



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 6

- [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$
- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть (a_n) - данная арифметическая прогрессия, а d - её разность.

$$\text{тогда } a_1 = a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = a_1 + 7d = -6x^2$$

$$a_8 - a_2 = 6d = 3 \cdot 2d = 3(a_4 - a_2)$$

$$-6x^2 - 12(1-x) = 3(x^2 + 4x)^2 - 3 \cdot 12(1-x)$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2 \cdot 12(1-x) + 6x^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

По квадрату Горнера найдем, что $-d$ является корнем данной кратности:

	1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4	0
-2	1	64	-2	0	

$$(x+d)^2(x^2 + 4x - d) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x^2 + 4x - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -2 - \sqrt{d} \\ x = -2 + \sqrt{d} \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 2 = 6$$

Все три найденные значения x подходят.

Ответ: $x = -d$, или $x = -2 - \sqrt{d}$, или $x = -2 + \sqrt{d}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \quad (1) \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \quad (2) \end{cases}$$

1. Домножим (1) на (-2) и (2) на 3; сложим получившиеся неравенства:

$$\begin{cases} -12 \leq 6y - 4x \leq 12 \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -24 &\leq 5x \leq 24 \quad | : 2 \\ -48 &\leq 10x \leq 48 \quad (3) \end{aligned}$$

2. Домножим (1) на (-3) и (2) на 2; сложим получившиеся неравенства:

$$\begin{cases} -18 \leq 9y - 6x \leq 18 \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8 \\ -26 \leq 5y \leq 26 \quad (4) \end{cases}$$

Сложив (3) и (4) получим, что $-44 \leq 10x + 5y \leq 74 \Rightarrow$ наименьшее значение $10x + 5y$ равно -74 .

Покажем, что это достигается при $x = -\frac{48}{10}$ и $y = -\frac{52}{10}$.

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

$$|2x - 3y| = \left| -\frac{48 \cdot 2}{10} + \frac{3 \cdot 52}{10} \right| = \frac{60}{10} = 6 \leq 6$$

$$|3x - 2y| = \left| -\frac{48 \cdot 3}{10} + \frac{2 \cdot 52}{10} \right| = \frac{40}{10} = 4 \leq 4$$

Ответ: наименьшее значение $10x + 5y$ равно -74 ;

оно достигается при $x = -\frac{48}{10}$ и $y = -\frac{52}{10}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Обозначим $x = m - 2n$, тогда $A = xe(xe + 13)$, $B = mn \cdot (x - 2)$

I случай: $A = 14p^2$, $B = 15q^2$.

$$A = xe(xe + 13)$$

Все возможные представления A в виде произв. двух множителей:

$$1 \cdot 14p^2; p \cdot 14p; p^2 \cdot 14.$$

1) $1 \cdot 14p^2$

2) $p \cdot 14p$

3) $p^2 \cdot 14$

4) $14 \cdot p^2$

$$\begin{cases} xe = 1 \\ xe + 13 = 14 = 14p^2 \end{cases} \emptyset$$

$$\begin{cases} x = p \\ x + 13 = p + 13 = 14p \end{cases} \emptyset$$

$$\begin{cases} x = p \\ 16p = 13 \end{cases} \text{ (н.к. } p \in \mathbb{N})$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ xe + 13 = 30 = p^2 \end{cases} \emptyset$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ 26 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ x + 13 = p^2 + 13 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x = 4 \end{cases}$$

В этом случае возможен 1 вариант: $x = 4$, $p = 2$:

$$B = 15q^2 = mn(x - 2) = 2mn = 15q^2 \Rightarrow q = 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2n^2 + 4n - 30 = 0 \\ m = 2n + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} (n+5)(n-3) = 0 \\ m = 2n + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} n = -5 - \text{не подх., т.к. } n \in \mathbb{N} \\ n = 3 \\ m = 2n + 4 \end{cases}$$

При $m = 10$, $n = 3$: $A = 4 \cdot 14 = 14 \cdot 2^2$; $B = 3 \cdot 10 \cdot 2 = 15 \cdot 2^2$

II случай: $A = 15q^2$, $B = 14p^2 = 14 \cdot p \cdot p = m \cdot n \cdot (x - 2)$

Д.к. B имеет в своем разложении на простые множители, то m , n , $(x - 2)$ должны быть равны 14, p , p

$$x - 2 = m - 2n - 2$$

1) $m = n = p$, $m - 2n - 2 = 17$

$$m - 2n - 2 = p - 2p - 2 = -p - 2 = 17$$

$$p = -19 \text{ не подх., н.к. м.р.}$$

$$m = n = -19, \text{ но } m, n \in \mathbb{N}$$

2) $m = m - 2n - 2 = p$, $n = 17$

$$m - 2n - 2 = p - 34 - 2 = m = p$$

$$-36 = 0 \emptyset$$

3) $n = p$

$$m - 2n - 2 = p$$

$$m = 17$$

$$m - 2n - 2 = 17 - 2p - 2 = p$$

$$3p = 15 \Leftrightarrow p = 5$$

В этом случае возможен только 1 вариант: $m = 17$, $n = 5$. Проверки, подходит ли он: $B = 14 \cdot 5^2$; $A = (m - 2n)(m - 2n + 13) = (17 - 10)(17 - 10 + 13) = 7 \cdot 20 \neq 15q^2$

Значит, $m = 14$, $n = 5$ не подходит.

Ответ: $\{(10, 3)\}$.

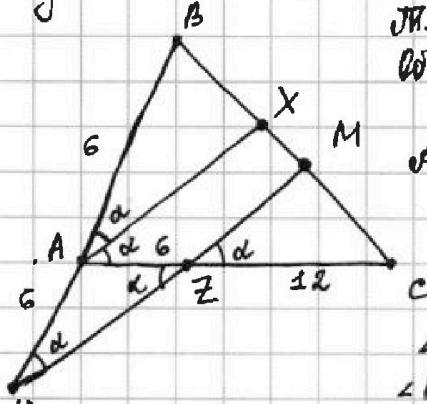


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



Из к. AX - биссектриса $\triangle ABC$, то $\angle BAX = \angle CAZ$.
Рассмотрим $\angle BAX = \alpha$.

$AX \parallel MY \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM = \alpha$ как соотв. при $AX \parallel MY$ и секущей BY
 $\angle CAZ = \angle AZY = \alpha$ как находим штанги при $AX \parallel MY$ и секущей AZ

$$\angle BYM = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ - \text{прт}, \quad AY = AZ = 6$$

$$\angle MZC = \angle AZY = \alpha \text{ как вертикальные}$$

$$\angle ZC = AC - AZ = 12; \quad BM = MC \text{ (н.к. } M \text{- сер. } BC\text{)}$$

$$\triangle CZM \sim \triangle CAZ \text{ по 2 угла} \Rightarrow \frac{MC}{CA} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

По теореме оценки для $\triangle BYM$ и прямой AC : $\frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = 1$
 $AB = AY = 6$

$$\begin{aligned} BX = XM &\Rightarrow AX - \text{средняя линия } \triangle MBY \text{ по призн.} \Rightarrow AX = \frac{1}{2} MY \text{ и} \\ AX \parallel MY &\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{2x}{4x} = 1 \Rightarrow ZM = 4$$

По теореме косинусов для $\triangle AYZ$:

$$\begin{aligned} AZ^2 &= AY^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cdot \cos \alpha \\ 6^2 &= 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

По теореме косинусов для $\triangle ZMC$:

$$\begin{aligned} MC^2 &= ZM^2 + ZC^2 - 2ZM \cdot ZC \cdot \cos \alpha = 16 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 12^2 - 4 \cdot 12 = 8 \cdot 12 \\ \text{значит, } MC &= \sqrt{8 \cdot 12} = 4\sqrt{6} \\ BM &= MC = 4\sqrt{6} \\ BC &= BM + MC = 8\sqrt{6} \end{aligned}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{2x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-2x-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

(2) : $2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$ Заметим, что по ограничениям $x \geq 0$ и $y \geq 0$.
Поступим если $x > y$ (или $y > x$), то $\begin{cases} 2x^5 > 2y^5 & (2x^5 < 2y^5) \\ 4x^2 > 4y^2 & (4x^2 < 4y^2) \\ \sqrt[4]{3x} > \sqrt[4]{3y} & (\sqrt[4]{3x} < \sqrt[4]{3y}) \end{cases}$, а

значит, левая (правая) часть ур-я будет больше правой (левой) и ур-е не будет иметь решений. Получаем, что ур-е (2) имеет решения: $x = y$ ~~имеются~~ при $x \geq 0$.
Подставим $x = y$ в (1):

$$\begin{aligned} \sqrt{2x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{12-2x-x^2} \\ \sqrt{2x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{(2x+4)(3-x)} \\ \sqrt{2x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{2x+4} \cdot \sqrt{3-x} \end{aligned}$$

Пусть $a = \sqrt{2x+4}$, $b = \sqrt{3-x}$, тогда $a^2 = 2x+4$ и $b^2 = 3-x$

$$\begin{cases} a-b+5 = 2ab \\ a^2+b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(1-2b) = b-5 \\ a^2+b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{b-5}{1-2b} \\ \frac{(b-5)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 4 \end{cases} \quad (3)$$

Делаем подстановку

$$(3) \frac{b^2 - 10b + 25 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 4 + 28b - 28b^2}{1-4b+4b^2} = 0$$

$$\frac{4b^4 - 4b^3 - 26b^2 + 18b + 18}{(1-2b)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^4 - 2b^3 - 13b^2 + 9b + 9 = 0 \\ b \neq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4)$$

$$(4) 2b^2 /$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

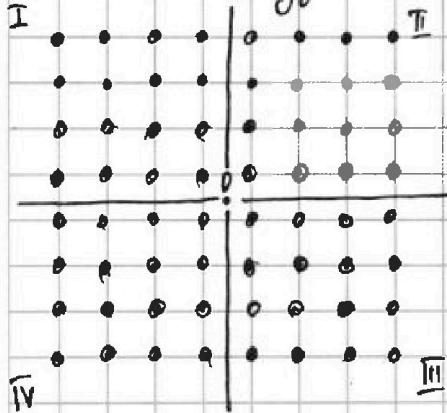
СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Опишем центр квадрата т. 0 и разобьем все узлы сетки на 4 части по 16 узлов в каждой:



Чтобы не считывать одинаковые раскраски дважды, можно ^{только} учесть варианты:

- 1) 2 белые точки в одной четверти;
- 2) 2 белые точки в соседних по стороне четв.;
- 3) 2 белые точки в I и II / II и IV.

В 3 варианте мы ~~же~~ получаем одинаковые раскраски дважды, если белые точки симметричны относительно т. 0.

1) Выбрать 2 точки в одной четверти можно $C_{16}^2 = 16 \cdot 15 : 2 = 8 \cdot 15$ способами

2) Выбрать 2 белые точки в соседних по стороне четвертях можно $16 \cdot 16$ способами

3) Выбрать 2 белые точки в I и II / II и IV четвертях можно $16 \cdot 16$ способами, из них в $C_{16}^1 = 16$ вариантах белые точки будут симметричны относительно точки 0 (16 способов отметить одну белую точку, а другую белую точку выбрать ей симметричную относительно точки 0).

Итого получаем $8 \cdot 15 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 - 16 = 8(15 + 64 - 2) = 8 \cdot 77 = 616$ способов.

Ответ: 616 способов.



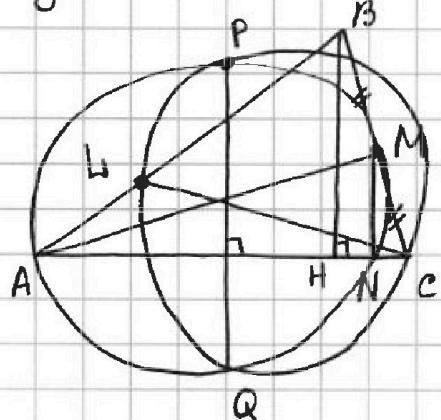
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



Проведена высота ВН ΔABC .

- $\angle ANM$ - внеш., опир. на диаметр $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ \Rightarrow MN \parallel BH \parallel PQ$

$MN \parallel BH ? \Rightarrow MN$ - ср. линия $\Delta BNC \Rightarrow BN = NC$ $\Rightarrow MN = \frac{1}{2}BN$ и $HN = NC$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = a_1 + d = 18 - 12x = 12(1-x)$$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$a_8 = a_1 + 7d = (-6x^2)$$

$$2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$$

$$6d = -6x^2 + 12x - 12 = -6(x^2 - 2x + 2)$$

\Rightarrow

$$0 \leq \sqrt{3-y} \leq \sqrt{3}$$

$$2-\sqrt{3}+5$$

$$\leq 2+\sqrt{12} =$$

$$= 4\sqrt{3}$$

$$5\sqrt{8} > 7$$

$$6$$

$$y$$

$$\leq 2+2\sqrt{3}$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30$$

$$30</$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = x(x+13) = 15q^2$$

$$x = m - 2n$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

$$1) x = -2 : 12 - 3$$

$$17 \cdot p \cdot p \quad \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$B = mn(x-2) = 17p^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

$$m = n = p$$

$$m - 2n = 17 \quad \cancel{\text{X}}$$

$$m - 2n - 2 = 17$$

∅

$$|2x + 3y| \leq 6$$

$$-6 \leq 2x + 3y$$

$$\begin{matrix} 4 \cdot 4 \cdot 4 \\ 16 \cdot 3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 4 \cdot 3 \\ 3 \end{matrix}$$

$$\boxed{p = 5}$$

$$\begin{matrix} m = 17 \\ n = 5 \end{matrix}$$

$$x = 5$$

$$5 \cdot 18 = 5 \cdot 3 \cdot 6 \quad \cancel{\text{X}}$$

$$a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$$

$$a_1 + 3d = (2x^2 + 4x)^2 = 2x^2(2x + 4)^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$3(2x^2(2x + 4)^2) - 3 \cdot 12(1-x) = -6x^2 - 12(1-x)$$

$$3(x^2 \cdot (x+4)^2) + 6x^2 = 2 \cdot 12(1-x)$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x^2 = 8(1-x)$$

$$x^2 + 8x + 16 + 6x - 6 =$$

$$= x^2 + 14x + 10$$

$$x = -2 - \sqrt{6}$$

$$\frac{D}{4} = X$$

$$x = -2 + \sqrt{6}$$

$$x = -2$$

$$x^8 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$-8 + 6 \cdot 4 - 6 \cdot 2 - 4$$

$$\frac{2x^2(x+4)^2 - 12 \cdot 12(1-x)}{3x^2(x+4)^2} = -6x^2 - x^4(x+4)^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 - 8 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 8 & 18 & 8 \\ -2 & 1 & 6 & 6 & -4 \\ \hline & 1 & 4 & 2 & 0 \end{array}$$

$$AY = AZ = 6$$

$$\cancel{\text{XXX}}$$

$$\frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = 1 \quad x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$(x+6)$$

$$6^2 = 6 \cdot 18 - 3x^2$$

$$6 \cdot 6 + 3x^2 = 6 \cdot 6 \cdot 3$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$3x^2 = 6 \cdot 6 \cdot 2$$

$$2 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = 6^2$$

$$x^2 = 2 \cdot 6 \cdot 2$$

$$= 2 \cdot 6^2 - 8 \cdot 6 =$$

$$= 6(2 \cdot 6 - 8)$$

$$\cos \alpha = \frac{6}{8}$$

$$4x = \boxed{8\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = \alpha \sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

