



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен  $6x + 18$ , седьмой член равен  $(x^2 - 4x)^2$ , а одиннадцатый равен  $(-3x^2)$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $14x + 7y$  при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$  и  $B = m^2n - mn^2 + 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $3q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 12$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $9 \times 9$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 26$ ,  $AN = 20$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть:  $a_5, a_4, a_{11}$  - пятый, четвёртый, одиннадцатый члены прогрессии соответственно  
 $d$  - разность арифметической прогрессии

$$a_4 - a_5 = 2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$a_{11} - a_4 = 4d = -3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$2(a_4 - a_5) - (a_{11} - a_4) = \cancel{2(x^2 - 4x)^2} - \cancel{2(x^2 - 4x)} = 2 \cdot (x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18)$$

$$- (-x^4 + 8x^3 - 19x^2) = 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 =$$

$$\cancel{2d} = 3 \cdot (x-2)^2 ((x-2)^2 + 1) = 2d \cdot 2 - 4d = 0 \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x=2$$

Ответ: 2

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ (x-2)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases} \text{ лишние корни}$$

Ответ: 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

По сб. модулей  $|a| + |b| \geq |a+b| \Rightarrow +4k+4y \Rightarrow$   
 $\leq$

$$|14x+4y| \leq |14x-3y| + |10x+10y| = |14x-3y| + 10 \cdot |x+y|$$

$$|x+y| \leq |14x-3y| + |3y-4x| = 6 + 8 = 14$$

$$|14x+4y| \leq |14x-3y| + 10 \cdot |x+y| = 6 + 10 \cdot 14 = 146 \Rightarrow$$

$-146 \leq 14x+4y \leq 146 \Rightarrow 14x+4y$  не может быть меньше  $-146$ .

Пример:  $x = -\frac{48}{4}; y = -\frac{50}{4}$ , тогда

$$|14x-3y| = 6; |3x-4y| = 8; 14x+4y = -146$$

Ответ:  $-146$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)(m-n+9)$$

$$A=0 \Rightarrow m \neq n$$

$$B = m^2 n^2 - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$\text{Пусть } t = m-n \Rightarrow A = t \cdot (t+9), t \neq 1$$

$$(\text{искажено } 10 \neq 3q^2, 10 \neq 18p^2) \Rightarrow$$

$$1) \text{ Если } A = 3q^2$$

$$a) t = q, t+9 = 3q \Rightarrow t = 4, 5, \text{ но } t \in \mathbb{N}$$

$$\delta) t = 3, t+9 = q^2 \Rightarrow q^2 = 12, \text{ но } q \in \mathbb{N}$$

$$b) t = q^2, t+9 = 3 \Rightarrow q^2 = -12, \text{ но } q \in \mathbb{N}$$

$$\text{Противоречие} \Rightarrow A \neq 3q^2$$

$$2) \text{ Если } A = 13p^2$$

$$a) t = p, t+9 = 13p \Rightarrow t = \frac{9}{12}, \text{ но } t \in \mathbb{N}$$

$$\delta) t = 13, t+9 = p^2 \Rightarrow p = \sqrt{22}, \text{ но } p \in \mathbb{N}$$

$$b) t = p^2, t+9 = 13 \Rightarrow p = 2, t = 4$$

$$B = mn(m-n+3) = m(-t+m)(t+3) =$$

$$= m(m-4) \cdot 4 = 3q^2; \text{ Bi: } 4 \Rightarrow 3q^2 : 4 \Rightarrow q = 4 \Rightarrow$$

$$m(m-4) = 21 \text{ (искажено)}, m \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 7$$

$$m^2 - 4m + 21 = 0 \Rightarrow (m-4)(m+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -3, \text{ но } m \in \mathbb{N} \\ m = 4 \end{cases}$$

$$m = 4, n = m-t = 3$$

$$\text{Ответ: } (3, 4)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$AK \parallel MZ \Rightarrow \angle CKA = \angle CMZ, \angle KAC = \angle MZC \Rightarrow \triangle CKA \text{ подобен}$

$$\triangle CMZ \Rightarrow \frac{KC}{MC} = \frac{AC}{2C} \text{ } *; KC = MC + KM, 2C = AC - AZ = 9$$

$$\frac{MC+KM}{MC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow KM = \underline{3MC + 3KM}.$$

По cb. биссектрисы  $\frac{AB}{AC} = \frac{BK}{CK} = \frac{BM-MK}{MC+MK} = \frac{2MK}{4MK} \Rightarrow$

$$AB = \frac{AC}{2} = 6$$

$$\triangle CKA \text{ подобен } \triangle CMZ \Rightarrow \frac{AK}{MZ} = \frac{KC}{MC} = \frac{KM+3KM}{3KM} = \frac{4}{3}$$

$AK \parallel MZ \Rightarrow \angle BKA = \angle BMY; \angle BAK = \angle BYM \Rightarrow \triangle BAX \text{ подобен } \triangle BYM$

$$\frac{YM}{AK} = \frac{2M+YM}{AK} = \frac{2M+4}{AK} = \frac{BM}{BK} = \frac{3MC}{3MC-MC} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{4+2M}{AK}\right) \cdot \left(\frac{AK}{2M}\right) = \frac{4+2M}{2M} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} = 2 \Rightarrow 4+2M=22M \Rightarrow M=\frac{4}{11}$$

$$\frac{AK}{MZ} = \frac{4}{3} \Rightarrow AK = \frac{4}{3} MZ = \frac{16}{3}$$

По cb. биссектрисы  $AK^2 = AB \cdot AC - BK \cdot KC \Rightarrow$

$$\frac{256}{9} = 42 - (BM - KM)(\cancel{BZ} MC + KM) = 42 - 8MX^2 \Rightarrow$$

$$MX = \sqrt{\frac{42 - \frac{256}{9}}{8}} = \sqrt{\frac{81-32}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$

$$BC = 2MC = 6MX = 6 \cdot \frac{7}{3} = 14$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

УЗАДАНИЕ В уравнении есть  $\sqrt[4]{x^4}$ ,  $\sqrt[4]{y^4} \Rightarrow x \geq 0, y \geq 0$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y^4} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x^4} + y \Rightarrow$$

$4x^4 + 5\sqrt[4]{x^4} + x = 4y^4 + 5\sqrt[4]{y^4} + y$ ; при  $x \geq 0$  при

при  $x \geq 0, y \geq 0$  если  $x > y$ , то  $4x^4 > 4y^4$ ,  $x > y$ ,  $5\sqrt[4]{x^4} > 5\sqrt[4]{y^4} \Rightarrow$

$4x^4 + 5\sqrt[4]{x^4} + x \neq 4y^4 + 5\sqrt[4]{y^4} + y$ , аналогично при  $x < y \Rightarrow$

$$x = y; \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 =$$

$$2\sqrt{30-x-y^2} = 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6} \cdot \sqrt{5-x} = 0$$

$$-2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} = (\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 - 11$$

Пусть  $t = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}$ , тогда

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 - 2\sqrt{x+6}\sqrt{5-x} = t + 5 + t^2 - 11 = (t-2)(t+3) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=-3 \end{cases} \quad \sqrt{x+6} \geq 0, -\sqrt{5-x} \geq -\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} \geq -\sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t \neq -3 \Rightarrow t=2 \Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$$

$\sqrt{x+6}$  - возраст. функ.,  $-\sqrt{5-x}$  - возрастает

функция  $\Rightarrow \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2$  имеет не более одного

$$\text{корня. } 2\sqrt{30-x-y^2} = \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = t+5 = 4 \Rightarrow$$

$$30-x-y^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{41}{4} = 0 \Rightarrow, x \geq 0 \Rightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{27} \cdot 8}{2}$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{-1 + \sqrt{27} \cdot 8}{2}; y = \frac{-1 + \sqrt{27} \cdot 6}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Если при повороте  
стрем A, B - дальние точки, O - центр извёр-  
нута.

Если при повороте раскраска перешла синя  
в синя, то  $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOB$ ,  $OA = OB \Rightarrow$   
и угол поворота  $180^\circ$   
точки противоположны. Выбрать две про-  
тивоположные точки можно  $\frac{10 \times 10}{2} = 50$  способами.  
Если точки противоположны, то есть только одна  
(согласован. при пов. на  $90^\circ$  или  $180^\circ$ )

Однаковая с ними раскраска. В остальных случа-  
иях есть 3 такие же раскраски. Выбрать

противоположные точки можно  $\frac{10 \times 10}{2}$  способами,  
а ~~такие~~ противоположные  $\frac{100 \times 99}{2} - \frac{10 \times 10}{2} = \frac{100 \times 98}{2}$

Всего разных раскрасок  $\frac{100 \times 98}{2} + \frac{10 \times 10}{2} = 1250$

Ответ: 1250

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N4

PQ - раб. ось  $\tilde{\Delta}LMN$  &  $O_1$  - сер AM,  $O_2$  - сер CL.

PQ - раб. ось окр. L и W  $\Rightarrow$  PQ перпендиц. линии

членуров  $\Rightarrow$  PQ  $\perp O_1O_2$ , ~~PQ~~ высота из B перпен.

наружн. AC, PQ ~~перпендиц.~~ высоте  $\Rightarrow$  ~~PQ || AC~~  $PQ \perp AC \Rightarrow$

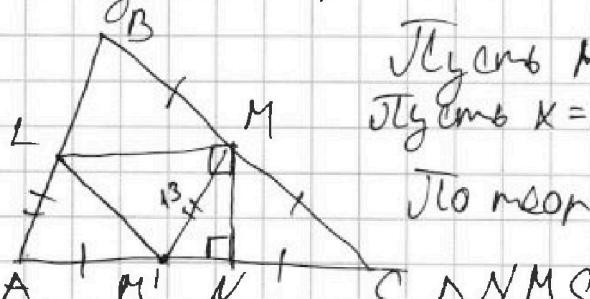
$O_1O_2 || AC$ .  $O_1$ -сер AM,  $O_2$ -сер CL  $\Rightarrow$  ML || AC.

Прямая прох. через сер. BC и паралл. AC - средняя линия  $\Rightarrow$  L - сер. AB.

По свой. биссектрисы  $\frac{AL}{LB} = \frac{AC}{CB} = 1 \Rightarrow AC = CB$

Что за ANM опирается на фигуру AM и  $\tilde{\Delta}L$ .

AM - гипотенз  $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$



$\tilde{\Delta}LMN$  M' - сер AC  $\Rightarrow M'M = AL = \frac{AB}{2} = 13$   
 $\tilde{\Delta}LMN$  K = BM  $\Rightarrow K = MC$ , ~~K~~  $= AM' = M'C$

По мон. Тригонометрическая для  $\triangle M'NK$  и

$$MN^2 = M'M^2 - M'N^2 = 13^2 - (AN - AM')^2 = 13^2 - (20 - x)^2$$

$$MN^2 = MC^2 - NC^2 = x^2 - (AC - AN)^2 = x^2 - (2x - 20)^2 \Rightarrow$$

$$13^2 - (20 - x)^2 = x^2 - (2x - 20)^2 \Rightarrow 2x^2 - 40x + 13^2 = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{40 \pm \sqrt{62}}{4} \quad \cancel{A + B = 4K} \Rightarrow AB = 20 \Rightarrow x = \frac{40 + \sqrt{62}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = AC = 2x = 20 + \sqrt{62}$$

$$\text{Отв.}: AC = 20 + \sqrt{62}, BC = 20 + \sqrt{62}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+3) \Rightarrow m \neq n$$

$$\text{1)} B = 13P^2$$

$$\frac{m-n}{n} \rightarrow -t-m$$

$$13P \sqrt{5x+8} - \sqrt{5y^4 + 5} = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^4} - (4y^4 + y + 5\sqrt{y^4}) = 0$$

$$x_1 > x_2 \Rightarrow$$

$$y_1 < y_2$$

$$x \uparrow \sqrt{x+8} \text{ настейн}$$

$$y \uparrow -\sqrt{5y^2} \text{ настейн}$$

$$\sqrt{30-x-y^2} \text{ уменьшает } \sqrt{x}$$
~~$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^4}$$~~

$$24 \rightarrow 9 \rightarrow -3$$

$$x^4 + x + 5\sqrt{x^4}$$

~~$$4x^4 + x + 5\sqrt{x^4}$$~~

$$\sqrt{x+8} - \sqrt{5-y^4} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$x=1 \quad y=1 \quad -1$$

$$x=2 \quad y=4 \quad -16$$

$$18t = t+3$$

$$12t = 9$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 30$$

$$x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 4x - 12$$

$$3x^4 - 6x^3 + 8x^2 - 8 - 12$$

$$16 \quad 68$$

$$80 \quad 52$$

$$-74 \quad -88$$

$$49 - 42 + 9 + 68 - 24$$

$$49 - 42 + 9 + 68 - 24 = 52 = 18 \cdot 4$$

$$49 \cdot 3 - 8 \cdot 4 + 8 \cdot 4$$

$$8x^4 - 6x^3 + 14x^2 - 4x - 12 =$$

$$= (x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) =$$

$$= (x-2)^2(x^2 - 4x + 3)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

||

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = \sqrt{(x+6) + (5-x)}^2 - 1$$

||

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x})^2 = -2\sqrt{30-x-x^2} \cancel{\neq 0}$$

$$(\sqrt{x+6} - \sqrt{5-x}) = t \quad \sqrt{x+6} > 0 \Rightarrow \sqrt{5-x} \geq 3$$

$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+3) = 0$$

$$t=2 \quad t=-3$$

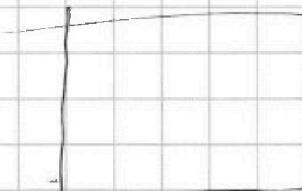
~~$$\sqrt{x+6}$$~~

$$x+6 - 2\sqrt{30-x-x^2} + 8 = x = 4 \quad \frac{120}{4} - \frac{49}{4}$$
~~$$\sqrt{30-x-x^2} = \frac{1}{2}$$~~

$$30-x-x^2 = \frac{49}{4} \Rightarrow x^2 + x + \frac{49}{4} = 0 \quad D = 1 + 4 \cdot \frac{49}{4}$$

$$x^2 + x + \frac{49}{4} = 0 \quad D = 49 \quad \sqrt{49} = \sqrt{2 \cdot 8}$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{2 \cdot 8}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



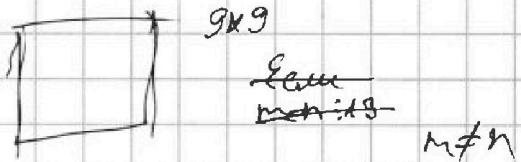
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

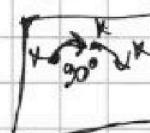
$$256 + 8 = 32$$

$$\frac{81 - 32}{9} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{7}{3}$$



$$\begin{cases} \sqrt{m+n} - \sqrt{5-y+5} = 2\sqrt{30-k-y^2} \\ 4x^4 + x + 5\sqrt{k} = 4y^4 + 5\sqrt{y} + y \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} (m-n)(m-n+g) &\neq 0 \Rightarrow \\ mn(m-n+3) &= 13p^2 \\ p^2(3) & \\ 3p+3 & \end{aligned}$$

(~~2x2~~)

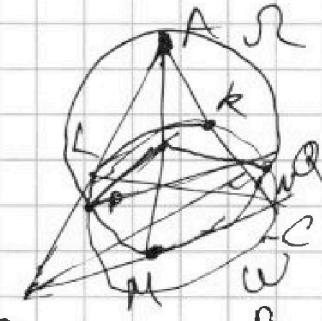


X-шаг  
последний  
шаг

$$|X \setminus G| = \sum_{x \in X} x \quad m = 3q(9-q+3)$$

$$(G) \quad (q-3)(9-3+q) = q^2 - 3q + 18$$

3.4



PQ ⊥ AC

$$AB = 26$$

$$AN = 20$$

$$13p^2 \quad PQ \perp AC$$

AM

PQ ⊥ AC  $\Rightarrow$  Падаю на AC

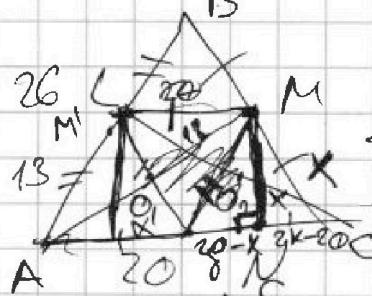
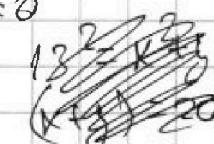
линия центра параллельна AC

$$13^2 - (20-x)^2 = k^2 - (2k-20)^2 \quad -x^2 = x - 3k^2$$

$$2x^2 - 40x - 13^2 = 0$$

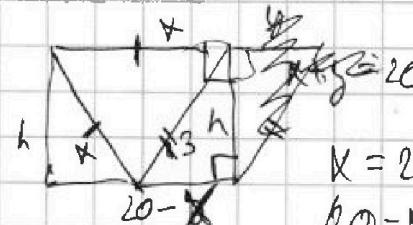
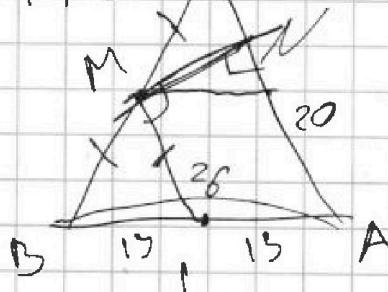
$$\rightarrow MC \parallel AC$$

$$AC = BC$$



$$D = 1600 - 4 \cdot 4 \cdot 13^2 =$$

$$= 16$$



$$K = 20 - x + \sqrt{x^2 - h^2}$$

$$(20-x)^2 + h^2 = 169$$

$$2x - 20 = \sqrt{x^2 - h^2}$$

$$13k^2 - 80k + 400 + h^2 = 0$$

$$k^2 - 40k + 400 - 169 + h^2 = 0$$

$$2x^2 - 40x + 169 = 0$$

$$D = 1600 - 4 \cdot 2 \cdot 169 =$$

$$= 8 \cdot 31$$

$$x = \frac{40 + \sqrt{8 \cdot 31}}{4} = \frac{10 + \sqrt{31}}{\sqrt{2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + \cancel{16x^2}^{x^2} - 6x - 18$$

$$4d = (x^2 - 4x)^2 + 3x^2 = x^4 - 8x^3 + \cancel{16x^2}^{20x^2} + 19x^2$$

$$4d = 8x^4 - 16x^3 + 39x^2 - 12x - 36 = x^4 - 8x^3 + 20x^2$$

$$D = 1600 - x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 12x - 18 = 0$$

$$-8 \cdot 169 = \cancel{6488}$$

$$= 8 \cdot \frac{31}{2} - 16 + 14 - 12 - 16$$

$$40 = \cancel{888} - 16 - 64 + 48 - 24 - 18 = 0$$

$$4$$

$$2d = (x^2 - 4x)^2 - 6x - 18 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$4d = -3x^2 - x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$2d - 4d = 3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 \quad \cancel{30} \quad \cancel{16}, -12$$

$$3(x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 4x - 12)$$

$$(x-2)^2 (x^2 - 4x - 3) = (x-2)^2 ((x-3)(x+1))$$

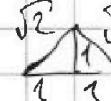
$$\frac{192}{42}$$

$$\frac{42}{4}$$

$$\frac{100 \cdot 99}{9}$$

$$-42$$

$$\frac{32}{19} \quad \frac{18}{54}$$



$$40 = \cancel{888}$$

$$m$$

$$\cancel{24}, 9, -3$$

$$2$$

$$\cancel{30}, 16, -12$$

$$\cancel{16}, 26$$

$$4k - 3y = -6$$

$$3k - 4y = -8$$

$$x + y = -14$$

$$\begin{cases} |4k - 3y| \leq 6 \\ |3k - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} |14k + 4y| \leq |14k - 3y| + 10|x + y| \\ |a| + |b| \geq |a + b| \end{cases}$$

$$4k = -14 \quad \cancel{6 - 14} \cdot 3$$

$$x = -\frac{48}{4}$$

$$y = -\frac{50}{4}$$

$$x + y = -14$$

$$|14k + 4y| \leq 6 + 10 \cdot 14 = 146$$

$$14k - 3y =$$

$$2 - 48 + 50$$

$$\frac{16}{48}$$

$$98 + 50$$

$$\frac{96}{64}$$

$$-48 \cdot 4 + 150$$

$$A = \cancel{(m-n)^2} + 3(m-n) = (m-n)(m-n+3)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = (m-n)(mn)$$

$$KC = BM - KM = 2MC$$

$$XC = CM + KM = 4MC$$

$$\frac{KC}{MC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$3MC + 3KM = 4MC \quad MC$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{-BK}{KC} = \frac{25}{25}$$

$$AB = \frac{AC}{2} = 6$$

$$\frac{4+2M}{2M} = ? \quad \frac{4+2M}{2M} = 6$$

$$2M = 6$$

$$M = 3$$

$$KC = 2M = 6$$

$$KC = 6$$