



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12-12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1

Пусть (a_n) - арифметическая прогрессия, а d - её разность.

Тогда $a_2 = a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = a_1 + 7d = -6x^2$$

$$a_8 - a_2 = 6d = 3 \cdot 2d = 3(a_4 - a_2)$$

$$-6x^2 - 12(1-x) = 3(x^2 + 4x)^2 - 3 \cdot 12(1-x)$$

$$3(x^2 + 4x)^2 - 2 \cdot 12(1-x) + 6x^2 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 + 2x^2 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

По схеме Горнера найдем, что -2 является корнем двой кратности:

	1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4	0
-2	1	4	-2	0	

$$(x+2)^2(x^2+4x-2) = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -2 - \sqrt{6} \\ x = -2 + \sqrt{6} \end{cases}$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 2 = 6$$

Все найденные значения x подходят.

Ответ: $x = -2$, или $x = -2 - \sqrt{6}$, или $x = -2 + \sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (1) \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

1. Умножим (1) на (-2) и (2) на 3; сложим получившиеся неравенства:

$$\begin{cases} -12 \leq 6y - 4x \leq 12 \\ -12 \leq 9x - 6y \leq 12 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -24 &\leq 5x \leq 24 \quad | :2 \\ -48 &\leq 10x \leq 48 \quad (3) \end{aligned}$$

2. Умножим (1) на (-3) и (2) на 2; сложим получившиеся неравенства:

$$\begin{cases} -18 \leq 9y - 6x \leq 18 \\ -8 \leq 6x - 4y \leq 8 \end{cases}$$
$$-26 \leq 5y \leq 26 \quad (4)$$

Сложив (3) и (4) получим, что $-48 \leq 10x + 5y \leq 74 \Rightarrow$ наименьшее значение $10x + 5y$ равно -48 .

Покажем, что оно достигается при $x = -\frac{48}{10}$ и $y = -\frac{52}{10}$.

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

$$|2x - 3y| = \left| -\frac{48 \cdot 2}{10} + \frac{3 \cdot 52}{10} \right| = \frac{60}{10} = 6 \leq 6$$

$$|3x - 2y| = \left| -\frac{48 \cdot 3}{10} + \frac{2 \cdot 52}{10} \right| = \frac{40}{10} = 4 \leq 4$$

Ответ: наименьшее значение $10x + 5y$ равно -48 ;
оно достигается при $x = -\frac{48}{10}$ и $y = -\frac{52}{10}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Возначим $x = m - 2n$, тогда $A = x(x + 13)$, $B = mn \cdot (x - 2)$

I случай: $A = 14p^2$, $B = 15q^2$.

$$A = x(x + 13)$$

Все возможные представления A в виде произв. двух множителей:

$$1. 14p^2; p \cdot 17p; p^2 \cdot 17.$$

$$1) 14p^2$$

$$2) p \cdot 17p$$

$$3) p^2 \cdot 17$$

$$4) 14 \cdot p^2$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x + 13 = 14 = 14p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = p \\ x + 13 = p + 13 = 17p \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ x + 13 = 30 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = p^2 \\ x + 13 = p^2 + 13 = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x + 13 = 14 = 14p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = p \\ x + 13 = p + 13 = 17p \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 17 \\ x + 13 = 30 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = p^2 \\ x + 13 = p^2 + 13 = 17 \end{cases}$$

$$16p = 13$$

$$(m.k. p \in \mathbb{N})$$

$$x = 4$$

В этом случае возможен 1 вариант: $x = 4, p = 2$:

$$B = 15q^2 = mn(x - 2) = 2mn = 15q^2 \Rightarrow q = 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m^2 + 4n - 30 = 0 \\ m = 2n + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (n + 5)(n - 3) = 0 \\ m = 2n + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n = -5 - \text{не подх., т.к. } n \in \mathbb{N} \\ n = 3 \\ m = 2n + 4 \end{cases}$$

$$\text{При } m = 10, n = 3: A = 4 \cdot 14 = 14 \cdot 2^2; B = 3 \cdot 10 \cdot 2 = 15 \cdot 2^2$$

II случай: $A = 15q^2$, $B = 14p^2 = 14 \cdot p \cdot p = m \cdot n \cdot (x - 2)$

И.к. B имеет в своем разложении на простые только 3 простые множителя, то $m, n, (x - 2)$ должны быть равны $14, p, p$

$$x - 2 = m - 2n - 2$$

$$1) m = n = p, m - 2n - 2 = 17$$

$$2) m = m - 2n - 2 = p, n = 17$$

$$3) n = p$$

$$m - 2n - 2 = p - 2p - 2 = -p - 2 = 17$$

$$m - 2n - 2 = p - 34 - 2 = m = p$$

$$m - 2n - 2 = p$$

$$p = -19 \text{ не подх., т.к. тогда}$$

$$-36 = 0 \emptyset$$

$$m = 17$$

$$m = n = -19, \text{ но } m, n \in \mathbb{N}$$

$$m - 2n - 2 = 17 - 2p - 2 = p$$

$$3p = 15 \Leftrightarrow p = 5$$

В этом случае возможен только 1 вариант: $m = 17, n = 5$. Проверим, подходит ли ок: $B = 14 \cdot 5^2; A = (m - 2n)(m - 2n + 13) = (17 - 10)(17 - 10 + 13) =$

$$= 7 \cdot 20 \neq 15q^2$$

Значит, $m = 17, n = 5$ не подходит.

Ответ: $\{(10, 3)\}$.



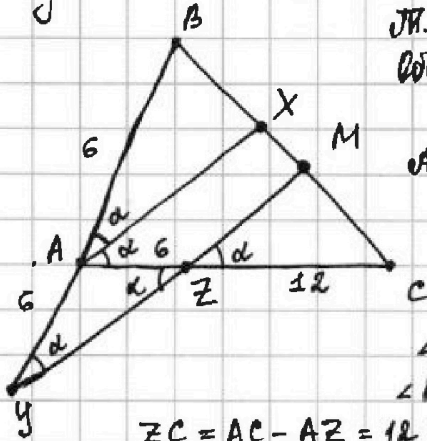
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



П.к. AX - биссектриса $\triangle ABC$, то $\angle BAX = \angle CAX$.
Обозначим $\angle BAX = \alpha$.

$AX \parallel MY \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM = \alpha$ как соотв. при
 AX и MY и секущей BY
 $\angle CAX = \angle AZY = \alpha$ как накрест лежащие
при AX и MY и секущей AZ
 $\angle BYM = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ - р.б., $AY = AZ = 6$
 $\angle MZC = \angle AZY = \alpha$ как вертикальные

$ZC = AC - AZ = 12$; $BM = MC$ (п.к. M - сеп. BC)

$\triangle CZM \sim \triangle CAX$ по 2 углам $\Rightarrow \frac{MC}{CX} = \frac{CZ}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

Пусть $MC = 2x$, тогда $CX = \frac{3}{2}MC = 3x \Rightarrow XM = x$.
 $BX = BM - XM = MC - XM = x$

$BX = XM$ } $\Rightarrow AX$ - средняя линия $\triangle MBY$ по п.к. $\Rightarrow AX = \frac{1}{2}MY$ и
 $AX \parallel MY$ } $AB = AY = 6$

По теореме Менелая для $\triangle BYM$ и прямой AC : $\frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = 1$

$BC = BM + MC = 4x$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{2x}{4x} = 1 \Rightarrow ZM = 4$$

По теореме косинусов для $\triangle AYZ$:

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2AY \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

По теореме косинусов для $\triangle ZMC$:

$$MC^2 = ZM^2 + ZC^2 - 2ZM \cdot ZC \cdot \cos \alpha = 16 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 12^2 - 4 \cdot 12 = 8 \cdot 12$$

$$\text{Значит, } MC = \sqrt{8 \cdot 12} = 4\sqrt{6}$$

$$BM = MC = 4\sqrt{6}$$

$$BC = BM + MC = 8\sqrt{6}$$

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-xy-y^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 & (2) \end{cases}$$

(2): $2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$ Заметим, что по ограничениям $x \geq 0$ и $y \geq 0$.

Поэтому если $x > y$ (или $y > x$), то $\begin{cases} 2x^5 > 2y^5 & (2x^5 < 2y^5) \\ 4x^2 > 4y^2 & (4x^2 < 4y^2) \\ \sqrt[4]{3x} > \sqrt[4]{3y} & (\sqrt[4]{3x} < \sqrt[4]{3y}) \end{cases}$, а

значит, левая (правая) часть ур-я будет больше правой (левой) и ур-е не будет иметь решений. Получается, что ур-е (2) имеет решение: $x = y$ или $x = 0$ при $x \geq 0$.

Подставим $x = y$ в (1):

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{12-xx-x^2} \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{(x+4)(3-x)} \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{3-x} \end{aligned}$$

Пусть $a = \sqrt{x+4}$, $b = \sqrt{3-x}$, тогда $a^2 = x+4$ и $b^2 = 3-x$

$$\begin{cases} a - b + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(1-2b) = b-5 \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{b-5}{1-2b} \\ \frac{(b-5)^2}{(1-2b)^2} + b^2 = 7 \end{cases} (3)$$

Умножим на $(1-2b)^2$

$$(3) \frac{b^2 - 10b + 25 + b^2 - 4b^3 + 4b^4 - 7 + 28b - 28b^2}{(1-2b)^2} = 0$$

$$\frac{4b^4 - 4b^3 - 26b^2 + 18b + 18}{(1-2b)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^4 - 2b^3 - 13b^2 + 9b + 9 = 0 & (4) \\ b \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

(4) $2b^2 |$



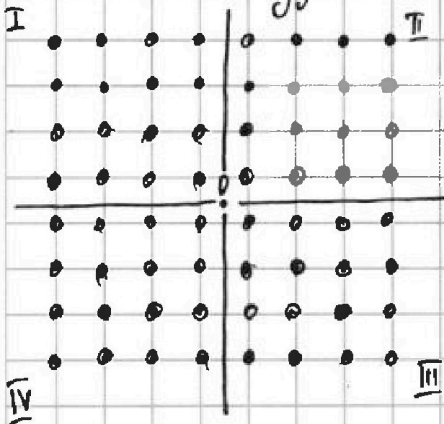
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6

Отметим центр квадрата $m. O$ и разобьем все узлы сетки на 4 части по 16 узлов в каждой:



Чтобы не учитывать одинаковые раскраски двандо, ^{только} нужно учесть варианты:
 1) 2 белые точки в одной четверти;
 2) 2 белые точки в соседних по стороне четв.;
 3) 2 белые точки в I и III / II и IV.
 В 3 варианте мы ~~тоже~~ посчитали одинаковые раскраски двандо, если белые точки симметричны относительно $m. O$.

1) Выбрать 2 точки в одной четверти можно $C_{16}^2 = 16 \cdot 15 \cdot 2 = 8 \cdot 15$ способами

2) Выбрать 2 белые точки в соседних по стороне четвертях можно $16 \cdot 16$ способами

3) Выбрать 2 белые точки в I и III / II и IV четвертях можно $16 \cdot 16$ способами, из них в $C_{16}^1 = 16$ вариантах белые точки будут симметричны относительно точки O (16 способов отметить одну белую точку, а другую белую точку выбрать ей симметричную относительно точки O).

Итого получаем $8 \cdot 15 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 - 16 = 8(15 + 64 - 2) = 8 \cdot 77 = 616$ способов.

Ответ: 616 способов.



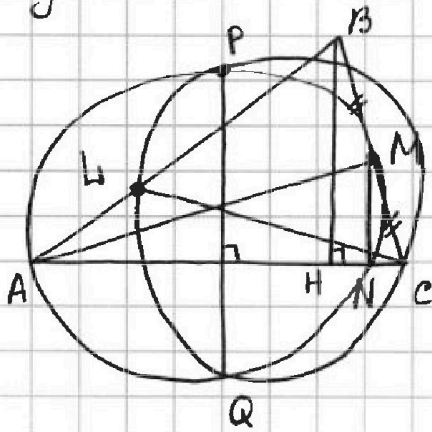
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



Проведем высоту BH $\triangle ABC$.
 $\angle ANM$ - впис., опир. на диаметр $\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ \Rightarrow$
 $MN \parallel BH \parallel PQ$

$MN \parallel BH$ } \Rightarrow MN - ср. линия $\triangle BHC \Rightarrow$
 $BM = MC$ } $MH = \frac{1}{2} BH$ и $HN = NC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$a_2 = a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$
 $a_4 = a_1 + 3d = (2x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$
 $a_8 = a_1 + 7d = (-6x^2)$
 $2d = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$
 $6d = -6x^2 + 12x - 12 = -6(x^2 - 2x + 2)$

$0 \leq \sqrt{3-y} \leq \sqrt{3}$
 $2 - \sqrt{3} + 5$
 $= 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$
 $5\sqrt{3} > 7$

$12x - 3y \leq 6$
 $|3x - 2y| \leq 4$
 $-6 \leq 2x - 3y \leq 6$
 $-4 \leq 3x - 2y \leq 4$
 $-6 \leq 2x - 3y \leq 6$
 $-18 \leq 6x - 9y \leq 18$
 $-8 \leq 4y - 3x \leq 8$
 $-26 \leq -5y \leq 26$
 $-74 \leq 10x + 5y$
 $-7 - 1,4$

$-12 \leq 4x - 6y \leq 12$
 $-12 \leq 9x - 6y \leq 12$
 $-12 \leq 6y - 4x \leq 12$
 $-24 \leq 5x \leq 24$
 $-48 \leq 10x \leq 48$

$10x + 5y = 74 - \frac{74}{10}$
 $30x - 10y \leq 40$
 $10x + 5y = 74 - \frac{74}{10}$
 $30x - 10y = 40 - \frac{74}{10}$

$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) = \sqrt[4]{3y} - \frac{52}{10}$
 $\sqrt[4]{3y} - \sqrt[4]{3x} : (x-y)$

$\beta = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$
 $A = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = 17p^2$
 $= (m - 2n)(m - 2n + 13) = 17p^2$
 $= x(x + 13) = 15q^2$
 $\beta = mn(x - 2) = 2mn = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 60$
 $m - 2n = 4$
 $x + 13 = 17$
 $16p = 13$

$3(a-b) : (a^2 - b^2)$
 $(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$
 $3 : (a+b)(a^2 + b^2)$

$12 + 24 - 12\sqrt{6}$
 $4 + 4\sqrt{6} + 6$
 36
 16
 36
 $d = -10$
 $12 + 24 + 12\sqrt{6} = 36 + 12\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = x(x+19) = 15q^2$$

$$B = mn(x-2) = 17p^2$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ y \leq 3 \end{cases}$$

$$x = m - 2n$$

$$1) x = -2: 12 \cdot 3$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt[4]{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt[4]{3y}$$

$$m = n = p$$

$$m - 2n = 17$$

$$m - 2n - 2 = 17$$

$$m = 17 \quad n = p$$

$$m - 2n = p$$

$$17 - 2p - 2 = p$$

$$m = p \quad n = 17$$

$$m - 2n = p - 34 = p$$

$$m - 2n - 2 = p - 34 = p$$

$$3(a-b) \geq a^4 - b^4$$

$$3a - 3b \geq a^4 - b^4$$

$$x + y^2 \leq 12 \quad x = y$$

$$|2x + 3y| \leq 6$$

$$-6 \leq 2x + 3y$$

$$3p = 15$$

$$p = 5$$

$$m = 17$$

$$n = 5$$

$$x = 5$$

$$5 \cdot 18 = 5 \cdot 3 \cdot 6$$

$$y^2 = 9$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$(x+2)^2 = 6$$

$$x^2 + 8x + 16 + 6x - 6 =$$

$$= x^2 + 14x + 10$$

$$x = -2 - \sqrt{6}$$

$$\frac{D}{4} = X$$

$$x = -2 + \sqrt{6}$$

$$x = -2$$

$$x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$a_1 + d = 12 - 12x = 12(1-x)$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^2(x+4)^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2$$

$$3(x^2(x+4)^2) - 3 \cdot 12(1-x) = -6x^2 - 12(1-x)$$

$$3(x^2 \cdot (x+4)^2) + 6x^2 = 2 \cdot 12(1-x)$$

$$x^2(x+4)^2 + 2x^2 = 8(1-x)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$-8 + 6 \cdot 4 - 6 \cdot 2 - 4$$

$$2x^2(x+4)^2 - 2 \cdot 12(1-x) = -6x^2 - x^2(x+4)^2$$

$$3x^2(x+4)^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 - 8 \cdot 8 + 18 \cdot 4 - 8 \cdot 2 - 8 = 0$$

1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4
-2	1	4	-2	0

1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4
-2	1	4	-2	0

1	8	18	8	-8
-2	1	6	6	-4
-2	1	4	-2	0

$$AY = AZ = 6$$

$$EM = \frac{2}{1}$$

$$\frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = 1$$

$$(x+k)$$

$$6^2 = 6 \cdot 18 - 3x^2$$

$$6 \cdot 6 + 3x^2 = 6 \cdot 6 \cdot 3$$

$$3x^2 = 6 \cdot 6 \cdot 2$$

$$x^2 = 2 \cdot 6 \cdot 2$$

$$x = 2\sqrt{6} \Rightarrow 4x = 8\sqrt{6}$$

$$\frac{8}{EM} = \frac{2}{1}$$

$$x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3}$$

$$= 2 \cdot 6^2 - 8 \cdot 6 =$$

$$= 6(2 \cdot 6 - 8)$$

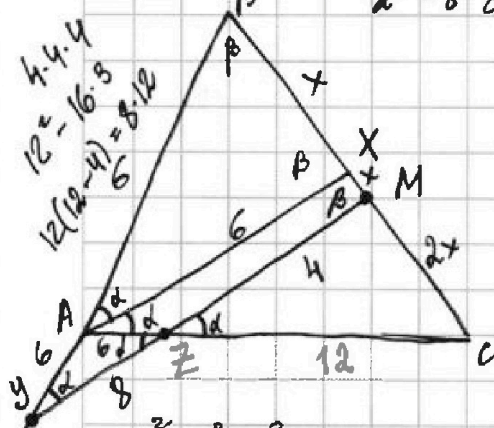
$$b^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$2 \cdot 6 \cdot \cos \alpha = 4$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$-\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$



4.4.4
12 - 16.5
12(12-4) = 8.12

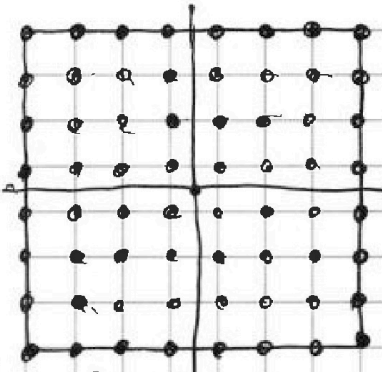
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА _____ ИЗ _____

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$C_{64}^2 = 63 \cdot 92$$

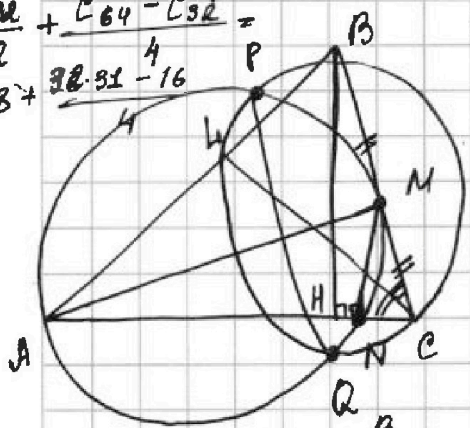
$$4 \cdot C_{16}^2 = 4 \cdot \frac{16 \cdot 15}{2} = 2 \cdot 16 \cdot 15$$

$$C_{32}^2 = \frac{16}{18} + \frac{63 \cdot 82 - 16 \cdot 32}{4} = \frac{16}{18} + 63 \cdot 8 - 4281 = 4(31 + 126) = 4 \cdot 157$$

$$C_4^2 \cdot C_{16}^1 \cdot C_{16}^1 = (4-1)(16-1) = 3 \cdot 15 = 45$$

$$= \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot 16 \cdot 16 = 6(1+20) = 16 \cdot 16 \cdot 6^{1+5} = 16(30+96) = 16 \cdot 126 = 2 \cdot 16 \cdot 15$$

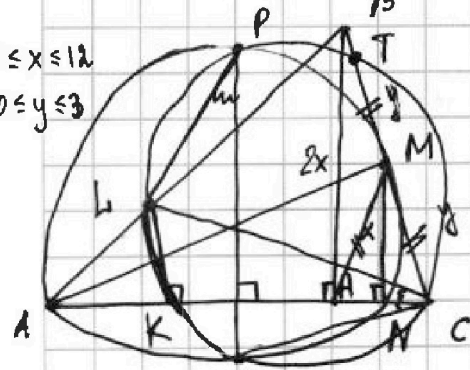
$$\frac{C_{32}^1}{2} + \frac{C_{64}^2 - C_{32}^1}{4} = 8 + \frac{32 \cdot 31 - 16}{4} = 8 + 245 = 253$$



$$C_{32}^1 \cdot 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 - 13 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 9 = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3 - 13 - 3 + 2 = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3}x = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3}y$$

$$C_{16}^2 + 2 \cdot 16 \cdot 16 = \frac{16 \cdot 15}{2} + 2 \cdot 16 \cdot 16 = 8 \cdot 15 + 2 \cdot 16 \cdot 16 = 8(15 + 4 \cdot 16) = 8 \cdot 79$$

$0 \leq x \leq 12$
 $0 \leq y \leq 3$



$$MN = x, BH = 2x, \angle APH = \angle MPC, \angle AQR = \angle CRM$$

$$AH = \sqrt{6^2 - 4x^2} = 2\sqrt{9 - x^2}, HN = NC$$

$$\frac{4 \cdot C_{16}^1}{2} + \frac{C_{64}^2 - 4 \cdot C_{16}^1}{4} = \frac{2b^2 - 2b - 13 + \frac{9}{8} + \frac{9}{8}}{4} + \frac{C_{64}^2 - C_{32}^1 \cdot 2}{4} = 9 \cdot \frac{1}{8} + 9 \cdot \frac{1}{8} = 2 \cdot \frac{1}{16} - 2 \cdot \frac{1}{8} = 2b(b-1) - \frac{13}{4} + \frac{9}{2} + 9$$

$$C_{16}^2 + 16 \cdot 16 + 16 \cdot 16 - 16 = 8 \cdot 15 + 2 \cdot 16 \cdot 16 - 16 = 8(15 + 64 - 2) = 8 \cdot 77$$

$$5 + x^2 - 15b^2 + 9b + 9 \cdot 7 \cdot 7$$

$$\sqrt{25 + x^2} - 3(5b^2 + 3b + 3) \cdot 8$$

$$2b^2(b^2 - 2b + 1) \cdot 6 \cdot 6$$

$$2 \cdot 3^4 - 2 \cdot 3^3 - 13 \cdot 9 + 9 \cdot 9 + 9 = 2 \cdot 9^4 - 2 \cdot 9^3 - 13 \cdot 9^2 + 9 \cdot 9 + 9$$

$$2 \cdot 9^3 \cdot 2 - 3 \cdot 9 = 2 \cdot 9^3 - 2 \cdot 9^2 - 13 \cdot 9 + 2 + 1$$