

$$\sqrt{x+4} = \alpha$$

$$\sqrt{3-y} = \beta$$

$$(3-y)^2 = 9 - 6y + y^2$$



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 6

$$\cos \alpha \quad 36 = 36 + 64 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{64 - 36}{2 \cdot 8 \cdot 6} = \frac{1}{3}$$

- 1) [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

- 2) [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии



$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

$$2x - 3y$$

$$\begin{cases} 3x - 2y - 4 = 0 \\ -3x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$12 - x - y^2$$

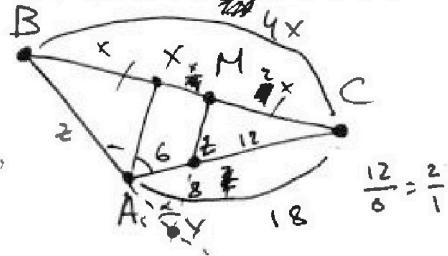
$$12 - 4x + 3x - y^2 =$$

- 3) [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.

- 4) [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

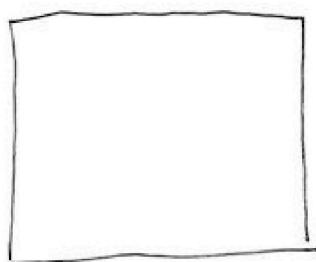
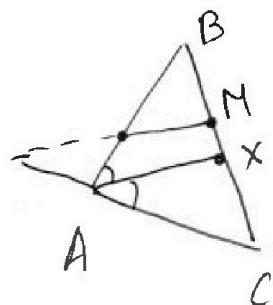
- 5) [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{2x}{2x} - \frac{x^2}{6} \cdot \frac{6}{6+2} &= \begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases} \\ \frac{12}{6+2} &= 1 \quad 6+2=12 \quad z=6. \end{aligned}$$



- 6) [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

- 7) [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



$$\begin{aligned} \dots & \dots \\ C_2 & \frac{49!}{C_{49}} = \frac{49!}{2! \cdot 47!} = \\ 4 & \\ & = \frac{6}{48 \cdot 49} = \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |  |                               |                               |                               |                               |                               |                               |
|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| 1<br><input checked="" type="checkbox"/> | 2<br><input type="checkbox"/> | 3<br><input type="checkbox"/> | 4<br><input type="checkbox"/> | 5<br><input type="checkbox"/> | 6<br><input type="checkbox"/> | 7<br><input type="checkbox"/> |
|--|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1.

Дано:

$$\{a_n\} \div$$

$$a_1 = 12 - 12x$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = (-6x^2)$$

Найти:

$$x - ?$$

Решение:

$$1) a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_2 = a_1 + d = 12 - 12x$$

$$a_4 = a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2$$

$$a_8 = \cancel{a_1 + 7d} = -6x^2$$

$$\begin{cases} a_1 + d = 12 - 12x \\ a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 \quad (1) \\ a_1 + 7d = -6x^2 \end{cases}$$

$$\text{из } (1) \Rightarrow a_1 = (x^2 + 4x)^2 - 3d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 + 4x)^2 - 2d = 12 - 12x \quad | \cdot 2 \\ (x^2 + 4x)^2 + 4d = -6x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x^2 + 4x)^2 - 4d = 24 - 24x \quad (2) \\ (x^2 + 4x)^2 + 4d = -6x^2 \quad (3) \end{cases}$$

$$(2) + (3) \Rightarrow 3(x^2 + 4x)^2 = 24 - 24x - 6x^2$$

$$3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = 24 - 24x - 6x^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = 24 - 24x - 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

Воспользуемся схемой Горнера:

	3	24	-54	24	-24
-2	3	18	18	-12	0
-2	3	12	-6	0	

$$\begin{cases} x = -2 \\ 3x^2 + (2x - 6) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases} \quad \frac{\partial}{4} = 4 + 2 = 6$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = -2 \pm \sqrt{6} \end{cases}$$

Ответ:  $-2; -2 \pm \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из \_\_\_\_\_

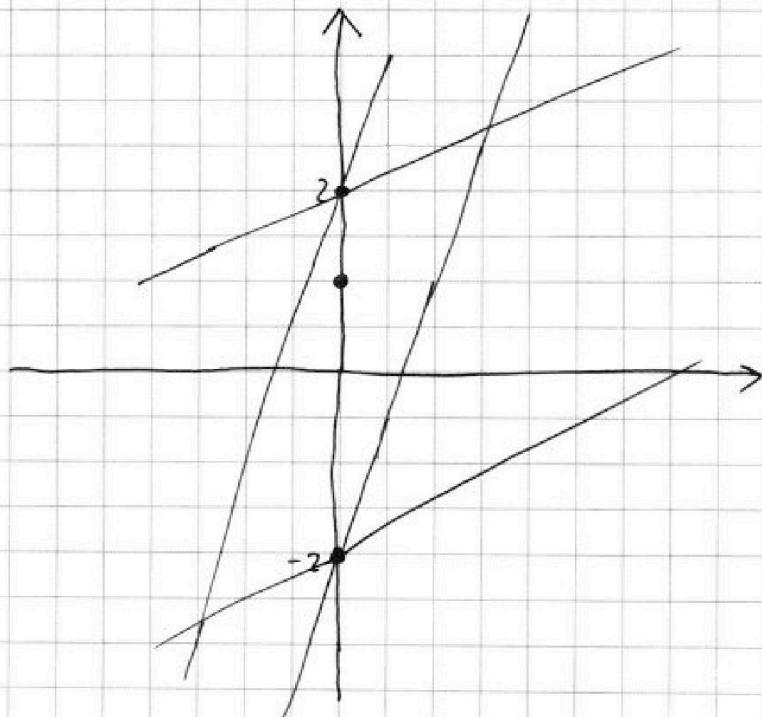
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2.

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -2x + 3y \leq 6 \\ 2x - 3y < 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} 3x - 2y \leq 4 \\ 3x - 2y > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -3x + 2y \leq 4 \\ 3x - 2y < 0 \end{cases} \end{cases}$$



Система задаёт фигуру на плоскости,

ограниченной прямыми  $y = \frac{2}{3}x + 2$ ;  $y = \frac{2}{3}x - 2$

$$y = \frac{3}{2}x + 2; y = \frac{3}{2}x - 2$$

На графике видно, что  $x_{\min}$  и  $y_{\min}$

задаётся т. пересечения  $\ell_1: y = \frac{3}{2}x + 2$  и

$$\ell_2: y = \frac{3}{2}x - 2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{2}x + 2 = \frac{2}{3}x - 2 \quad | \cdot 6$$

$$9x + 12 = 4x - 12$$

$$5x = -24$$

$$x = -\frac{24}{5} \Rightarrow x_{\min} = -\frac{24}{5}$$

$$y_{\min} = \frac{3}{2}x + 2 = -\frac{3 \cdot 24}{5} + 2 = -\frac{36}{5} + 2 = \frac{-36+10}{5} = -\frac{26}{5}.$$

$$(10x + 5y)_{\min} = -\frac{24}{5} \cdot 10 - \frac{26}{5} \cdot 5 = -48 - 26 = -74.$$

Ответ: -74

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 3.

Упростим A и B.

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = \\ &= (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13). \end{aligned}$$

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2).$$

Рассмотрим случай, когда  $B = 17P^2$ ,  $A = 15g^2$

$$\left. \begin{array}{l} m \in \mathbb{N} \\ n \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow (mn) \in \mathbb{N}$$

$$\text{тыч} \quad mn = l, \text{ тогда } B = \underbrace{l}_{\in \mathbb{N}} (\underbrace{m - 2n - 2}_{\in \mathbb{N}}) = 17P^2$$

т.к. оба сомножителя натуральны, то

$$\begin{array}{l} \boxed{\begin{array}{l} mn = 17 \\ mn = 17P \\ mn = 17P^2 \\ mn = l \end{array}} \Rightarrow \begin{array}{l} l = 17 \\ l = 17 \\ l = 17 \\ l = 1 \end{array} \\ \begin{array}{l} m = \frac{17}{n} \\ m = \frac{17P}{n} \\ m = \frac{17P^2}{n} \\ m = 1 \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{\begin{array}{l} m = \frac{17}{n} \\ m = \frac{17P}{n} \\ m = \frac{17P^2}{n} \\ m = 1 \end{array}} \Rightarrow \begin{array}{l} m = \frac{17}{n} \\ m = \frac{17P}{n} \\ m = \frac{17P^2}{n} \\ m = 1 \end{array} \\ \cancel{\begin{array}{l} n = 1 \\ n = 1 \\ n = 1 \\ n = 1 \end{array}} \quad \begin{array}{l} (m = 1) \text{ не подходит} \\ (n = 1) \text{ не подходит} \end{array} \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad n = 17: \quad \begin{cases} m = 1 & (\text{не подвх. под уш.}) \\ m = p & \Rightarrow \\ m = p^2 \end{cases}$$

~~$$17p(p - 34 - 2) = 17p^2 \quad \emptyset$$~~

$$17p^2(p^2 - 36) = 17p^2$$

$$p^2 - 36 = 1$$

$$p^2 = 37 \Rightarrow \cancel{p} \text{ - не простое } \emptyset$$

$$\textcircled{2} \quad n = 1: \quad \begin{cases} m = 17 \\ m = 17p \\ m = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17(17-4) = 17p^2 & (\text{не подходит}) \\ 17p(17p-4) = 17p^2 \\ 17p^2(17p^2-4) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17p - 4 = p & (\text{не подходит}) \\ 17p^2 = 5 & (\text{не подходит}). \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad n = p: \quad \begin{cases} m = 17 \\ m = 17p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 17p^2(17p - 2p - 2) = 17p^2 \\ 17p(17 - 2p - 2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 15p = 3 & (\text{не подходит}) \\ 3p = 15 \end{cases}$$

$$p = 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{4} \quad n = p^2 : \quad m = 17$$

$$17p^2(17 - 2p^2 - 2) = 17p^2$$

$$17 - 2p^2 - 2 = 1$$

$$-2p^2 = -14 \quad \text{(не подходит)}$$

$$\textcircled{5} \quad n = 17p : \quad \begin{cases} m = 1 \\ m = p \end{cases}$$

$$17p(1 - 34p - 2) = 17p^2$$

$$17p^2(p - 34p - 2) = 17p^2$$

$$35p = -1 \quad (\text{не подх.})$$

$$-33p - 2 = 1 \quad (\text{не подх.})$$

$$\textcircled{6} \quad n = 17p^2 : \quad m = 1$$

$$17p^2(1 - 34p^2 - 2) = 17p^2$$

$$34p^2 + 1 = 1$$

$$34p^2 = 0 \quad (\text{не подх.})$$

если  $B = 17p^2$ , то  $p = 5 \Rightarrow B = 425$ ,

~~$$mn(m - 2n - 2) = 428$$~~

при этом по решению видно, что  $\begin{cases} m = 17 \\ n = 5 \end{cases}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
4 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Найдем  $(m; n) = (17; 5)$  & A.

$$A = (17 - 10)(17 - 10 + 13) = 7 \cdot 20 = 140 \neq 15q^2,$$

т.е. q - простое.

② Рассмотрим случай, когда  $A = 17p^2$

Пусть  $m - n = l \in \mathbb{N}$ , тогда

$$A = l(l + 13)$$

③  $l = 1$ :  $l + 13 = 17p^2$

$$14 = 17p^2 \text{ (не подходит)}$$

④  $l = p$ :  $l + 13 = 17p$

$$13 = 16p \text{ (не подходит)}$$

⑤  $l = p^2$ :  $l + 13 = 17$

$$p^2 = 4$$

$p = ?$

$p = -2$  (не подх. под уш.)

⑥  $l = 17$ :  $l + 13 = p^2$   
 $30 = p^2$  (не подх.)

⑦  $l = 17p$ :  $l + 13 = p$   
 $16p = -13$  (не подх.)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
5 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{c) } \quad l \cdot m = 17P^2 : l + 13 = 1$$

$$17P^2 = -12 \text{ (не подходит)}$$

если  $A = 17P^2$ , где  $P$  - простое, то  
 $l = 4$

$$m - 2n = 4 \Rightarrow B = 2mn = 15q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{15q^2}{2n}$$

т.к.  $m \in \mathbb{N}$ , то  $q^2 \mid 2$ , тогда  $q = 2$

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ 2mn = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n(2n+4) = 30 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2n^2 + 4n - 30 = 0 \\ m - 2n = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n^2 + 2n - 15 = 0 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \quad \frac{D}{4} = 1 + 15 = 4^2$$

$$\begin{cases} n = -1 - 3 < 0 \\ n = -1 + 3 \\ m - 2n = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} n = 2 \\ m - 4 = 4 \\ m = 8 \end{cases}$$

Ответ:  $(8; 2)$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 4.

Дано:

$\triangle ABC$

$AZ$  - бисс-са

$M$  - сер.  $BC$

$\ell \parallel AX; M \in \ell$

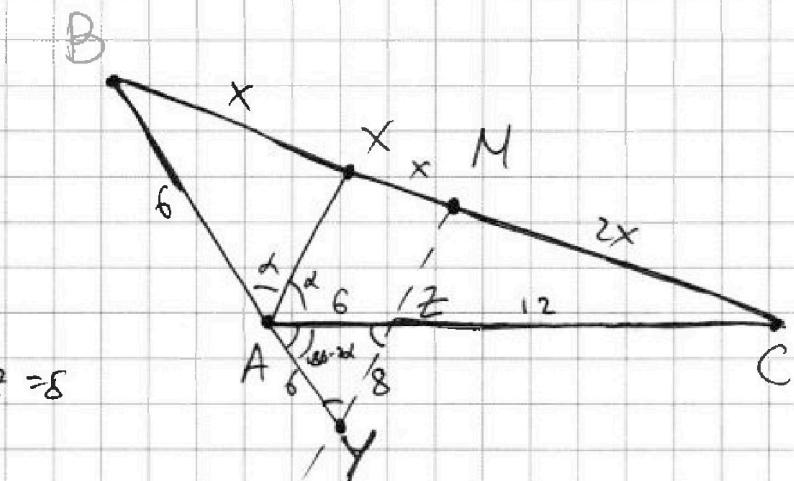
$\ell \cap [AC] = Z$

$\ell \cap [BA] = Y$

$$AC = 18; AZ = 6; YZ = 8$$

Найти:

$BC - (?)$



Решение:

1)  $\text{Нусть } \angle BAX = \angle XAZ = \alpha, \text{ тогда } \angle ZAY = 180^\circ - 2\alpha$

2)  $\angle XAZ \text{ и } \angle MZA$  - <sup>соотв.</sup> односторон. при  $AX \parallel MZ \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle XAZ + \angle MZA = 180^\circ \Rightarrow \angle MZA = 180^\circ - \alpha \Rightarrow$$

$\Rightarrow (\text{об-бо смежн.} \angle) \angle AZY = \alpha \Rightarrow (\text{теорема о сум.} \angle \triangle) \angle AYZ = \alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow (\text{причн.}) \triangle AZY - p/6 \triangle \Rightarrow (\text{изп.}) AY = AZ = 6$

3)  $AX \parallel ZM \Rightarrow (\text{т. Паскаля}) \frac{XM}{MC} = \frac{AZ}{ZC} = \frac{1}{2}$

4)  $\text{Нусть } MC = 2x, \text{ тогда } XM = x, BX = x$

5)  $\triangle ABC: \text{т. Менелая} \quad \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{6}{6+AB} = 1 \Rightarrow 6 + AB = 12 \Rightarrow AB = 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6) \triangle AZX; \quad 36 = 26 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{8^2 + 6^2 - 36}{2 \cdot 8 \cdot 6}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

~~3~~  
~~2~~  
~~1~~

~~7)  $\triangle ABC$ : т. косинусов~~

~~7)  $\triangle XYZ$ : т. косинусов.~~

~~4~~

$$7) \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = -\frac{1}{9}.$$

$$8) \triangle ABC: \text{т. косинусов} \quad BC^2 = 36 + 324 + 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \frac{1}{9}$$

$$BC^2 = 360 + 24 = 384 = \cancel{16 \cdot 12 \cdot BC} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{2^6 \cdot 6} = 2^3 \sqrt{6} = 8\sqrt{6}.$$

$$\text{Ответ: } BC = 8\sqrt{6}.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1    2    3    4    5    6    7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6.

✓  
Края существует ровно 4 варианта  
поворота с двумя токами таким,  
что после поворота они вновь окажутся  
в узлах сетки.

Тогда количество способов перекраски  
составляет  $\frac{C_{49}^2}{4} = \frac{49!}{2! \cdot 47!} = \frac{48 \cdot 49}{2 \cdot 4} = 6 \cdot 49 = 294$ .

Ответ: 294.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

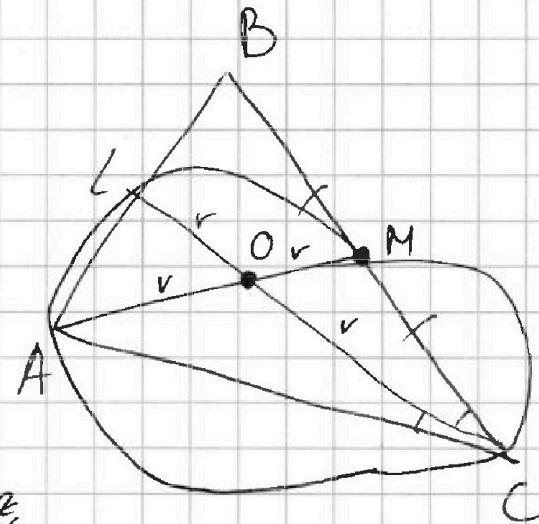
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$\begin{cases} 12 - 12x = a_1 + d & (1) \\ (x^2 + 4x)^2 = a_1 + 3d & (2) \\ -6x^2 = a_1 + 7d & (3) \end{cases}$$

$$(1) - (3) \Rightarrow 12 - 12x - (-6x^2) = 0$$

$$a_1 = -6x^2 - 12x + 12$$



$$(\sqrt{3y} - \sqrt{3x})^2 = (\sqrt{3y} - 2\sqrt{3xy} + \sqrt{3x})^{x=2y} = 0. \quad (x+y)(3-y) = 0.$$

$$\begin{cases} 12 - 12x = (x^2 + 4x)^2 - 3d + d \\ -6x^2 = (x^2 + 4x)^2 - 3d + 7d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12 - 12x = (x^2 + 4x)^2 - 2d \cdot (2) \\ -6x^2 = (x^2 + 4x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24 - 24x = 2(x^2 + 4x)^2 - 4d \\ -6x^2 = (x^2 + 4x)^2 + 4d \end{cases}$$

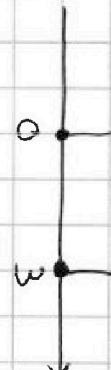
$$24 - 24x - 6x^2 = 3(x^2 + 4x)^2$$

$$24 - 24x - 6x^2 = 3(x^4 + 8x^3 + 16x^2)$$

$$24 - 24x - 6x^2 = 3x^4 + 24x^3 + 48x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0.$$

$$\begin{aligned} & \boxed{\textcircled{1}} \quad x^2 + x - 12 = 0 \\ & D = 7^2 \\ & x_1 = \frac{-1 + 7}{2} = 3 \\ & x_2 = \frac{-1 - 7}{2} = -4 \end{aligned}$$



1  
2  
3  
4  
5  
6  
7



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 8 & 18 & 8 & -8 \\ \hline -1 & & 7 & 11 & & \\ \hline -2 & 1 & 6 & 6 & -4 & 0 \\ \hline -2 & 1 & 4 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} x=y \\ x \geq 0 \end{cases}$$

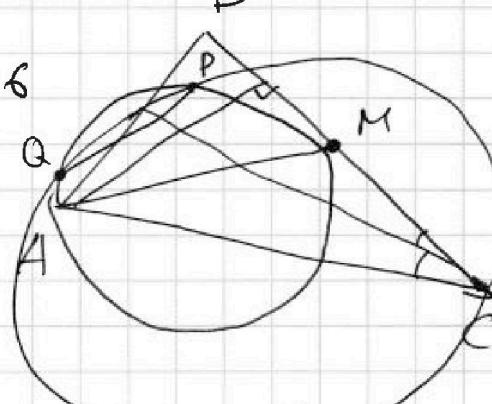
$$\begin{array}{c|cc|c} 5 & & 5 & 5 \\ \hline x & \left| \begin{array}{c} + \\ + \\ - \end{array} \right. & \left| \begin{array}{c} 5 \\ 5 \\ -2 \end{array} \right. & 5 \\ \hline & & & 3 \end{array}$$

$$x = -2$$

$$x^2 + 4x - 2 = 0 \quad \frac{D}{4} = 4 + 2 = 6$$

$$x = -2$$

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$



$$(x^2 + 4x)^2 \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow -6x^2 < (x^2 + 4x)^2 \\ -6x^2 < 0 \end{array} \right.$$

$$a_8 < a_4 \Rightarrow d < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 - 12x > (x^2 + 4x)^2$$

$$x = -2: \quad 36 > 16 - \text{верно}$$

$$x = -2 + \sqrt{6}: \quad 12 + 24 - 12\sqrt{6} > 4 \rightarrow \text{верно}$$

$$x = -2 - \sqrt{6}: \quad 12 + 24 + 12\sqrt{6} > 4 - \text{верно.}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = ((-2 + \sqrt{6})^2 + 4(-2 + \sqrt{6}))^2 = (10 - 4\sqrt{6} - 8 + 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 28 \\ \hline 224 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 29 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 841 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^2 \\ \times 44 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$2g < \sqrt{864} < 30$$

$$(10 + 4\sqrt{6} - 8 - 4\sqrt{6})^2 = 2^2 = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = 17 p^2 = 17 \cdot 2^2 = 17 \cdot 4 = 68 = 17 \cdot 2 \cdot 2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$\boxed{n = 3e}$$

$$m = 6l + 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m - 2n = 34 \\ m - 2n + 13 = 2 \end{array} \right.$$

$$l(l+13)$$

$$\text{if } l = 1 : 14$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m - 2n = 68 \\ m - 2n + 13 = 1 \end{array} \right.$$

$$l = 17 : 17 \cdot 30$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = 1 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 49 \\ \hline 294 \end{array}$$

$$l = 2 : 2 \cdot 15 = 30$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m - 2n = 17 \\ m - 2n + 13 = 4 \end{array} \right.$$

$$l = 4 : 4 \cdot 17$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m - 2n = 4 \\ m - 2n + 13 = 1 \end{array} \right.$$

$$l = 34 : 34 \cdot (47)$$

$$m - 2n = 1$$

$$l = 68 : 68 \cdot 81 =$$

$$m - 2n = 4$$

$$\Rightarrow 2mn = 15q^2$$

$$\frac{2mn}{15} = q^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 8 + 2t \\ n = 2 + t \end{array} \right.$$

$$t \in \mathbb{Z} \cap [-1; +\infty).$$

$$\text{rest}(l; 5) 01234$$

$$\text{rest}(6l; 5) 01234$$

$$\text{rest}(6l+4; 5) 40123$$

$$8 + 6l - 4 = 5r$$

$$r = \frac{4+6l}{5}$$

$$m = 4 + 6l$$

$$\begin{array}{c} 10 \\ 3 \end{array}$$

$$30(10 - 6 - 2) = 30 \cdot 2 = 60$$

$$B = 6 \cdot (6 - 2 - 2) = 6 \cdot 2 = 12$$

$$\frac{60}{15} = 4.$$

$$t = 3l - 2$$

$$t = 5r - 4$$

$$5r = 3l + 2$$

$$16 \cdot (8 - 4 - 2)$$

$$200$$

(~~200~~)

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 + t = 3l \\ 8 + 2t = 5r \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 + t = 3l \\ 4 + t = 5r \end{array} \right.$$

$$r = \frac{3l+2}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 + t = 3l + 2 \\ t = 3l - 2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8 + 2t = 5r \\ m = n = \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4 + t = 5r \\ r = \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(17P^2; 1); (P; 17); \quad (\cancel{17P}; P); \quad (\cancel{17}, P^2)$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n =$$

$$= (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

$$\textcircled{1} \quad A = 17P^2$$

$$B = 15g^2$$

$$\begin{cases} (m - 2n) = 17 \\ (m - 2n + 13) = P^2 \end{cases} \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} (m - 2n) = 17P \\ (m - 2n + 13) = P \end{cases}$$

$$16P = -13 \emptyset$$

$$\begin{cases} m - 2n = 17P^2 \\ m - 2n + 13 = 1 \end{cases}$$

$$1 = 17P^2 \emptyset$$

$$\begin{cases} m - 2n = 1 \\ m - 2n + 13 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = 17P^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = P^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = 17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n = P \end{cases}$$

$$\begin{cases} m - 2n + 13 = 17P \end{cases}$$

$$\begin{aligned} P^2 &= 17 \emptyset \\ P^2 &= 4 \\ P &= 2 \end{aligned}$$

$$P + 13 = 17P$$

$$16P = 13 \emptyset$$

$$\textcircled{2} \quad A = 15g^2$$

$$B = 17P^2$$

$$\begin{array}{c|ccccc} m & 17 & g & 17 & P^2 \\ \hline 17 & P & P & P & P \\ P & 17 & P & P & P \\ P & P & 17 & P & P \\ 17 & P & P & 17 & P \\ 17 & 1 & 1 & 1 & P \end{array}$$

$$l(m - 2n - 2).$$

$$17 - 2 = P^2 \emptyset$$

$$17P - 2 = P \emptyset$$

$$17P^2 - 2 = 1 \emptyset$$

$$\cancel{17} - 2 = 17P^2 \emptyset$$

$$P^2 - 2 = 17 \emptyset$$

$$P - 2 = 17P$$

$$P \emptyset$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} - \cancel{\sqrt{12-x-y^2}} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} - \cancel{\sqrt{12-x-y^2}} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{array} \right. \quad (2)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} x=y \\ x \geq 0 \end{array} \right. - \text{решение ур-я } (2)$$

Тогда решим ур-е (1) при  $\left\{ \begin{array}{l} x=y \\ x \geq 0 \end{array} \right.$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{x+4} = a$$

$$\sqrt{3-x} = b, \text{ тогда}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab}$$

$$\text{т. } \sqrt{x+4} > \sqrt{3-x}$$

$$\sqrt{a} > \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 2\sqrt{ab} - 5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

□

1

1

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!