



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 1.

1) Формула n -го члена арифметической прогрессии: $a_n = a_1 + d(n-1)$

По условию:

$$\begin{cases} a_3 = 3x + 3 \\ a_5 = (x^2 + 2x)^2 \\ a_9 = 3x^2 \end{cases} \quad \text{Заменим: } \begin{cases} a_1 + 2d = 3x + 3 & (1) \\ a_1 + 4d = (x^2 + 2x)^2 & (2) \\ a_1 + 8d = 3x^2 & (3) \end{cases}$$

2) Вычтем из уравнение (3) уравнение (1):

$$a_1 + 8d - a_1 - 2d = 3x^2 - 3x - 3$$

$$6d = 3x^2 - 3x - 3 \Rightarrow d = \frac{3x^2 - 3x - 3}{6} = \frac{x^2 - x - 1}{2}$$

3) Подставим d в уравнение (1):

$$a_1 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$a_1 = -x^2 + 3x + x + 3 + 1 = -x^2 + 4x + 4$$

4) Подставим d и a_1 в уравнение (2):

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 = x^2(x+2)^2$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^2(x^2 + 4x + 4)$$

$$x^2 + 2x + 2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^4 + x^3} \\ -3x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ \underline{3x^3 + 3x^2} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

Методом подбора находим, что $x_1 = -1$.

Разделим уравнение на множитель $(x+1)$

$$x^3 + 3x^2 - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} (-1)^3 + 3(-1)^2 + 3(-1) - 2 &= -1 + 3 - 3 - 2 = -3 \\ -1 - 4 + 3x - x &= 0 \end{aligned}$$

При повторном подборе корней получаем,

что $x_2 = -1$. $\rightarrow (-1)^3 + 3(-1)^2 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$. Разделим

уравнение на $(x+1)$:

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \quad | \quad x+1 \\ \underline{x^3 + x^2} \\ -2x^2 - 2 \\ \underline{2x^2 + 2x} \\ -2x - 2 \\ \underline{-2x - 2} \\ 0 \end{array}$$

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } x = -1; x = -1 \pm \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

① $|x - 3y| \leq 3$

1) $x - 3y \geq 0$

$x \geq 3y$

$x - 3y \leq 3$

$x \leq 3y + 3$

$x \in [3y; 3y + 3]$

2) $x - 3y < 0$

$x < 3y$

$-x + 3y \leq 3$

$x \geq 3y - 3$

$x \in [3y - 3; 3y)$

$x \in [3y - 3; 3y + 3]$

② $|3x - y| \leq 1$

1) $3x - y \geq 0$

$y \leq 3x$

$3x - y \leq 1$

$y \geq 3x - 1$

$y \in [3x - 1; 3x]$

2) $3x - y < 0$

$y > 3x$

$-3x + y \leq 1$

$y \leq 3x + 1$

$y \in (3x; 3x + 1]$

$y \in [3x - 1; 3x + 1]$

③ Максимальное значение y ~~наша~~ подставили в максимальное значение x (так как по условию нам необходимо получить максимальное значение выражения):

$x = 3y + 3$

$x = 3 \cdot (3x + 1) + 3$

$x = 9x + 3 + 3$

$-8x = 6$

$x = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$

$y = 3x + 1 = -\frac{3 \cdot 3}{4} + 1 = \frac{-9 + 4}{4} = -\frac{5}{4}$

~~наша~~ $4y + 8x = 4 \cdot (-\frac{5}{4}) + 8 \cdot (-\frac{3}{4}) = -5 - 6 = -11$

Ответ: -11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$1) A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 + 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

2) Пусть число A равно $13p^2$.

$$1) m+n = 13:$$

m	n	m+n-9	mn mn	m+n-3	B:75
1	12	4	12	10	120:75=-
2	11	4	22	10	220:75=-
3	10	4	30	10	300:75=4
4	9	4	36	10	360:75=-
5	8	4	40	10	400:75=-
6	7	4	42	10	420:75=-

Рассмотрим всевозможные суммы натуральных m и n так, ~~тогда~~ чтобы они равнялись 13 (ср. того момента, как они "поменяются" местами - это не имеет смысла, так как каждое из множителей A , и B включает в себя или сумму m и n , или произведение, то есть при взаимной замене их значений, результат не изменится). Тогда значение второй скобки будет равняться $(m+n-9) = 13-9 = 4$ для каждой суммы. Это удовлетворяет условию, так как $p^2 = 4 \Rightarrow p = 2$ (прост. число).

Проверим число B : оно должно делиться на 75 число (так как $A = 13p^2$ и ~~числа~~ m и n - натуральные). Это получается только, если

$m = 3$, а $n = 10$ (см. табл.) \Rightarrow также подходит ответ $m = 10$ и $n = 3$.

Получается, что в данном случае $q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$ (прост. число), это также удовлетворяет условию.

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

① $m+n-9 = 13$

$m+n = 22$

Если $A = 13p^2$, а $m+n-9 = 13$, то $m+n = p^2 \Rightarrow p = \sqrt{22}$, что не удовлетворяет условию.

3) Пусть число $B = 13p^2$

① $mn = 13$. Единственным возможным произведением натуральных чисел для получения 13-ти - это 13 и 1:

$m+n-3 = 13+1-3 = 11 \Rightarrow a^2 = 11 \Rightarrow a = \sqrt{11}$ (не удовл. условию)

② $m+n-3 = 13 \Rightarrow mn = a^2$

$m+n = 16$

m	n	mn	a	
1	15	15	$\sqrt{15} \neq$	не подх по усл
2	14	28	$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$	не подх по усл.
3	13	39	$\sqrt{39} \neq$	не подх по усл.
4	12	48	$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$	не подх по усл.
5	11	55	$\sqrt{55}$	не подх по усл
6	10	60	$\sqrt{60} = 2\sqrt{15}$	не подх по усл.
7	9	63	$\sqrt{63} = 3\sqrt{7}$	не подх по усл.
8	8	64	$\sqrt{64} = 8$	- сост. число \Rightarrow не подх. по. усл.

Рассмотрены все возможные варианты

Ответ: 1) $m=3$ 2) $m=10$
 $n=10$ $n=3$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

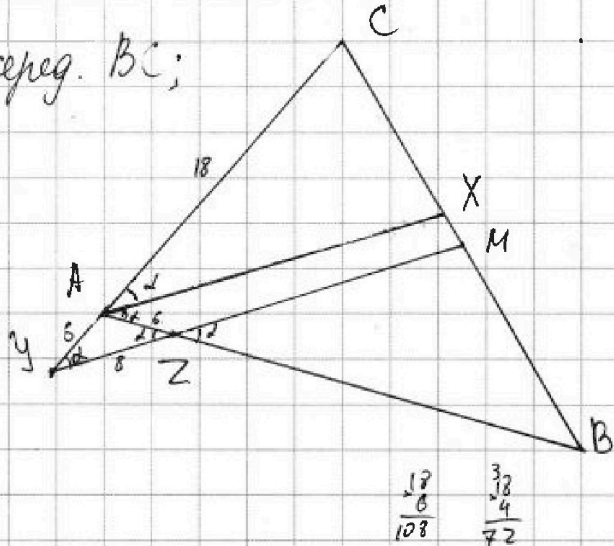
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

Дано: $MU \parallel AZ$; AZ - биссектр.; M - серед. BC ;

$AC = 18$; $AZ = 6$; $YZ = 8$

Найти: $BC = ?$



1) В $\triangle YCM$ по теореме Менелая:

$$\frac{AY}{AC} \cdot \frac{BC}{BM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{AY}{18} \cdot \frac{2x}{x} \cdot \frac{MZ}{84} = 1$$

$$AY \cdot MZ = 72 \Rightarrow MZ = \frac{72}{AY}$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{2x}{x} \cdot \frac{MZ}{84} = 1$$

2) В $\triangle ABC$ по теореме Менелая:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{BZ}{6} \cdot \frac{AY}{18} = 1 \Rightarrow BZ \cdot AY = 108 \Rightarrow BZ = \frac{108}{AY}$$

3) Пусть $\angle CAZ = \angle XAB = \alpha$ (AZ - биссектр.)

AZ и YM (по усл.)
 AZ - секущ. } $\angle CAZ = \angle MZB = \alpha$ (вертик.) $\Rightarrow \angle AZY = \angle MZB = \alpha$ (вертик.)

4) В $\triangle YAZ$

$\angle CAB$ - внешний } $\angle AZY = \angle CAB - \angle AZY = 2\alpha - \alpha = \alpha$
 $\angle CAB = 2\alpha$

5) $\angle AZY = \alpha$ (из 3) } $\angle AZY$ - равност. $\Rightarrow AZ = AY = 6$
 $\angle AZZ = \alpha$ (из 4)

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \quad MZ = \frac{72}{AY} = \frac{72}{6} = 12 \quad (\text{из 1 и 5})$$

$$BZ = \frac{108}{AY} = \frac{108}{6} = 18 \quad (\text{из 2 и 5})$$

7) В $\triangle AYZ$ по теореме косинусов:

$$AY^2 = AZ^2 + YZ^2 - 2AZ \cdot YZ \cdot \cos \alpha$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{36 + 64 - 36}{2 \cdot 48} = \frac{64}{2 \cdot 48} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 324 \\ + 144 \\ \hline 468 \\ : 10 \\ \hline 468 \\ - 288 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \cdot 18 \\ \hline 108 \\ + 324 \\ \hline 396 \\ : 10 \\ \hline 396 \\ - 288 \\ \hline 108 \end{array}$$

8) В $\triangle MBZ$ по теореме косинусов:

$$MB^2 = MZ^2 + BZ^2 - 2MZ \cdot BZ \cdot \cos \alpha$$

$$MB = \sqrt{12^2 + 18^2 - 2 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2}{3}} = \sqrt{144 + 324 - 288} = \sqrt{180} = \sqrt{9 \cdot 4 \cdot 5} = 6\sqrt{5}$$

9) M - середина BC \Rightarrow BM = MC \Rightarrow BC = 2MB = $12\sqrt{5}$

Ответ: $12\sqrt{5}$



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

1) Всего узлов в квадрате: $9 \cdot 9 = 81$ узел. Значит количество способов выбрать два узла из 81 равно:

$$C = \frac{81!}{2! \cdot (81-2)!} = \frac{81 \cdot 80 \cdot 81}{2 \cdot 1} = \frac{40 \cdot 81}{1 \cdot 2} = 3240 \text{ способов.}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 40 \\ \hline 3240 \end{array}$$

2) 1-й вариант поворота: диаметрально противоположные точки - каждый 2-ой поворот данные точки возвращаются в исходное положение (например точки A и B). Всего таких "мотиволожных" точек - 80 (не учитывается центральная точка O), значит пар $\frac{80}{2} = 40$.

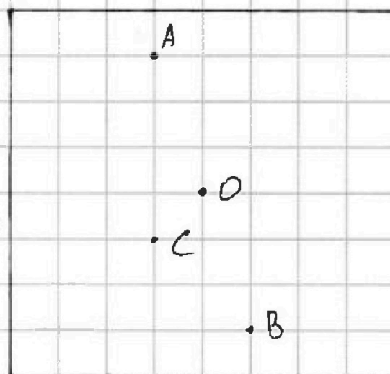


Рис. 1.

Всего поворотами любой такой пары можно получить ещё одну пару, значит ~~каждой~~ различных пар в 2 раза меньше: $\frac{40}{2} = 20$ пар, т.е. способов.

2-й вариант поворота: все остальные точки. Такие точки возвращаются в исходное положение на каждый 4-й поворот.

Всего таких пар (как A и O): $3240 - 40 = 3200$ (вычли одну пар-во "диаметрально противоположных" пар)

Продолж. на стр. 2



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Тогда различия среди этих пар в 4 раза меньше:

$$\frac{3200}{4} = 800 \text{ пар, т.е. способов.}$$

3) Общее количество способов выбрать две точки, удовлетворяющие под условие:

$$800 + 20 = 820.$$

Ответ: 820 способов.

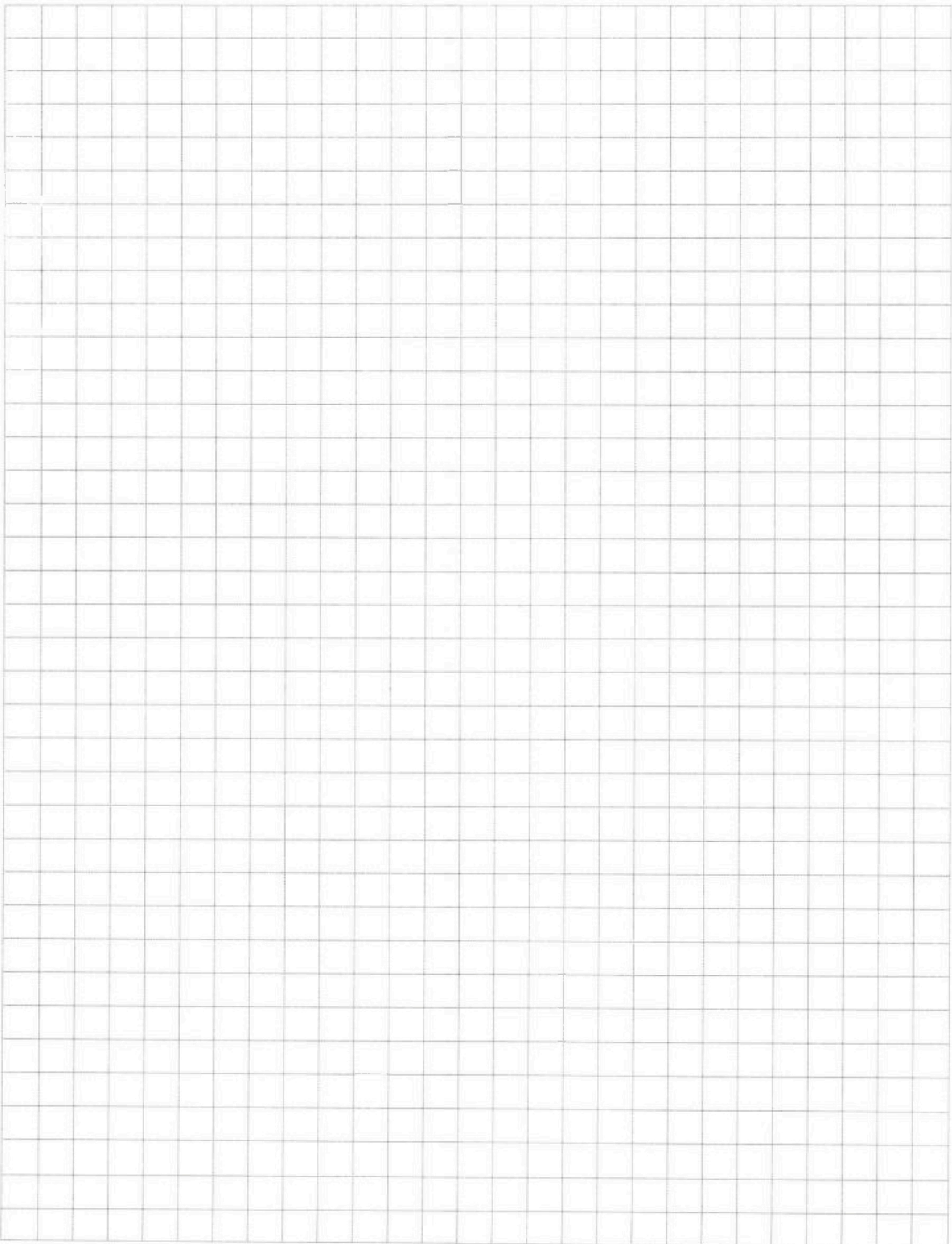


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3BM^2 = 4BZ^2 - 48BZ + 144 + 3BZ^2 - 11BZ$$

$$3BM^2 = 7BZ^2 - 48BZ + 144 - 6Z$$

$$3BM^2 = 7BZ^2 - 48BZ + 144 - 6Z \cdot \frac{(10BZ - 168)(10BZ + 48)}{24(10BZ - 6)} = \frac{4(25BZ - 4)(10BZ + 48)}{24(10BZ - 6)}$$

$$= \frac{6,25BZ^2 - 105BZ + 204}{6(BZ - 6)}$$

$$= \frac{6,25BZ^2 - 75BZ + 204}{6(BZ - 6)}$$

2) $m+n=75$ $m \cdot n + 9 = 13$

3.2

1	24
2	20
3	18
4	18
5	17
6	16
7	15
8	14
9	13
10	12
11	11

$m=3$ $n=10$
 $m=10$ $n=3$

3) $m \cdot n = 13$

13 · 1 = 13

4) $m \cdot n - 3 = 13$
 $m \cdot n = 16$

1	15	15
2	14	28
3	13	39
4	12	48
5	11	55
6	10	60
7	9	63
8	8	64

$$\frac{y^3 + 3y^2 - 2}{x^3 + x^2} \Big| \frac{y+1}{y^2 + 2y - 2}$$

$$\frac{2x^2 - 2}{2x^2 + 2x} - \frac{2x - 2}{2x - 2}$$

$m \cdot n = 16$
 $m \cdot n - 9 = 7$

5) $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} = 2\sqrt{6+5x-y^2} - 5$$

$$x+1+6-y - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} = 4(6+5x-y^2) - 25 - 2\sqrt{6+5x-y^2}$$

$$10\sqrt{6+5x-y^2} - 2\sqrt{(x+1)(6-y)} = 24+20x-4y^2 - 25 - x - 7 + y$$

$$2\sqrt{25(6+5x-y^2)} = (x+1)\sqrt{6-y}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$a_6 = 1 + 2 \cdot 5 = 11$$

$$\frac{26}{104} \quad \frac{6,5}{26,8} \quad 3,5 \quad 7,9 \quad 11$$

$$a_3 = \frac{3}{2} + 3 \cdot 3 = 5,5$$

$$a_5 = (1 + 2 \cdot 3 + 3 - 2 + 2 \cdot 3) = 10$$

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3a_5 + \sqrt{4} = 52 + 10\sqrt{3} + 104\sqrt{2} + 26\sqrt{3} = 156 + 42\sqrt{3} \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 \leq x - 3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x - y \leq 1 \\ -4 \leq 4x - 4y \leq 4 \\ -1 \leq x - y \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_1 + 2x^2 - 2x - 2 &= x^2(x+2)^2 \\ a_1 + 2x^2 - 2x - 2 &= x^2(x^2 + 4x + 4) \\ a_1 + 2x^2 - 2x - 2 &= x^4 + 4x^3 + 4x^2 \end{aligned}$$

$$-15y + 7x \leq 4y + 8x \leq 15y + 4x^2 + 2x^2 + 2x + 2 + x^2 - x - 1 = 3x + 3$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad x - 3y &\geq 1 \\ x - 3y &= 3 \\ x &\leq 3(4 + 3) \\ x &\geq 3y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= 0 \\ x^4 + 2x^3 + 2x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= 0 \\ \text{Методом подбора } x &= -1 \\ x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 &= 0 \quad | : (x+1) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \quad | : x^2 \\ x^2 + 4x + 3 \quad | : x^2 \\ 3x^2 + 3x^2 \quad | : x^2 \\ 3x^2 + 3x^2 \quad | : x^2 \\ -2x - 2 \quad | : x^2 \\ -2x - 2 \quad | : x^2 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x &\in [3y, 3y+1] \\ \textcircled{2} \quad x - 3y &< 0 \\ 3y - x &\leq 3 \\ x &\geq 3y - 1 \\ x &\in [3y - 1, 3y] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\in [3y - 1, 3y + 1] \\ 4x &\in [12y - 4, 12y + 4] \\ 8y &\in [24x - 8, 24x + 8] \\ x &= 9x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad 3y &\geq 4 \\ 3x - y &\leq 1 \\ y &\geq 3x - 1 \\ y &\leq 3x \\ y &\in [3x - 1, 3x] \\ \textcircled{4} \quad 3y &< 4 \\ y - 3x &\leq 1 \\ y &\leq 3x + 1 \\ y &\geq 3x + 3 - 2 \\ y &\in [3x - 1, 3x + 1] \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10:20 + 3:10 = 13:30$$

$$3) A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$144 + 144 - 288 + 180$$

$$1) (m+n=13) \downarrow$$

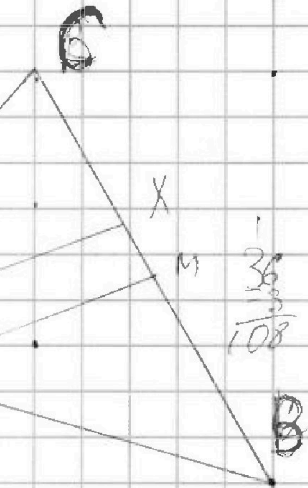
1	2	4	✓	$12 \cdot 10 = 120 \cdot 75 = \emptyset$
2	1	4	✓	$22 \cdot 10 = 220 \cdot 75 = \emptyset$
3	0	4	✓	$30 \cdot 10 = 300 \cdot 75 = 4$
4	9	4		$36 \cdot 10 = 360 \cdot 75 = \emptyset$
5	8	4		$40 \cdot 10 = 400 \cdot 75 = \emptyset$
6	7	4		$42 \cdot 10 = 420 \cdot 75 = \emptyset$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 16 \\ 16 \\ \hline 95 \\ 16 \\ \hline 250 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 26 \\ 26 \\ \hline 155 \\ 52 \\ \hline 376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ 90 \\ 45 \\ \hline 5 \end{array} \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{XC}{XB}$$



$$\frac{18}{72} = \frac{18}{108}$$

$B \triangle YCM$ по теор. 1.2

$$AY^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{64 + 36 - AY^2}{48 \cdot 96} = \frac{100 - AY^2}{96}$$

$$\frac{AY}{AB} = \frac{BY}{AC} = \frac{AZ}{YC} = 1$$

$$\frac{AY}{AC} = \frac{BC}{BM} = \frac{MZ}{ZC} = 1$$

$$BM^2 = MZ^2 + BZ^2 - 2 \cdot MZ \cdot BZ \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{BM}{BZ} = \frac{MZ}{AZ} = \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{AY}{18} = \frac{24}{X} = \frac{MZ}{48} = 1$$

$$AM^2 = \left(\frac{2BZ - 12}{3}\right)^2 + BZ^2 - 2 \cdot \frac{2BZ - 12}{3} \cdot BZ \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{AM}{AM} = \frac{BZ}{AY} = \frac{AY}{13} = 6$$

$$AY \cdot MZ = 72$$

$$BM^2 = \frac{4BZ^2 - 48BZ + 144}{3} + BZ^2 - \frac{4(BZ - 6)^2}{3}$$

$$BZ \cdot AY = 6AY \cdot$$

$$AY(BZ - 6) = 108$$

$$AY = \frac{72}{12} = \frac{3}{2BZ - 12}$$

$$= \frac{108}{BZ - 6}$$

$$2BZ - 12 = 3MZ$$