



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 6 - 9x \\ (x^2 - 2x)^2 = a_1 + 5d \\ 9x^2 = a_1 + 9d \end{cases}$$

$a$  - первый член,  $d$  - разность прогрессии

$$\Leftrightarrow x^2(x-5)(x+1) + 2(3x^2 + 3x - 2) = 0$$

$$x^2(x-5)(x+1) = -4d$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 6d$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4)$$

Факторизация:

$$(x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$(x-1)^2((x-1)^2 - 5) = 0$$

$$x=1 \text{ или } (x-1)^2 = 5$$

$$\begin{cases} x = 1 + \sqrt{5} \\ x = 1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: 1;  $1 - \sqrt{5}$ ;  $1 + \sqrt{5}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №2.

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$\max(3y+6x) = ?$

1)  $\begin{cases} -2 \leq 2y-x \leq 2 \\ -1 \leq y-2x \leq 1 \end{cases}$       2) График:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 \leq y \leq \frac{x}{2} + 1 \\ 2x - 1 \leq y \leq 2x + 1 \end{cases}$$

3) Пусть  $\max 3y+6x = C$

Тогда  $y = -2x + \frac{C}{3}$

Свободный член  $\rightarrow \max$   
если при  $x=0$   $y \rightarrow \max$

Тогда  $\frac{C}{3} \rightarrow \max$ , в силу макс. паре.

$y = -2x + \frac{C}{3}$  проходит через Т. А

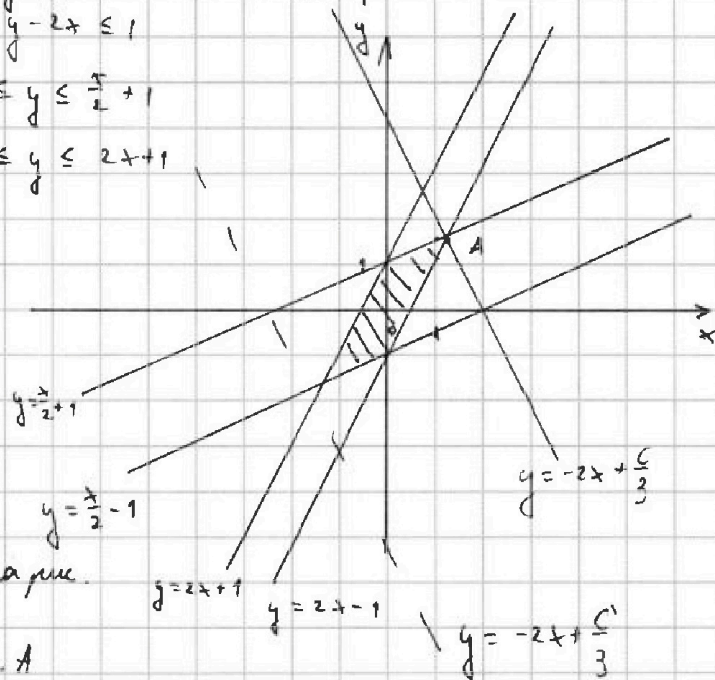
найдем её:  $\frac{x}{2} + 1 = 2x - 1$

$$\frac{3}{2}x = 2 \quad \boxed{x_A = \frac{4}{3}} \quad y_A = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

Значит:  $\frac{5}{3} = -2 \cdot \frac{4}{3} + \frac{C}{3}$

$C = 5 + 8 = 13$  - искомый максимум

Ответ: 13.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$

Задача №3.

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n \quad \rightarrow \quad A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2 + 2mn + 3n^2$$

$$11p^2, 75q^2$$

$p, q$  - простые

$(m, n) - ?$

$$B = mn(m+2n+3)$$

2) В случае, если  $B = 11p^2$ , т.к.  $p$  - простое, то:

и  $11$  - простое

$$\begin{cases} m=11 \\ n=p=m+2n+3 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} n=11 \\ m=p=m+2n+3 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n+3=11 \\ m=n=p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 11+n+3=0 \\ n=-14 \end{cases} \quad \begin{cases} 2n+3=0 \\ 2n+3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3n=2 \\ n=2/3 \end{cases}$$

~~$n = -20$~~  не подходит      нет      нет

$$\text{либо } \begin{cases} m=1 \\ n=11p \\ m+2n+3=11p \end{cases} \quad \text{нет}$$

$$\text{либо } \begin{cases} n=1 \\ m=p \\ m+2n+3=11p \end{cases} \quad \text{нет}$$

$$\text{либо } \begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ m+2n+3=11p^2 \end{cases} \quad \text{нет}$$

$$\text{либо } \begin{cases} m=11 \\ n=1 \\ m+2n+3=p^2 \end{cases} \quad \text{нет}$$

$$\text{либо } \begin{cases} m=1 \\ n=11 \\ m+2n+3=p^2 \end{cases} \quad \text{нет}$$

остальные варианты не записаны т.к. устно, что  $m+2n+3 > m$   
 $m+2n+3 > n$

3) Тогда в случае, если  $A = 11p^2$ ,  $B = 75q^2$ :

$$\begin{cases} m+2n=1 \\ m+2n+3=11p^2 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=p^2 \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases} \text{ либо } \begin{cases} m+2n=11p^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases}$$

$p^2=4$   
 $p=2$   
 $\Rightarrow m+2n=11$

$$\text{либо } \begin{cases} m+2n=p \\ m+2n-7=11p \end{cases} \quad \text{нет}$$

$$\text{либо } \begin{cases} m+2n=p^2 \\ m+2n-7=11 \end{cases} \quad \text{нет}$$

4)  $m+2n=11$ , также  $mn(m+2n+3) = 75q^2$   
 $\Rightarrow mn \cdot 20 = 75q^2$

$4mn = 15q^2$   
 $\Rightarrow$  т.е.  $q^2 \cdot 4$ , т.к.  $15/4$   
тогда возможно только если  $q=2$

5)  $m+2n=11$  т.к.  $m+2n < 15$   
 $4mn=15$  то  $\exists!$   $m=3$   
 $n=5$  или  $m=5$   
 $n=3$   
не подходит

т.к. квадрат нечет = нечет, а сумма чет + чет = чет.

Ответ: (5, 3).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

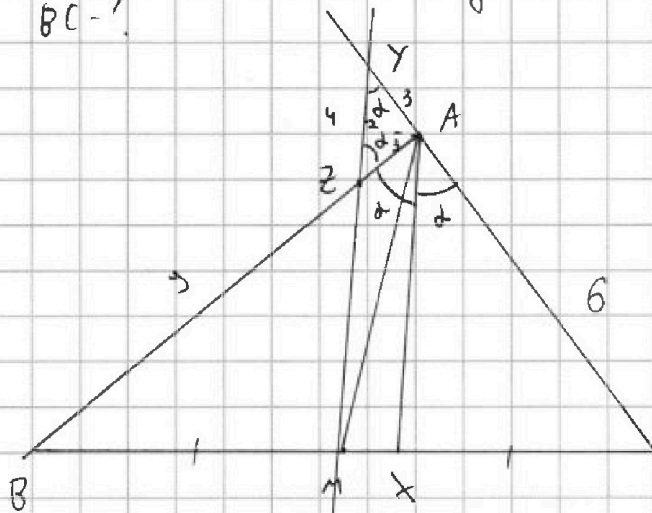
1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4.

BC = ?



$$1. \frac{AZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{AC} = 1$$

$$1. \frac{AZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$\underline{AZ = 3}$$

1) Пусть  $\angle CAx = \alpha = \angle BAx$  (длинах)

2) т.к.  $AX \parallel MY$

$$\Rightarrow \angle AZY = \alpha$$

Тогда  $\angle ZYA =$

$$= 180 - (\alpha + (180 - 2\alpha)) =$$

$$= \alpha$$

т.е.  $\triangle ZAY$  - равнобедрен

$$\Rightarrow \underline{AY = AZ = 3}$$

3) Пусть в  $\triangle ZAY$ :

$$\sin\left(\frac{180-2\alpha}{2}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3};$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 =$$

$$= 2 \cdot \frac{4}{9} - 1 = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$$

2) по т. Менелая для  $\triangle CBA$ :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{AZ}{AZ} = \frac{AY}{CY} = 1$$

" (медiana)

$$\frac{AZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$\underline{AZ = 3}$$

4) По т. Косинусов для  $\triangle BAC$ :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 2\alpha$$

$$BC^2 = 12^2 + 6^2 - 2 \cdot 12 \cdot 6 \cdot \frac{1}{9} =$$

$$= 144 + 36 + 16 = 196$$

$$\boxed{BC = 14}$$

Ответ:  $BC = 14$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

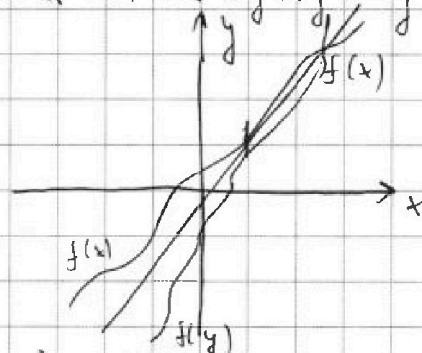
### Задача №5.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{4+5x-y^2} \quad (1) \quad 1) \text{ Заметим, что:}$$

$$\begin{cases} x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases} \quad (2) \Leftrightarrow \overset{\text{факт}}{x^3 + 3x + \sqrt{2x}} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

2)  $f(x)$  и  $f(y)$  - возрастающие

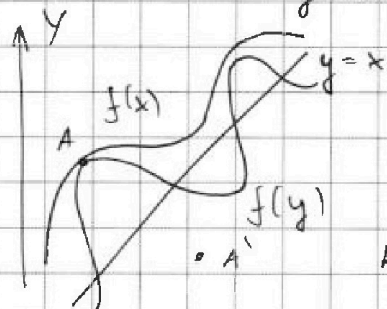
3)  $f(x)$  и  $f(y)$  симметричны  
отн.  $y=x$



Значит они могут пересекаться  
только на прямой  $y=x$ .

Док. и: пусть это не так:

$$\begin{aligned} \text{пусть } x^3 + 3x + \sqrt{2x} &= f(x) \\ y^3 + 3y + \sqrt{2y} &= f(y) \end{aligned}$$



не выполняется  $f(x) \cap f(y) = A$ ,

Тогда из симметрии  $f(x) \cap f(y) = A'$

но  $x_{A'} > x_A$  при том, что  $y_A > y_{A'}$

получим, что  $f(x)$  - убывает  
 $\Rightarrow$  противоречие

4) Тогда система эквивалентна:

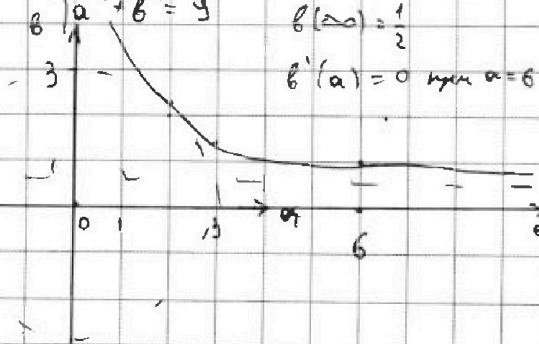
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{4+5x-x^2} \\ x=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)} \\ x=y \end{cases}$$

пусть  $\sqrt{x+2} = a$ ,  $\sqrt{7-x} = b$   
Тогда  $a^2 + b^2 = 9$

5) Да Делим:

$$\begin{cases} a-b+7=2ab & b(a)=\frac{a+7}{1+2a} \\ a^2+b^2=9 & b(\infty)=\frac{1}{2} \\ & b'(a)=0 \text{ при } a=6 \end{cases}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 6.

1) Всего способов:  $12! \cdot 120$ , из них нужно вычесть те, которые симметричны при повороте.



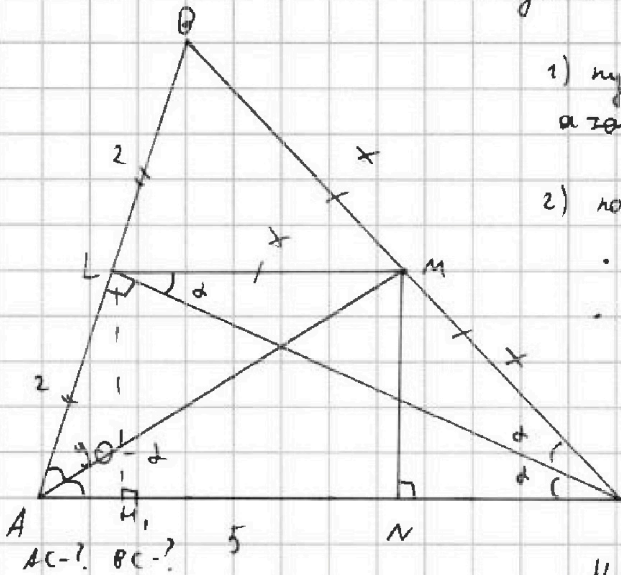
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача №7.



1) пусть  $O_1$  и  $O_2$  - центры окр.  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  а также середины  $AM$  и  $CL$

2) по св-ву пересек. окр:

- $PO \perp O_1O_2$
- по усл.  $PO \parallel BH$
- $BH \perp AC$
- $\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$

Т. е. в четырёхугольнике  $AMNO_1O_2$  отрезок, соединяющий середины сторон  $AM$  и  $O_1O_2$  - это св-во трапеции  $\Rightarrow ML \parallel AC$

3) т. к.  $AM$  - медиана, то  $\angle ANM = 90^\circ$

4)  $ML$  - сред. линия  $\Rightarrow AL = BL = \frac{AB}{2} = 2$

5)  $CL$  - биссектр., медиана  $\Rightarrow \angle CLA = 90^\circ$ ,  $\triangle ABC$  - равнобедренный  
Т. е.  $AC = BC$

6) по т. Пифагора:  $AM^2 = 25 + MN^2$ , пусть  $MN = R$

$$AM^2 = 25 + R^2$$

7) в  $\triangle ALH$ :

$$\sin(90 - \alpha) = \frac{R}{2}, \quad 2 \cos \alpha = R$$

8) в  $\triangle BCL$ :  $\sin \alpha = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$

9) по т. Косинусов:  $AM^2 = 4 + x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x \cdot \cos(90 + \alpha)$

$$\text{Тогда имеем: } \begin{cases} AM^2 = 25 + R^2 \\ R = 2 \cos \alpha \\ \sin \alpha = \frac{1}{x} \\ AM^2 = 4 + x^2 + 4x \sin \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + x^2 + 4x \cdot \frac{1}{x} = 25 + 4 \cos^2 \alpha \\ 4x^2 = 17 + 4 \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2} \\ x^4 = 21x^2 - 4 \\ x^2 = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 4^2}}{2} = \frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Т. к.  $BC = AC > 5$

$$\text{то подходит } x^2 = \frac{21 + 5\sqrt{17}}{2}$$

$$\Rightarrow AC = BC = 2 \sqrt{\frac{21 + 5\sqrt{17}}{2}} = \sqrt{42 + 10\sqrt{17}}$$

Ответ:  $AC = BC = \sqrt{42 + 10\sqrt{17}}$ .



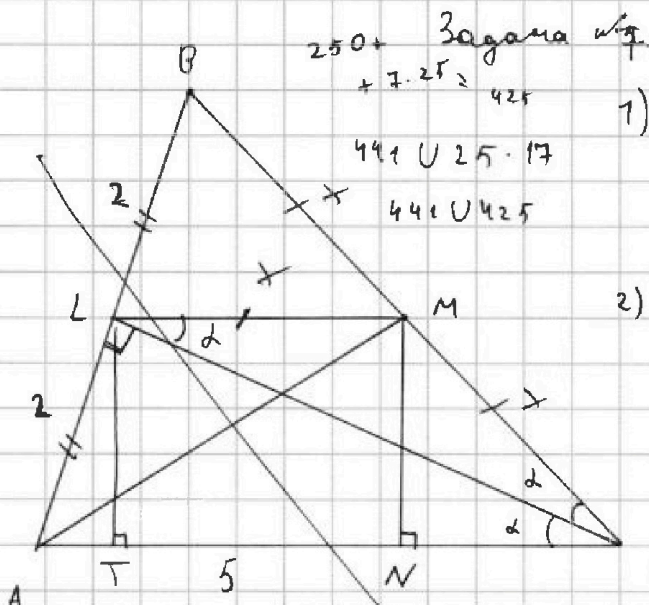


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  
  2  
  3  
  4  
  5  
  6  
  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



250 + Задача 17  
 + 7 \* 25 = 425  
 441 U 25 = 17  
 441 U 425

1) пусть  $O_1$  и  $O_2$  - центры данных окружностей, а  $PQ$  - средняя линия  $AM$  и  $CL$

2) по св-ву пересек. окружн.:

$$PQ \perp O_1O_2$$

но по усл.  $PQ \parallel BC$

$$\Rightarrow O_1O_2 \perp BC$$

$$\Rightarrow O_1O_2 \parallel AC$$

т.е. в четырёхугольнике  $ALMC$

отрезок, согл. средним двум сторонам

это св-во трапеции

$$\Rightarrow ML \parallel AC$$

AC=?  
BC=?

$$\frac{21 \pm 5\sqrt{17}}{2}$$

4)  $\triangle BLM \sim \triangle BAC$

$CK = \frac{1}{2}$  т.к.  $ML \parallel AC$ ,  $BM = MC$

$$\Rightarrow BL = AL = \frac{AB}{2} = 2$$

3) т.к.  $AM$  - диаметр одн, то

$$\angle ANM = 90^\circ$$

$$4 + x^2 + 4 = 25 + 4 \cdot \frac{x^2}{x^2}$$

$$4 + x^2 + x = 25 + x - \frac{4}{x^2}$$

$$x^4 - 21x^2 + 4 = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{21^2 - 4^2}}{2}$$

5) т.к.  $\triangle ABC$  - равн.  $CL$  - биссектр., медиана  $\Rightarrow \triangle ABC$  - равносторон.

т.е.  $BC = AC$

$$CL \perp AB$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\sin(90 - \alpha) = \frac{1}{2}$$

$$6) \frac{r}{2} = \frac{LC}{AC} = \frac{CT}{CL}$$

$$2ML \cdot r = S_{\Delta}$$

$$2x \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2x \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 4x \sin \alpha + 4 \sin^2 \alpha - 25 = 0$$

$$r = 2 \cos \alpha$$

$$\frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{2}$$

$$4 + x^2 + 4x \sin \alpha = 25$$

$$= 25 + 4 \cos^2 \alpha$$

$$x^2 + 4 + \sin^2 \alpha = 25 + x - 4 \sin^2 \alpha$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-2 \sin \alpha \pm \sqrt{4 \sin^2 \alpha - 4 \sin^2 \alpha + 25}}{-2 \sin \alpha \pm 5}$$

$$AM^2 = 4 + x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x \sin \alpha$$

$$AM^2 = 5^2 + r^2$$

$$x = 5 - 2 \sin \alpha$$

$$x = 5 - \frac{2}{x}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

$$a^2 - 2a(b-7) + (b-7)^2 = 4ab$$

$$a^2 - 6ab + 14a + b^2 - 14b + 49 = 0$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

$$a - (7-2a)(-a+7) + 7 = 2a(7-a)$$

$$2a - 7 = 2a(7-a)$$

$$a - 7 = 7a - a^2$$

$$14 \cdot 6 = 16^2 + 16 = 2^8 + 2^4$$

при  $x > \frac{5}{2}$  1 пер. 128

$$2 \cdot 4^3 - 17 \cdot 4^2 + 11 \cdot 4 + 20$$

$$2^7 - 2^8 - 2^4 + 44 + 20$$

$$-128 - 16 \quad \frac{5}{2} + 2 = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} + 7 = 7$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 > 9$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} > 2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}$$

OD 3:

$$\frac{1}{2\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2\sqrt{7-x}} = 0 \quad a_1$$

$$\begin{cases} a - b + 7 = 2ab \\ b^2 + a^2 = 9 \end{cases}$$

$$a = \frac{-7+b}{1-2b}$$

$$b^2 + \left(\frac{b-7}{1-2b}\right)^2 = 9$$

$$b^2(1-2b)^2 + (b-7)^2 = 9(1-2b)^2$$

$$(a+b)^2 = 4b^4 - 4b^3 + b^2 + b^2 - 14b + 49 - 9 + 36b - 36b^2 = 0$$

$$= 16 + a - b$$

$$-a = -x-2$$

$$-a + 9 \rightarrow 7-x = b$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} = a \\ \sqrt{7-x} = b \end{cases}$$

$$a^2 = x+2$$

$$b^2 = 7-x$$

$$-a^2 + 9 = -x + 7 = b^2$$

$$b^2 = 9 - a^2$$

$$b^2 = (3-a)(3+a)$$

$$7-x = (3-\sqrt{x+2})(3+\sqrt{x+2})$$

$$f(x) = \frac{4}{2} - \frac{4}{2} = \frac{8}{4} \quad b^2 = (8-a)(4+a)$$

$$1: 2 \cdot \frac{3}{2} + 3 \text{ max}$$

$$4x^4 - 4x^3 - 34x^2 + 22x + 40 = 0$$

$$2x^4 - 2x^3 - 17x^2 + 11x + 20 = 0$$

$$\begin{cases} x+2 > 0 \\ 7-x > 0 \end{cases} \quad [-2; 7]$$

$$\begin{cases} x > -2 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 36 & -17 \cdot 4 = \\ + 22 & = -68 \\ \hline 58 \end{matrix}$$

$$x=1 \quad f(1)=14$$

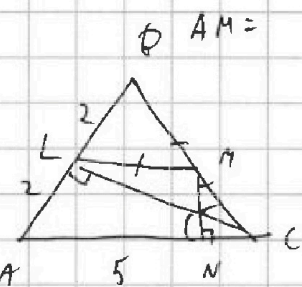
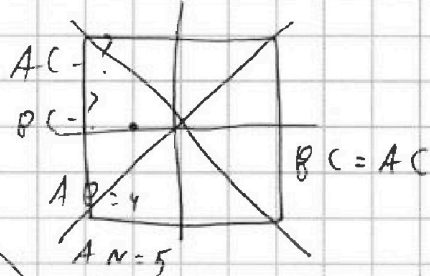
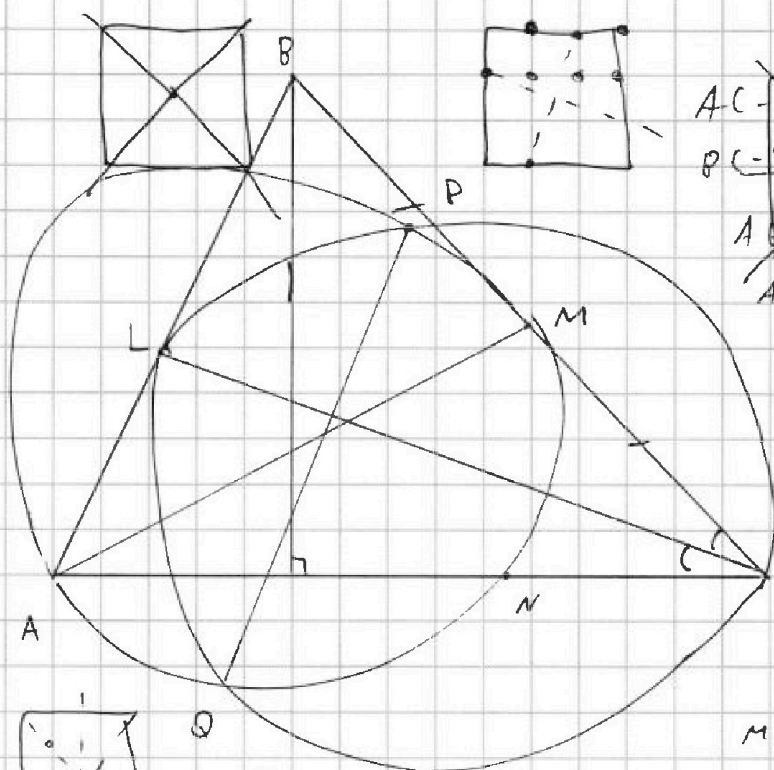


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

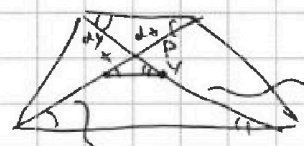
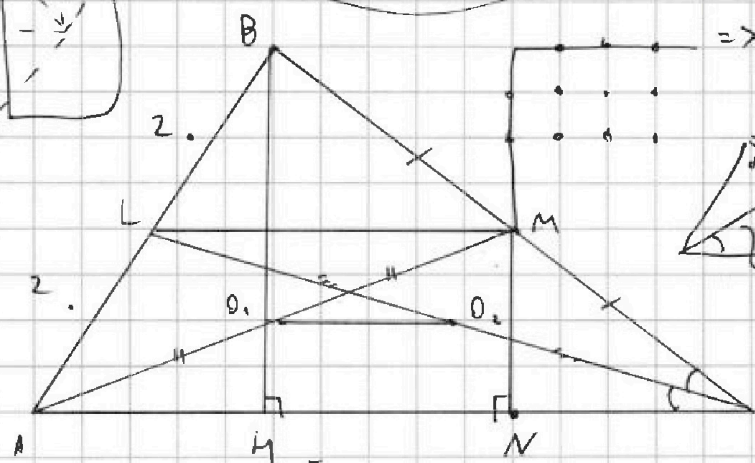
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



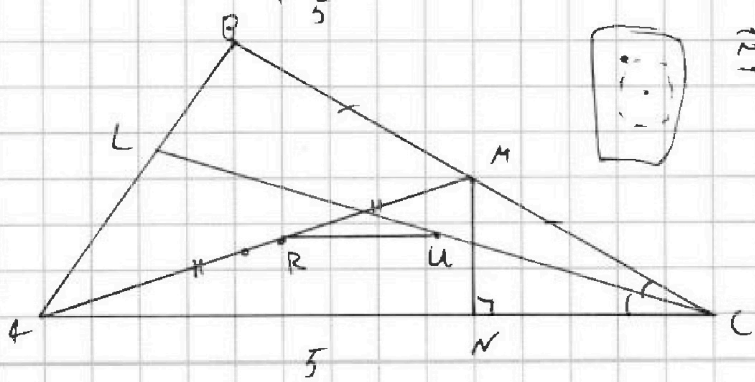
$$\frac{1}{2} AC \cdot h = S_1$$

$$ML \parallel AC \quad \frac{1}{2} ML \cdot h = S_2$$

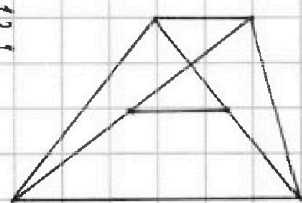
$$\Rightarrow BL = AL \quad AL \cdot h$$



$$\begin{aligned} \beta y - y &= x + dy \\ \beta x - x &= x + dy \\ \beta - d &= 2 \end{aligned}$$



121



$$\begin{aligned} &+ + + 2 \\ &121 - 1 = 117 \end{aligned}$$

120



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_\_ ИЗ \_\_

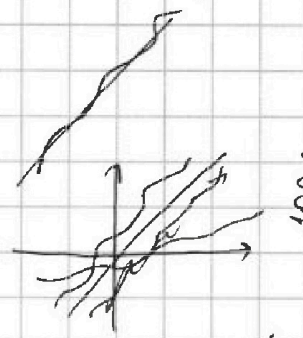
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{7+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases} \Rightarrow$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{7+5x-x^2}$$

$(x+2)(-x+7)$   
 $(5,4,1) = 21$



$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$a - b + 7 = 2ab$$

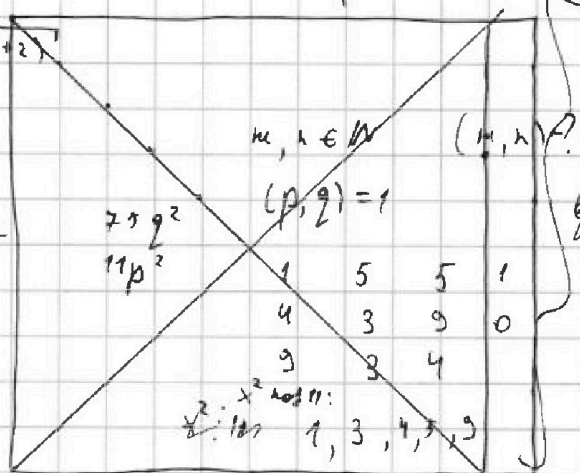
$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n =$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 3m + 4n =$$

$$= (m+2n)^2 - 7(m+2n) =$$

$$= (m+2n)(m+2n-7)$$

$$= m(m+2n+9)$$



$$75 = 3^2 \cdot 5$$

$$(m+2n)(m+2n-7) = 5^2 \cdot 3 \cdot 9^2 \cdot 8(a) = \frac{1+2a-(a+7)}{(1+2a)^2} =$$

$$m(m+2n+9) = 11p^2$$

$$m = 11, n = p = m+2n+9 \quad a = 6$$

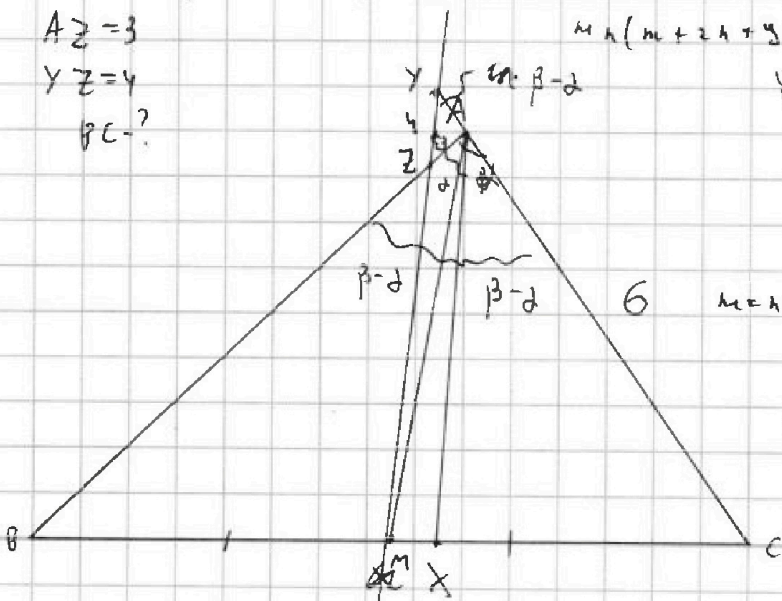
$$n = 11, 2n+m+9 = 11 \quad b(a) = 7$$

$$3n+9 = 11 \quad b = \frac{a+7}{1+2a}$$

$$a - b + 7 = 2ab \quad b = \frac{15}{13} = 1$$

$$a(1-2b) = b-7 \quad b(3) = \frac{10}{2}$$

$$a = \frac{b-7}{1-2b} = \frac{2b-2-7-b}{1-2b} = -1 - \frac{b+7}{1-2b}$$



$AZ = 3$   
 $YZ = 4$   
 $BC = ?$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 - 2x - 3x)(x^2 - 2x + 3x) = -4d$$

$$9x^2 - 6 + 9x = 6d$$

$$(x^2 - 5x)(x^2 + x) = -4d$$

$$9 + 12d$$

$$x^2(x-5)(x+1) = -4d$$

$$x^4 + x^3 - 5x^3 - 5x^2 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} 3x^2(x-5)(x+1) = -12d \\ 6(3x^2 + 3x - 2) = 12d \end{array} \right.$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

$$\underline{6(3x^2 + 3x - 2) = 12d}$$

$$(x-1)(x^3 + 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$x^2(x-5)(x+1) + 2(3x^2 + 3x - 2) = 0$$

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 \mid x+1$$

$$1 < 2$$

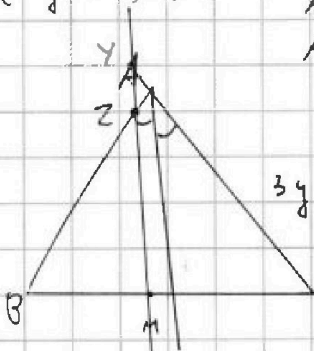
$$9 + 6 = 15$$

$$3 < 4$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$



$$\max(3y+6x) = ?$$



$$AC=6$$

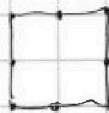
$$AZ=3$$

$$YZ=1$$

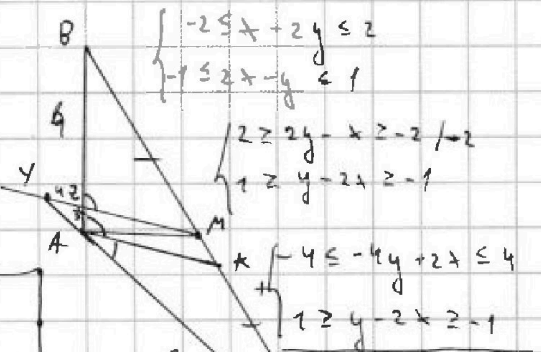
$$BC=?$$

$$3y+6x=C$$

$$y = -2x + \frac{C}{3}$$



$$11-11 = 121 \text{ углов}$$



$$\begin{cases} -2 \leq x-2y \leq 2 \\ -1 \leq 2x-y \leq 1 \end{cases}$$

$$2 \geq 2y - x \geq -2 \mid +2$$

$$1 \geq y - 2x \geq -1$$

$$-4 \leq -4y + 2x \leq 4$$

$$+ \quad 1 \geq y - 2x \geq -1$$

$$-5 \leq -4y + 2x + y - 2x \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

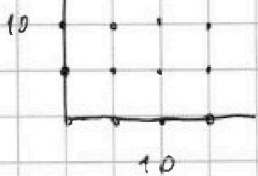
$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$

$$-5 \leq -3y \leq 5$$



$$121 \cdot$$

$$-2 \leq x-2y \leq 2$$

$$+2 \geq 2y \geq x-2$$

$$\frac{x}{2} + 1 \geq y \geq \frac{x}{2} - 1$$

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$$

$$y = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3}$$



$$(x-1)^3 - 5x + 5 = 0$$

$$(x-1)^3 - 5(x-1) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2x - 1$$

$$x + 2 = 4x - 2$$

$$3x = 4$$

$$-1 \leq y - 2x \leq 1$$

$$2x - 1 \leq y \leq 2x + 1$$