



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

✓ 1

$$a_3 = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 = 3x^2$$

$$a_9 = a_5 + 4d$$

$$a_9 = a_3 + 6d$$

$$\begin{cases} 3x^2 = 3x + 3 + 6d \\ 3x^2 = (x^2 + 2x)^2 + 4d \end{cases}$$

$$a_5 = a_3 + 2d$$

d - разность ап. прогрессии

$$\begin{cases} x^2 - x - 1 = 2d \\ 3x^2 - x^2(x+2)^2 + 4d \end{cases}$$

$$(x^2 + 2x)^2 = 3x + 3 + 2d$$

$$x^2(x+2)^2 = 3(x+1) + 2d$$

$$2x^2 - 2x - 2 = 3x^2 - x^2(x+2)^2$$

$$2x^2 - 2x - 2 = x^2(3 - x^2 - 4x - 4)$$

$$2x^2 - 2x - 2 = x^2(-x^2 - 4x - 1)$$

Проверка корня $x = -1$

$$a_3 = -3 + 3 = 0$$

$$a_5 = (-1 - 2)^2 = 1$$

$$2x^2 - x^2(-x^2 - 4x - 1) = 2x + 2$$

$$a_9 = 3$$

$$2x^2 + x^2(x^2 + 4x + 1) = 2x + 2$$

$$d = 0,5$$

$$x^2(x^2 + 4x + 3) = 2x + 2$$

$$a_{11} = 0,5$$

$$x^2(x+1)(x+3) = 2(x+1)$$

$$a_5 = 1$$

$$x^2(x+1)(x+3) - 2(x+1) = 0$$

$$a_6 = 1,5$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$a_7 = 2$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$a_8 = 2,5$$

$$\begin{cases} x+1=0 \\ x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} x+1=0 \\ (x+1)(x^2 + 2x - 2) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$a_9 = 3$$

$$(1) \quad x = -1$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ - x^3 - x^2 \\ \hline 2x^2 + x \\ - 2x^2 - 2 \\ \hline x \end{array}$$

$$(2) \quad x+1=0$$

$$\begin{array}{l} \cancel{x+1=0} \\ x^2 + 2x - 2 = 0 \end{array} \quad (2)$$

$$(2) \quad \frac{D}{4} = 1 + 2 = 3$$

$$x_1 = \sqrt{3} - 1$$

$$x_2 = -\sqrt{3} - 1$$

Ответ: $x \in \{-1; \sqrt{3} - 1; -\sqrt{3} - 1\}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 & (1) \\ |3x - y| \leq 1 & (2) \end{cases}$$

~~$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 1 \end{cases}$$~~

$$(1) \begin{cases} x - 3y \geq -3 \\ x - 3y \leq 3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x - y \leq 1 \\ 3x - y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq 3x-1 \\ y \leq 3x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \end{cases} \quad \begin{cases} y+1 \geq 3x \\ y-1 \leq 3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y+1) \\ x \leq 3(y+1) \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \geq y-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3(y-1) \\ x \leq 3(y+1) \\ x \leq \frac{y+1}{3} \\ x \geq \frac{y-1}{3} \end{cases} \quad \begin{aligned} 2x &\leq (y+1)(3+\frac{1}{3}) \\ 2x &\leq (y+1)(\frac{10}{3}) \\ 6x &\leq 10(y+1) \\ 6x &\geq 10(y-1) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x \leq 3(1-y) \\ x \leq 3(y+1) \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \leq 1-y \end{cases}$$

$$8x \leq 3 - 3y + 3y + 3 + y + 1 + 1 - y \quad 8x \leq 8$$

$$x \leq 1 \text{ макс. значение } x = 1.$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3} \leq 1-y \\ \frac{x}{3} \leq y+1 \\ 3x \leq y+1 \\ 3x \leq 1-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \leq 1 - \frac{x}{3} \\ y \geq \frac{x}{3} - 1 \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 1 - 3x \end{cases} \quad \begin{aligned} 2y &\leq 2 - \frac{x}{3} - 3x \\ 2y &\leq 2 \end{aligned}$$

Возможно что $x \geq 0, y \geq 0$, т.к. иначе 6 квадрантах будет получаться больше значение, т.к. первому

значение: б) в 1-й четверти с учетом граничного значения: в) в 1-й четверти с учетом граничного значения:

Возможно и получаем эти данные, если это 2 уравнения
 $\Rightarrow x=0, y=1$ Ответ: 4



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н/з

$$\begin{aligned} A &= m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9) \\ B &= m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3) \end{aligned}$$

$$A = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(m+n-3)$$

$$1) A = 13p^2$$

$$B = 75q^2$$

$$\begin{cases} (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \\ mn(m+n-3) = 75q^2 \end{cases}$$

Найдем значение, которое удовлетворяет совместности справа и личину ур-ю

$$\begin{cases} m+n=13 \\ p=2 \end{cases}$$

$$13p-9=p \\ 12p=9 \quad \emptyset$$

$$\begin{cases} m+n=25 \\ p=5 \end{cases}$$

$$p-9=13p \\ +12p=9 \quad \emptyset \\ -8=13p^2 \quad \emptyset$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$13p^2 = 10 \quad \emptyset$$

$$m+n=13$$

$$\begin{cases} mn = \frac{15}{2} \cdot 9^2 \\ m+n=13 \end{cases}$$

9 должно быть
столицей \Rightarrow eq.
также ур. можно = 2

$$mn = 15 \cdot 2$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m+n=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=3 \\ n=10 \\ m=10 \\ n=3 \end{cases}$$

- одно из решений

$$\begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=13 \\ m+n-9=p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=p^2 \\ m+n-9=13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=p \\ m+n-9=13p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=1 \\ m+n-9=13p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n=13p^2 \\ m+n-9=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn \cdot 22 = 75q^2 \\ m+n=25 \end{cases}$$

$$mn = \frac{75q^2}{22}$$

9 должно делиться
на 2 и на 11 \Rightarrow
 \emptyset



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$2) \quad A = 75q^2$$

$$B = 13p^2$$

$$(m+n)(m+n-3) = 75q^2$$

75 ^{делимое} на 1; 3; 5; 25; 15; 75
~~9~~ ^{делитель} не 1; 9; ~~9²~~ \rightarrow рассмотрим
~~9²~~ ^{делитель} не 1; 9; \rightarrow B

$$mn(m+n-3) = 13p^2$$

$$13p^2 : 1; 13; p; p^2$$

$$(m, n) \in N$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m+n-3 = p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m+n-3 = 13 \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 1 \\ m+n-3 = 13p^2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} mn = 13p^2 \\ m+n-3 = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} mn = 13p \\ m+n-3 = p \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = p \\ m+n-3 = 13p \end{cases}$$

$$\begin{cases} mn = 13 \\ m = 1 \\ n = 13 \end{cases}$$

т.к. $(m, n) \in N$ и 13 - кратно

$$14-3=p^2$$

$$p^2=11 \quad \cancel{\text{не подходит}}$$

$$\begin{cases} mn = p^2 \\ m = p \\ n = p \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2p-3 &= 13 \\ 2p &= 16 \\ p &= 8 \quad \text{- не кратно} \\ p^2+1 &= 16 \\ p^2 &= 15 \quad \text{- не кратно} \end{aligned}$$

(3), (4) - не имеют решений





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} m \cdot n = 13p \\ 13m + 13n - 39 = 13p \end{cases}$$
$$\begin{cases} m = 13 \\ n = p \end{cases} \quad 13 + p - 3 = 13p$$
$$\begin{cases} m = 13p \\ n = 1 \end{cases} \quad 13p + 1 - 3 = 13p$$
$$10 = 12p \quad \cancel{\sigma}$$
$$-2 = 0 \quad \cancel{\sigma}$$

$$\begin{cases} m \cdot n = p \\ m + n - 3 = 13p \end{cases}$$
$$\begin{cases} m = p \\ n = 1 \end{cases}$$

$$p + 1 - 3 = 13p$$
$$-2 = 12p \quad \cancel{\sigma}$$

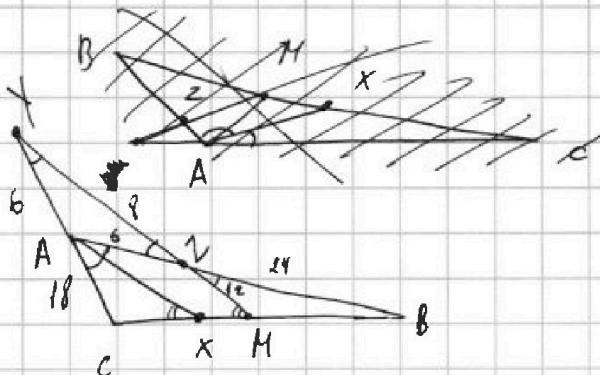
Ответ: $m = 10 ; n = 3$ $m = 3 ; n = 10$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned}\angle AYZ &= \angle 3 \Rightarrow \\ \angle AZY &= \angle 5 \\ \Rightarrow \triangle AYZ &\sim \text{RHS} \\ AZ &= AY = 6\end{aligned}$$

по т. ощущение что $\triangle CYH$ и
нр. AB:

$$\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{HB}{MC} = 1$$

$$\frac{18}{6} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{HB}{2MB} = 1$$

$$\frac{18 \cdot 8}{2 \cdot 6 \cdot ZM} = 1$$

$$ZM = 12$$

$\triangle AYZ$:

по т. синусов

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin(180 - 2\alpha)}$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{\sin 2\alpha}$$

$$\beta$$

$$\frac{6}{\sin \alpha} = \frac{8}{2 \sin \alpha \cos \alpha}$$

$$6 = \frac{4}{\cos \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned}\angle XAC &= \angle BAX \\ (\text{AX - общ.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}ZM \parallel AX &\Rightarrow \\ (\text{ao ус.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\angle YZA &= \angle XAZ \\ (\text{нашрип. общ.})\end{aligned}$$

$\angle CAZ$ - внешний

$$\angle AYZ \Rightarrow$$

$$\angle CAZ = \angle AZY + \angle AYZ$$

$$\angle AZY = \alpha$$

$$2\alpha = \alpha + x$$

$$x = \alpha$$

1. Меняю ус. $\triangle CBA$
и нр. HY

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{CM}{12} \cdot \frac{BZ}{6} \cdot \frac{6}{24} = 1$$

$$\frac{BZ}{24} = 1$$

$$BZ = 24$$

2 ZMB : по т. косинусов

$$HB^2 = 24^2 + 12^2 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 24 \cdot 12$$

$$HB^2 = 24^2 + 12^2 - 4 \cdot 24 \cdot 4$$

$$HB^2 = 144 + 144(24 - 16)$$

$$HB^2 = 144 + 24 \cdot 8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$MB^L = 144 + 192 = 336 = 21 \cdot 16$$

$$MB = 4\sqrt{21}$$

$$BC = 8\sqrt{21}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

из второго ур-я следует, что

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{y^2}, \text{ но если } x=y \quad x \geq 0 \\ y \geq 0$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{6+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{-(x^2-5x-6)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{-(x-6)(x+1)}$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2 \sqrt{-(x-6)(x+1)}$$

~~$\sqrt{6-x} = a \quad a \geq 0 \quad a^2 + b^2 = 6 - x + x + 1 = 7$~~

$$\sqrt{x+1} = b \quad b \geq 0$$

~~$\sqrt{b^2} - \sqrt{a^2} + 5 = 2\sqrt{ab} -$~~

$$\begin{cases} b - a + 5 = 2ab \\ a^2 + b^2 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1=a \\ 6-x=b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{ab} \cdot \sqrt{6} \\ a+b=7 \end{cases}$$

$$a \geq 0$$

$$b \geq 0$$

$$a+b=7$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{7-a} + 5 = 2\sqrt{a} \cdot \sqrt{7-a} \\ \sqrt{a} - \sqrt{7-a} + 5 = 2\sqrt{7a-a^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{7-a} = 2\sqrt{7a-a^2} - 5$$

ЛЛЛ

$$a + 7 - a - 2\sqrt{(7-a) \cdot a} = 4(7a-a^2) - 20\sqrt{7a-a^2} + 25$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7 - 2\sqrt{7a-a^2} = 4(7a-a^2) - 20\sqrt{7a-a^2} + 25$$

$$4(7a-a^2) - 18\sqrt{7a-a^2} + 18 = 0$$

$$\sqrt{7a-a^2} = t \quad t \geq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9^2 - 18 \cdot 4 = 81 - 72 = 9$$

$$t = \frac{9+9}{4} = \frac{9}{2} \quad 3$$

$$t = \frac{-9+9}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{7a-a^2} = 3 \\ \sqrt{7a-a^2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7a-a^2 = 9 \\ 7a-a^2 = \frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 7a + 9 = 0 \text{ (1)} \\ a^2 - 7a + \frac{9}{4} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7a-a^2 = \frac{9}{4} \\ a^2 - 7a = \frac{9}{4} = 0 \end{cases}$$

$$(1) D = 49 - 36 = 13$$

$$4a^2 - 28a + 9 = 0$$

$$a = \frac{\sqrt{13} + 7}{2}$$

~~a~~

$$\frac{D}{4} = 14^2 - 56$$

$$a = \frac{7 - \sqrt{13}}{2}$$

$$a \in [0; 7]$$

$$289 - 36 = 253$$

$$\begin{cases} x+1 = \frac{\sqrt{13} + 7}{2} \\ x+1 = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$a = \frac{\sqrt{253} + 14}{4} \quad a \in [0; 27]$$

$$a = \frac{-\sqrt{253} + 14}{4} \quad \cancel{x}$$

Orlom: $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} ; y = \frac{\sqrt{13} + 5}{2} \\ x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} ; y = \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-y}/\sqrt{6-y}/\sqrt{6-y}$$

$$6+5x-y^2 = (x+1)(6-y) + z = 6x - xy + 6 - y + z$$

$$6+5x+x+xy+y-y$$

$$6+5x-y^2 = 6+5x-y^2 - xy + x - y + xy - x + y$$

$$6+5x-y^2 = 6+5x-y^2 - (x+1)(6-y) + (1-y)(y-x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{(x+1)(6-y)} + (1-y)(y-x)$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 6-y - x-1+x+y = 2\sqrt{(x+1)(6-y)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} = \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(2) (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5) + 1 = 0 \quad (*)$$

$$\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

2 ур-е не имеет решений т.к. $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) > 0$

$$(x+y) > 0$$

$$(x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \quad (x^2 + y^2 + 5) > 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

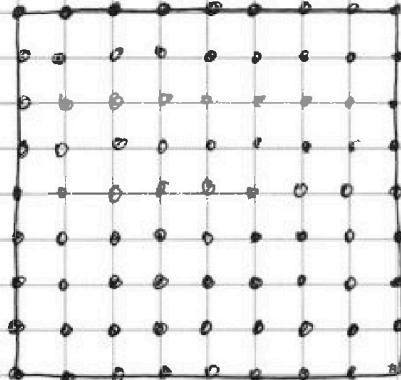
5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



006

Ваш чистъ 81

У каждого ларца чистъ солѣ
4 слоідъ поворота
или два каждого перестано-
вка обѣ поворота дает
ларца, то их однозначно
четыре есть для ларца

$81 \cdot 80$, но т.к. существует 4 ларца
4x шт. 80

$$\frac{81 \cdot 80}{4} = 20 \cdot 81 = 1620$$

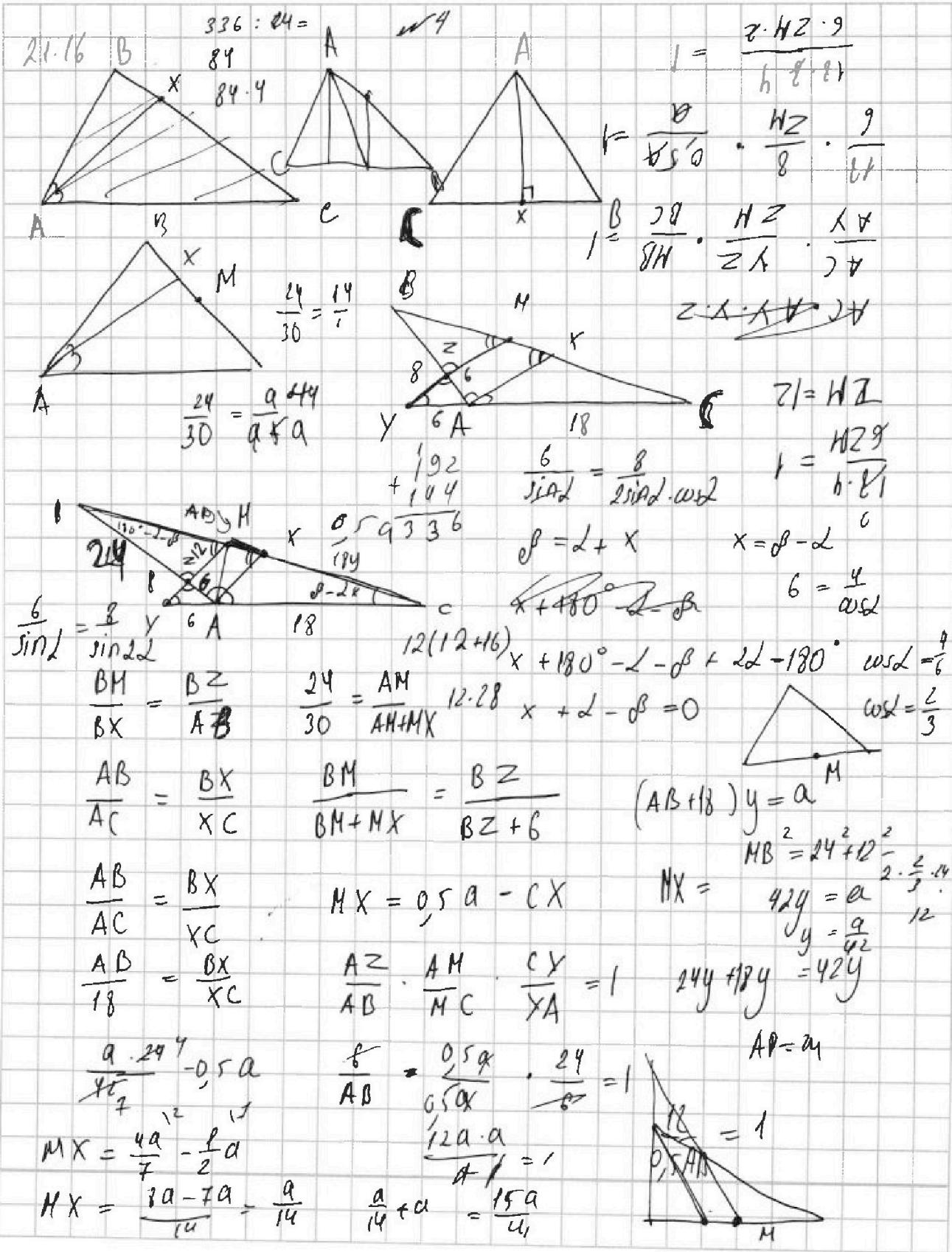
Ответ: 1620



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~5~~

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \quad (2) \end{cases}$$

$$2\sqrt{6+5x-y^2} = 2\sqrt{5+5x+1-y^2} = 2\sqrt{5(x+1) + 11-y(1+y)}$$

$$(2) x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} = 0$$

$$(x^2-y^2)(x^2+y^2) + 5(x-y)(x+y) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(x^2-y^2)(x^2+y^2+5) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2+y^2+5) + (\sqrt{x}+\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5) + (\sqrt{x}-\sqrt{y}) = 0$$

$$(\sqrt{x}-\sqrt{y})((\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y)(x^2+y^2+5) + 1) = 0$$

$$(1) \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6x-xy+6-y}$$

$$(6-y)(x+1) = 6x + 6 - xy - y$$

$$6x + 6 - xy - y$$

$$(6-y)(6+y) = 36 - y^2$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$6-y = t$$

$$x+1 = l$$

$$(6-y)(6+y) = 36 - y^2$$

$$36 - y^2 - 30 + 5x$$

$$36 - y^2 + 5l$$

$$\sqrt{6x-xy+6-y} = \sqrt{6x-tx+6-y} = \sqrt{t(-t+12)+x}$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{-t} + 5 = 2\sqrt{t(12-t) + 5l - 35}$$

$$36 - y^2 + 5x + 5 - 35$$

$$t(-t+12) + 5l - 35$$

$$y(4-y) - x(1-y)$$

$$x(y+1) + x(y-1)$$

$$(1-y)(y+1)$$

