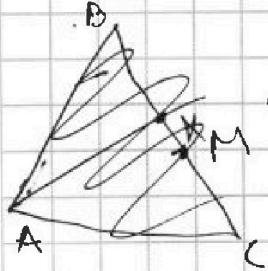
$$3MC + 3KM = 4MC \Rightarrow MC = 3KM$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{KC} = \frac{2}{3}$$

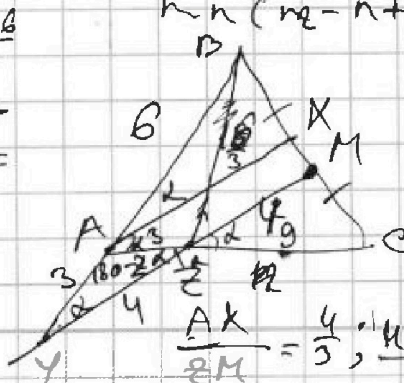
$$AB = \frac{AC}{2} = 6$$

$$\frac{AK}{2M} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4+2M}{2M} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4+2M = \frac{8M}{3} \Rightarrow 12+6M = 8M \Rightarrow 2M = 12 \Rightarrow M = 6$$

$$AK = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$$



$$\frac{100}{3} \cdot 6 = 6 \cdot 20$$



$$\frac{AK}{2M} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{4+2M}{2M} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4+2M = \frac{8M}{3} \Rightarrow 12+6M = 8M \Rightarrow 2M = 12 \Rightarrow M = 6$$

$$AK = \frac{4}{3} \cdot 6 = 8$$