



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

1) Формула n -го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$

По условию:

$$\begin{cases} a_3 = 3x+3 \\ a_5 = (x^2+2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases}$$

Заменим:

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 3x+3 & (1) \\ a_1 + 4d = (x^2+2x)^2 & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

2) Вычтем из уравнение (3) уравнение (1):

$$a_1 + 8d - a_1 - 2d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 \Rightarrow d = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6} = \frac{x^2 - x - 1}{2}$$

3) Подставим d в уравнение (1):

$$a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 3x + x + 3 + 1 = -x^2 + 4x + 4$$

4) Подставим d и a_1 в уравнение (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x+2)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Методом подбора находим, что $x_1 = -1$.

Разделим уравнение на множитель $(x+1)$:

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ x^4 + x^3 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 \\ -3x^3 - 3x^2 \\ \hline 6x^2 \\ 6x^2 + 6x \\ \hline -6x \\ -6x - 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

При повторном подборе корней получаем,

~~или~~ $x_2 = -1$. $\rightarrow (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$. Разделим уравнение на $(x+1)$:

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

Угадай. на с. 2

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 - 2 \\ 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $x = -1; x = -1 \pm \sqrt{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

$$\textcircled{1} \quad |x - 3y| \leq 3$$

$$\begin{aligned} 1) \quad x - 3y &\geq 0 \\ x &\geq 3y \\ 0 &\\ x - 3y &\leq 3 \\ x &\leq 3y + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad x - 3y &< 0 \\ x &< 3y \\ 0 &\\ -x + 3y &\leq 3 \\ x &\geq 3y - 3 \end{aligned}$$

$$x \in [3y - 3; 3y + 3]$$

$$\textcircled{2} \quad |3x - 4| \leq 1$$

$$\begin{aligned} 1) \quad 3x - 4 &\geq 0 \\ 4 &\leq 3x \\ 0 &\\ 3x - 4 &\leq 1 \\ 4 &\geq 3x - 1 \\ y &\geq 3x - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 3x - 4 &< 0 \\ 4 &> 3x \\ 0 &\\ -3x + 4 &\leq 1 \\ 4 &\leq 3x + 1 \\ y &\leq 3x + 1 \end{aligned}$$

$$y \in [3x - 1; 3x + 1]$$

\textcircled{3} Максимальное значение y подставим в максимальное значение x (так как по условию нам необходимо получить максимальное значение выражения):

$$x = 3y + 3$$

$$x = 3 \cdot (3x + 1) + 3$$

$$x = 9x + 3 + 3$$

$$-8x = 6$$

$$x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

$$y = 3x + 1 = -\frac{3 \cdot 3}{4} + 1 = -\frac{9 + 4}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$\text{Число } 4y + 8x = 4 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) + 8^2 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -5 - 6 = -11$$

Ответ: -11

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

1) $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 + 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

2) Пусть число A равно $13p^2$.

① $m+n=13$:

m	n	$m+n-9$	$B: mn$	$m+n-3$	$B: 75$
1	12	4	12	10	$120:75=-$
2	11	4	22	10	$220:75=-$
3	10	4	30	10	$300:75=4$
4	9	4	36	10	$360:75=-$
5	8	4	40	10	$400:75=-$
6	7	4	42	10	$420:75=-$

Рассмотрим все возможные суммы натуральных m и n так, чтобы они равнялись 13 (точка момента, как они "замыкаются" настолько - это не имеет смысла, так как каждое из множителей A и B включает в себя или сумму $m+n$, или произведение, то есть при взаимной замене их значениями, результат не изменится). Тогда значение второй скобки будет равняться $(m+n-9)=13-9=4$ для каждого случая. Это удовлетворяет условию, так как $p^2=4 \Rightarrow p=2$ (числ. число).

Проверим число B : оно должно делиться на 75 нацело (так как $A=13p^2$ и ~~бесконеч~~ $m+n$ - натуральные). Это подтверждается только, если $m=3$, а $n=10$ (см. табл.) \Rightarrow также подходит ответ $m=10$ и $n=3$. Помимо, что в данном случае $q^2=4 \Rightarrow q=2$ (нестр. число), это также удовлетворяет условию.

Методич. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad m+n-9 = 13$$

$$m+n = 22$$

Если $A = 13p^2$, а $m+n-9 = 13$, то $m+n = p^2 \Rightarrow p = \sqrt{22}$, что не удовлетворяет условию.

$$\textcircled{3} \quad \text{Нельзя число } B = 13p^2$$

$\textcircled{1}$ $mn = 13$. Единственное возможное произведение натуральных чисел для получения 13-ти - это 13 и 1:

$$m+n-3 = 13+1-3 = 11 \Rightarrow q^2 = 11 \Rightarrow q = \sqrt{11} \text{ (не удовл. услов.)}$$

$$\textcircled{2} \quad m+n-3 = 13 \Rightarrow mn = q^2$$

$$m+n = 16$$

m	n	mn	q	
1	15	15	$\sqrt{15}$ *	не подж. по усл.
2	14	28	$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$	не подж. по усл.
3	13	39	$\sqrt{39}$ *	не подж. по усл.
4	12	48	$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	не подж. по усл.
5	11	55	$\sqrt{55}$	не подж. по усл.
6	10	60	$\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$	не подж. по усл.
7	9	63	$\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$	не подж. по усл.
8	8	64	$\sqrt{64} = 8$ - сост. число \Rightarrow не подж. по усл.	

Рассмотрены все возможные варианты

Ответ: 1) $m=3$ 2) $m=10$
 $n=10$ $n=3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Дано: $MY \parallel AZ$; AX -биссектр.; M -серед. BC ;

$$AC = 18; AZ = 6; YZ = 8$$

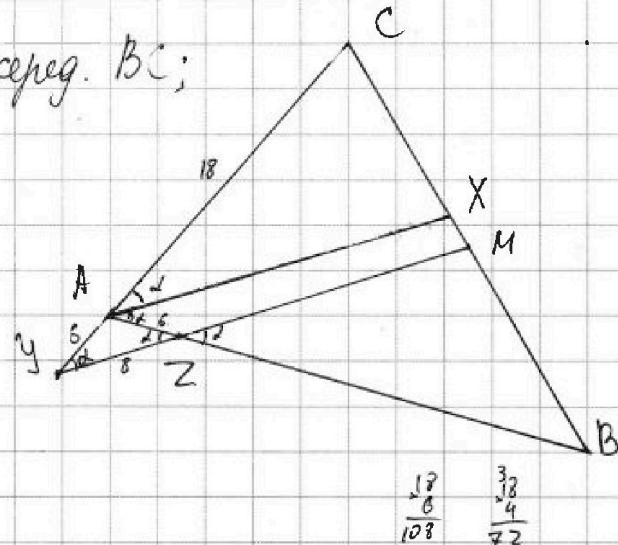
Найти: BC . - ?

1) $\triangle BZY \sim \triangle CYM$ по теореме Менелая:

$$\frac{AY}{AC} \cdot \frac{BZ}{ZY} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{AY}{18} \cdot \frac{9x}{X} \cdot \frac{MZ}{84} = 1$$

$$AY \cdot MZ = 72 \Rightarrow AY = \frac{72}{MZ} \quad MZ = \frac{72}{AY}$$



$$\frac{18}{108} \quad \frac{3}{4}$$

2) $\triangle BZY \sim \triangle ABC$ по теореме Менелая:

$$\frac{CY}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{AY}{18} = 1 \Rightarrow BZ \cdot AY = 108 \Rightarrow BZ = \frac{108}{AY}$$

3) Углы $\angle CAY = \angle XAB = \alpha$ (AX -биссектр.)

$AX \parallel YM$ (по усн.) } $\angle CAY = \angle MZB = \alpha$ (коорд.) $\Rightarrow \angle AYZ = \angle MZB = \alpha$ (вертик.)
 AZ -секущ.

4) $\triangle BZY \sim \triangle YAZ$?

$$\angle CAB - \text{внешн} \quad \angle AYZ = \angle CAB - \angle AZY = 2\alpha - \alpha = \alpha$$

$$\angle CAB = 2\alpha$$

$$\begin{cases} \angle AZY = \alpha (\text{у 3}) \\ \angle AYZ = \alpha (\text{у 4}) \end{cases} \Rightarrow \angle AYZ - \text{факт.} \Rightarrow AYZ = \alpha = 6$$

График: на стр. 2

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5

6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) MZ^2 = \frac{72}{AY} = \frac{72}{8} = 12 \text{ (uz 1 u 5)}$$

$$BZ^2 = \frac{108}{AY} = \frac{108}{6} = 18 \text{ (uz 2 u 5)}$$

7) $B \triangle AYZ$ по теореме косинусов:

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{36 + 64 - 38}{2 \cdot 48} = \frac{64}{96} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r}
 & 6 \\
 + & 324 \\
 & 144 \\
 \hline
 & 468 \\
 & 18 \\
 \hline
 & 468 \\
 & 18 \\
 \hline
 & 288 \\
 & 144 \\
 \hline
 & 324
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 & 1 \\
 & 18 \\
 \times & 18 \\
 \hline
 & 168 \\
 & 18 \\
 \hline
 & 298 \\
 & 144 \\
 \hline
 & 756
 \end{array}$$

8) $B \triangle MBZ$ по теореме косинусов:

$$MB^2 = MZ^2 + BZ^2 - 2MZ \cdot BZ \cdot \cos \alpha$$

$$MB = \sqrt{12^2 + 18^2 - 2 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{144 + 324 - 288} = \sqrt{180} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$$

$$9) M - \text{середина } BC \Rightarrow BM = MC \Rightarrow BC = 2MB = 12\sqrt{5}$$

Ответ: $12\sqrt{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

1) Всего узлов в квадрате: $9 \cdot 9 = 81$ узл. Значит количество способов выбрать два узла из 81 равно:

$$C = \frac{81!}{2!(81-2)!} = \frac{81 \cdot 80 \cdot 81!}{2! \cdot 79!} = \frac{80 \cdot 81}{1 \cdot 2} = 3240 \text{ способов.}$$

$\frac{81}{40}$
 $\underline{3240}$

2) ①-ый вариант поворота: диаметрально противоположные точки - каждый 2-ой поворот данные точки возвращаются в исходное положение (например точки A и B). Всего таких "половинных" точек - 80 (не учитывается центральная точка O), значит пар $\frac{80}{2} = 40$.

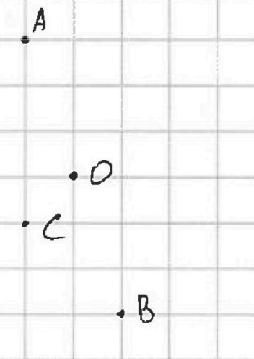


Рис. 1.

Всего поворотами любой такой пары можно получить еще одну пару, значит ~~каждую~~ различные пары 2 раза менять: $\frac{40}{2} = 20$ пар, т.е. способов.

②-ой вариант поворота: все остальные точки. Такие точки возвращаются в исходное положение на каждый 4-й поворот.

Всего таких пар (как A и C): $3240 - 40 = 3200$ (вычитаем общее кол-во "диаметрально противоположных" ~~пар~~ пар)

[Продолж. на с. 2]



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Погодя различных среди этих пар 64 раза меньше:

$$\frac{3200}{4} = 800 \text{ пар, т.е. способов.}$$

3) Общее количество способов выбрать две точки, подходящие под условие:

$$800 - 20 = 780.$$

Ответ: 780 способов.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1

82-83

11 из 12

9 · 4 = 36

162 - 167 = 10

66 000

162 cm 12

81 cm

80/2

4 + 3 + 2 + 1 = 10

6

162

40

5 · 2

6

9 · 2 = 18

35

3 104

1234567
874

$C_n = \frac{8!}{9! \cdot 8!} = \frac{40}{2} \quad 3240$

$C_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$\frac{3240}{3240} / 2$

$3240 - 160 = 3080 : 4 = 770$

$3240 : 80 = 40$

$= 3160 \text{ см.}$

350 см.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3BM^2 = 4BZ^2 - 48BZ + 144 + 3BZ^2 - 11BZ \cdot \frac{100(10BZ - 60) - 108(10BZ - 60)}{24(6BZ - 6)} = \frac{4(25BZ^2 - 40BZ + BZ + 18)}{24(6BZ - 6)} = \frac{6.25BZ^2 - 105BZ + 30BZ - 204}{6(6BZ - 6)}$$

② $m \cdot n = 35$ $m, n \neq 9 = 13$

3.2	m+n=22
1 24	X
2 20	X
3 19	X
4 18	X
5 17	X
6 16	X
7 15	X
8 14	X
9 13	X
10 12	X
11 11	X

③ $m \cdot n = 13$
 $m, n \neq 9 = 13$

④ $m \cdot n = 13$
 $m, n \neq 9 = 13$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 + 2x \\ 2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \end{array}$$

1 15	15
2 14	28
3 13	39
4 12	48
5 11	55
6 10	60
7 9	63
8 8	64

8 ~~не подходит~~ подходит $m \cdot n = 16$
 $m, n \neq 9 = 7$

⑤ $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} = 2\sqrt{6+5x-y^2} - 5$$

$$x+1+6-y - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} = 4(6+5x-y^2) - 25 \rightarrow 2.5\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$10\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{8+26x+4y(x+1)(6-y)} = 24+20x-4y^2 - 25 - x - 7 + y$$

$$2.5\sqrt{25(6+5x-y^2)} + (x+1)(6-y)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10:20 + 3:10 = 13:30$$

(3) $m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

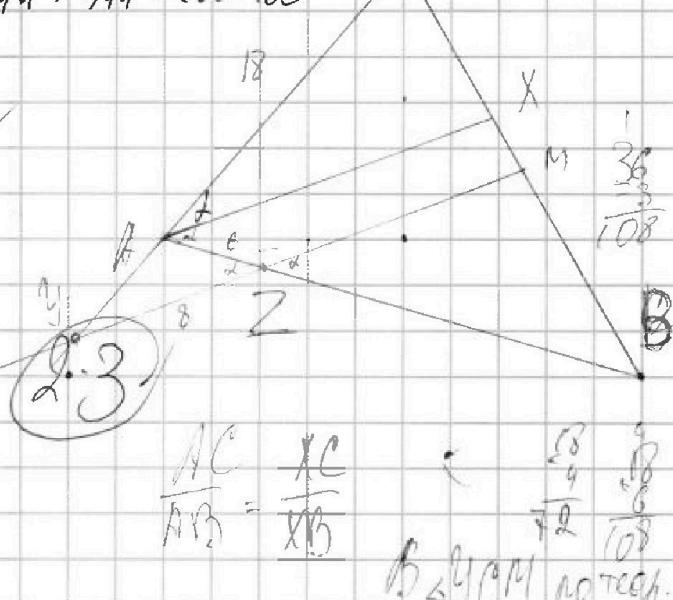
$$144 + 144 - 288 + 180$$

① $(m+n=13) \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 21 \\ 310 \\ 49 \\ 58 \\ 67 \\ \hline 16 \\ 16 \\ 95 \\ 16 \\ 255 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \\ \hline 180 \\ 90 \\ 45 \\ 5 \\ \hline 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 5 \\ \hline 155 \\ 52 \\ \hline 376 \end{array}$$

6



$$\frac{AC}{AB} = \frac{AC}{XB}$$

$$\frac{18}{72} = \frac{9}{108}$$

6 см не подходит
и не делится

$$AY^2 = 8^2 \cdot 16^2 - 2 \cdot 8 \cdot 16 \cdot \cos x$$

$$\cos x = \frac{64 + 32 - 144}{144 \cdot 96} = \frac{100 - 144}{96}$$

$$\frac{AC}{AB} \cdot \frac{BC}{AC} \cdot \frac{AC}{AB} = 1$$

$$\frac{AY}{AC} \cdot \frac{BC}{BY} \cdot \frac{M2}{Z2} = 1$$

$$AM^2 = M2^2 + B2^2 - 2 \cdot M2 \cdot B2 \cos x$$

$$\frac{B2}{6} \cdot \frac{B2}{6} \cdot \frac{AY}{18} = 1$$

$$\frac{AY}{18} \cdot \frac{B2}{X} \cdot \frac{M2}{48} = 1$$

$$AM^2 = \left(\frac{2B2 - 12}{3}\right)^2 + B2^2 - 2 \cdot \frac{2B2 \cdot 12}{3} \cdot \frac{108}{6} \cdot \frac{B2}{AY+12} \cdot 6$$

$$AY \cdot M2 = 72$$

$$B2 \cdot AY = 6AY$$

$$AY = \frac{72}{6} = \frac{12}{2B2 - 12}$$

$$AM^2 = \frac{4B2^2 - 48B2 + 144}{3} + B2^2 - \frac{4(B2-6)}{3} \cdot \frac{B2 \cdot 24 \cdot 108 \cdot (B2-6)}{6 \cdot 6 \cdot 108} \cdot \frac{72 \cdot B2}{M2} = \frac{108}{B2-6}$$

$$AY \cdot (B2-6) = 108$$

$$= \frac{108}{B2-6}$$

$$\frac{100(B2-6)^2 - 108^2}{96(B2-6)^2} \cdot \frac{B2}{M2} = \frac{9B2 \cdot 12 - 3M2}{96}$$