



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



✓ [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Пусть разность данной арифм. прогрессии d .

$$\text{Тогда } \begin{cases} (x^2+2x)^2 - 3x - 3 = 2d \\ 3x^2 - (x^2+2x)^2 = 4d \end{cases} \Rightarrow 3x^2 - (x^2+2x)^2 = 2((x^2+2x)^2 - 3x - 3) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^4 - 4x^3 - x^2 = 2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

Подставим $x = -1$: $1 - 4 + 3 + 2 - 2 = 0 \Rightarrow x = -1$ — корень

$$\begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \mid x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline 3x^3 + 3x^2 \\ -3x^3 - 3x^2 \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Подставим $x = -1$ в $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 : -1+3-2=0$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \mid x+1 \\ \hline x^3 + x^2 \\ -2x^2 + 0x \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

т.е. $x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x^2+2x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x^2+2x-2=0 \end{cases}$

$$(2): D = 4 + 8 = 12 . x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$$

Проверим все 3 возможных знач. x (здесь и далее — a_i — i-й член арифм. прогрессии)

① $x = -1$: $a_3 = 3x+3 = -3+3=0$, $a_5 = (1-2)^2 = 1$, $a_9 = 3 \cdot (-1)^2 = 3$

получили, что $d = 0,5$, такая прогрессия существует.

② $x = -1 - \sqrt{3}$: $a_3 = 3(-1 - \sqrt{3}) + 3 = -3\sqrt{3}$, $a_5 = ((-1 - \sqrt{3})^2 + 2(-1 - \sqrt{3}))^2 = 4(1 + 2\sqrt{3})^2 = 236 + 48 + 20\sqrt{3} = 284 + 20\sqrt{3} \neq 36$

$$a_9 = 3(-4 - \sqrt{3})^2 = 3(4 + 2\sqrt{3}) = 12 + 6\sqrt{3}$$

следовательно, что $a_5 > a_3$ но $a_5 < a_9$, противоречие,
т.е. $x = -1 - \sqrt{3}$ не подходит

получили, что $d = 2 + 1,5\sqrt{3}$, такая прогрессия существует.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1 (продолжение)

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad X = -1 + \sqrt{3} : a_3 &= 3(-1 + \sqrt{3}) + 3 = 3\sqrt{3}, a_5 = ((-1 + \sqrt{3})^2 + 2(-1 + \sqrt{3}))^2 = \\ &= (4 - 2\sqrt{3} \leftarrow 2 + 2\sqrt{3})^2 = 4 \\ a_9 &= 3(-1 + \sqrt{3})^2 = 3(4 \leftarrow 2\sqrt{3})^2 = 12 - 6\sqrt{3} \\ \text{получим, что } d &= 2 - 1,5\sqrt{3}, \text{ такая прогрессия существует.} \end{aligned}$$

Ответ: $-1, -1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}$.

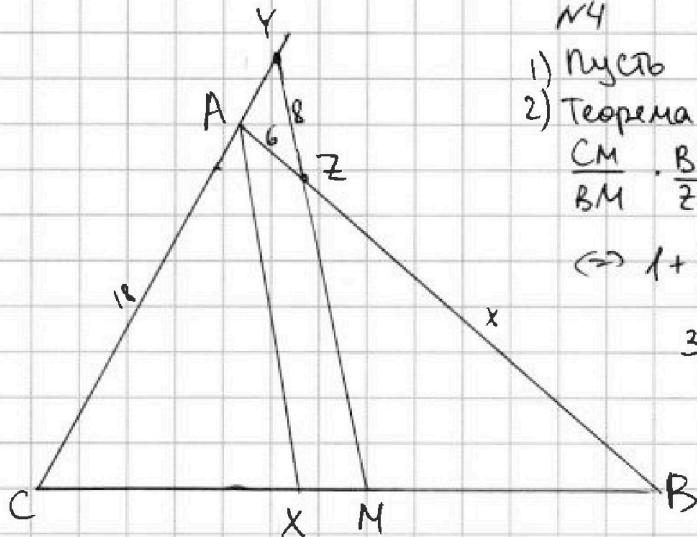
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N4

1) Пусть $BZ = x$

2) Теорема Менелая для $\triangle ABC$ и пр. YM :

$$\frac{CM}{BM} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{6} \cdot \frac{AY}{AY+AC} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{AC}{AY} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{x-6}{6}$$

3) По общему т. Фалеса для

$\triangle ABC$ и пр. AX и ZM :

$$\frac{XM}{MB} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{XM}{XB} = \frac{6}{x+6}$$

4) По общему т. Фалеса для $\triangle ACB$ и пр. AX и YM :

$$\frac{XM}{XC} = \frac{AY}{AC} = \frac{6}{x-6} \quad (\text{из } (2))$$

$$5) \text{ Из } (3), (4) \Rightarrow \frac{XB}{XC} = \frac{x+6}{6} \cdot \frac{6}{x-6} = \frac{x+6}{x-6}$$

$$6) \text{ Так как } \frac{x+6}{x-6} \text{ не может быть дробью с единицей в знаменателе, то } \frac{X}{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{6+x}{18}. \quad (5) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x+6}{x-6} = \frac{x+6}{18} \Rightarrow x=24$$

$$7) \frac{AC}{AY} = \frac{x-6}{6} \Rightarrow \frac{18}{AY} = \frac{18}{6} \Rightarrow AY=6$$

$$8) \text{ Теорема Менелая для } \triangle CYM \text{ и пр. } AB : \frac{CA}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{YZ}{ZM} = \frac{2}{3} \Rightarrow ZM = 8 : 2 \cdot 3 = 12$$

$$9) \triangle AXB \sim \triangle ZMB, \text{ т.к. } AX \parallel ZM \Rightarrow \angle XBA - \text{общий} \Rightarrow \frac{AB}{ZB} \cdot \frac{ZB}{AB} = \frac{ZM}{AX} \\ \frac{ZM}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow AX = \frac{12 \cdot 5}{4} = 15$$

$$10) \text{ Пусть } \angle CAZ = \angle BAX = \alpha, CX = 3k. \text{ Т.к. } \frac{CX}{XM} = \frac{AC}{AY} = 3, \text{ то } XM = k \\ \text{Т.к. } CM = BM, \text{ то } BM = 4k$$

$$11) \text{ Теор. косинусов в } \triangle CAZ: 9k^2 = 324 + 225 - 2 \cdot 270 \cos \alpha = 549 - 2 \cdot 270 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$12) \text{ Теор. косинусов в } \triangle BAX: 25k^2 = 900 + 225 - 2 \cdot 450 \cos \alpha = 1125 - 2 \cdot 450 \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}$$

$$13) (12) \cdot 3 + (11) \cdot 5: 120k^2 = 6120 \Rightarrow k^2 = 51, \text{ т.е. } k = \sqrt{51}, \text{ т.к. } k > 0$$

$$14) BC = 8k = 8\sqrt{51}$$

Ответ: $8\sqrt{51}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(2) : (x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0$$

$$\begin{aligned} f(x) &= t^4 \uparrow \text{на } [0; +\infty) \\ g(y) &\leq t^2 \uparrow \text{на } [0; +\infty) \\ h(t) &\geq \sqrt{t} \uparrow \text{на } [0; +\infty) \end{aligned}$$

$$f(t) = t^4 \uparrow \text{на } [0; +\infty)$$

$$g(t) = t^2 \uparrow \text{на } [0; +\infty)$$

$$h(t) = \sqrt{t} \uparrow \text{на } [0; +\infty).$$

т.е. при $x > y$: $x^4 - y^4 > 0$, $x^2 - y^2 > 0$, $\sqrt{x} - \sqrt{y} > 0$, т.е.

$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) > 0$, противоречие.

при $x < y$: $x^4 - y^4 < 0$, $x^2 - y^2 < 0$, $\sqrt{x} - \sqrt{y} < 0$, т.е.

$(x^4 - y^4) + 5(x^2 - y^2) + (\sqrt{x} - \sqrt{y}) < 0$, противоречие.

значит: $x = y$.

$$(1) : \text{Подставим } x=y: \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x+6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)} - 5, \quad x \in [0; 6], \text{ т.к. } \sqrt{x}, \sqrt{x+1}, \sqrt{6-x} \text{ определены.}$$

Возведём обе части в квадрат: $\cancel{\sqrt{x+1} + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)}}$

$$\begin{cases} x+1 + 6 - x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(x+1)(6-x) + 25 - 20\sqrt{(x+1)(6-x)} & (3) \\ \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} \leq 2\sqrt{(x+1)(6-x)} \text{ одного знака, } x \in [0; 6] \end{cases}$$

$$(3): 4(x+1)(6-x) - 18\sqrt{(x+1)(6-x)} + 18 = 0$$

Пусть $k = \sqrt{(x+1)(6-x)}$. Тогда $\begin{cases} 2k^2 - 9k + 9 = 0 \\ k > 0 \end{cases}$

$$D = 81 - 72 = 9$$

$$k = \frac{9 \pm 3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ k = \frac{3}{2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 (продолжение)

① При $k=3$: $(x+1)(6-x) = 9 \Leftrightarrow -x^2 + 5x + 6 - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\frac{5-\sqrt{13}}{2} > \frac{5-4}{2} > 0 \quad , \quad \frac{5+\sqrt{13}}{2} < \frac{5+4}{2} < 6, \text{ т.е.}$$

оба корня лежат в $[0, 6]$

Проверим, одного ли знака $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$ и

$$\text{При } x = \frac{5-\sqrt{13}}{2} :$$

$$x+1 = \frac{7-\sqrt{13}}{2}, \quad 6-x = \frac{7+\sqrt{13}}{2}$$

$$x+1 < 6-x \Rightarrow \sqrt{x+1} < \sqrt{6-x} \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} < 0$$

$$2\sqrt{(x+1)(6-x)} - 5 = 6 - 5 > 0$$

Противоречие $\Rightarrow x = \frac{5-\sqrt{13}}{2}$ — посторонний корень

$$\text{При } x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

$$x+1 = \frac{7+\sqrt{13}}{2}, \quad 6-x = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+1 > 6-x \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} > 0$$

$$2\sqrt{(x+1)(6-x)} - 5 = 6 - 5 > 0$$

т.е. $x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$ — подходит

② При $k = \frac{3}{2}$: $(x+1)(6-x) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow -4x^2 + 20x + 24 - 9 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 4x^2 - 20x - 15 = 0$

$$\frac{D}{4} = 100 + 60 = 160, \quad x = \frac{10 \pm 4\sqrt{10}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{5-2\sqrt{10}}{2} < \frac{5-2 \cdot 3}{2} < 0, \text{ т.е. } x = \frac{5-2\sqrt{10}}{2} \text{ — посторонний корень}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 (продолжение)

$$\frac{5+2\sqrt{10}}{2} > 0, \quad \frac{5+2\sqrt{10}}{2} < \frac{5+2 \cdot 3,5}{2} = 6, \text{ т.е.}$$

$$x = \frac{5+2\sqrt{10}}{2} \in [0; 6]$$

Проверим, одного ли знака $\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x}$ и

$$x+1 = \frac{7+2\sqrt{10}}{2}, \quad 6-x = \frac{7-2\sqrt{10}}{2}$$

$$\text{T.е. } x+1 > 6-x \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} > 0.$$

$$2\sqrt{(x+1)(6-x)} \neq 2 - 5 = 2 \cdot 1,5 - 5 < 0$$

$$\text{T.е. } x = \frac{5+2\sqrt{10}}{2} \text{ - несуществующий корень}$$

Итак, получили, что единственный корень:

$$x = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{T.к. } x=y, \text{ то } y = \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{5+\sqrt{13}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2} \right).$$



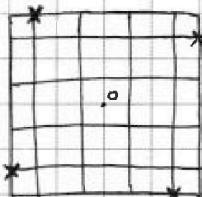
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6



1) Заметим, что все узлы, кроме центрального (т.о на рисунке) можно разбить на группы по 4 узла, которые при поворотах переходит друг в друга и больше не входят (одна такая группа отмечена \times на рисунке)

2) Кол-во сп. перекрасить 2 узла из одной группы в белый *: $\frac{80 \cdot 3}{2}$, т.к. узлов, принадлежащих какой-то группе 80, из каждого 3 "согруппника"

*: без учёта поворотов
но при этом, если учитывать повороты, каждый способ насчитается $C_4^2 = 6$ раз

Итого кол-во способов покрасить 2 узла из одной группы в белый с учётом поворотов: $\frac{80 \cdot 3}{2 \cdot 6} = 20$

3) Кол-во сп. перекрасить 2 узла из разных групп (т.е. здесь центральный узел мы не красим) в белый без учёта поворотов: $\frac{80 \cdot 76}{2}$ (т.к. узлов 80, для каждого узла кол-во нецентральных и не соседних с ним по группе - 74)

при этом каждый способ будет насчитан $4 \cdot 4 = 16$ раз (т.к. в каждой из двух выбранных групп по 4 узла)

Итого кол-во способов покрасить 2 узла из разных групп в белый без учёта поворотов с учётом поворотов:

$$\frac{80 \cdot 76}{2 \cdot 16} = 190.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N6 (продолжение)

4) Кол-во сп. покрасить 2 узла, один из которых центральный, без учёта поворотов: 80 (т.к. один покрашенный узел фиксированного, остальных 80)

Каждый способ будет посчитан 4 раза (т.к. в группе 4 узла)

Итого кол-во способов покрасить 2 узла, один из которых центральный, с учётом поворотов: $80 : 4 = 20$

5) Других вариантов покраски двух узлов нет \Rightarrow
 \Rightarrow кол-во сп. покрасить какие-то 2 узла с учётом поворотов: $20 + 190 + 20 = 230$.

Ответ: 230 способов.

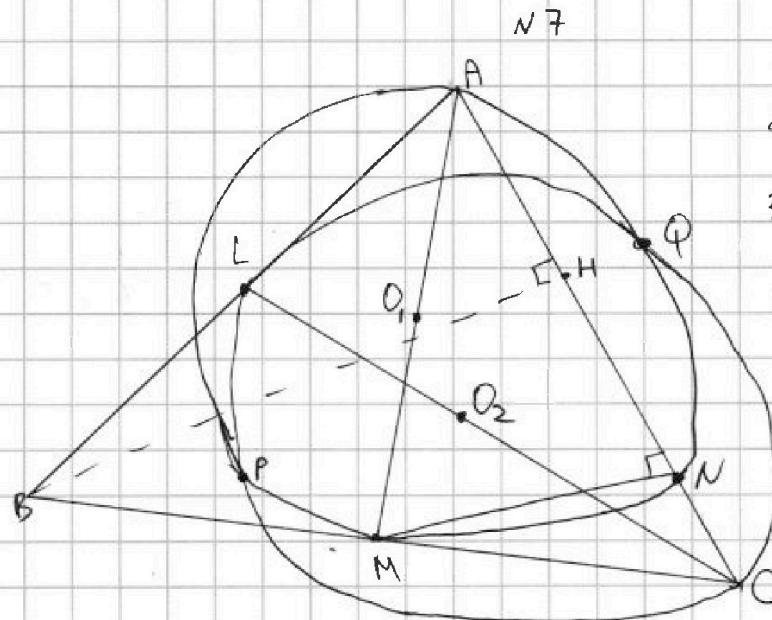
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



- 1) BH - высота чз т. B на AC
- 2) BH \perp AC, ~~PQ || BH~~ \Rightarrow PQ \perp AC
- 3) O1 - середина AM, т.е. центр ω
- 4) O2 - середина CL, т.е. центр ω
- 5) PQ \perp O1O2, т.к. PQ - рад. окр ω и ω
- 6) (5), (2) \Rightarrow O1O2 \parallel AC
- 7) B MLAC: O1O2 \parallel AC и O1, O2 - середины диагоналей \Rightarrow O1O2 \parallel ML, ML \parallel AC

- 8) ML \parallel AC, M - середина BC \Rightarrow ML - средняя линия \Rightarrow L - середина AB \Rightarrow CL - бисс-са и медиана \Rightarrow AC = BC
- 9) $\angle MNA = 90^\circ$ как опирающийся на диаметр \Rightarrow MN \parallel BH
- 10) по т. Палеса для $\angle ACB$ и пр. ВИ и MN: $HN = CN$
- 11) пусть $AN = x$. Тогда $HN = 8-x = CN \Rightarrow BC = AC = 16-x$
- 12) т. Пифагора в $\triangle BAN$: $BH^2 = 100 - x^2$
- 13) т. Пифагора в $\triangle CAN$: $BH^2 = (16-x)^2 - ((8-x) \cdot 2)^2 = 32x - 3x^2$
- 14) (12), (13) $\Rightarrow 100 - x^2 = 32x - 3x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 32x + 100 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x^2 - 16x + 50 = 0$.

$$\frac{D}{4} = 64 - 50 = 14, \quad x = 8 \pm \sqrt{14}$$

- 15) при $x = 8 + \sqrt{14}$: $AC = 16 - 8 - \sqrt{14} = 8 - \sqrt{14}$, $AC + BC = 16 - 2\sqrt{14}$.
т.к. $2\sqrt{14} > 2 \cdot 3 = 6$: ~~из $\triangle ABC$ $\angle A < 90^\circ$, противоречие~~
~~с перв-вом пр-тика~~, т.е. $x = 8 + \sqrt{14}$ - ~~посторонний корень~~

- 16) поэтому, $x = 8 - \sqrt{14} = A + C = BC$
- 17) $AC + BC = 16 - 2\sqrt{14} < 10 = AB$, противореч. с перв-вом $\Delta \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 8 + \sqrt{14}$ - посторонний корень
- 18) так, $x = 8 - \sqrt{14} \Rightarrow AC = BC = 16 - (8 - \sqrt{14}) = 8 + \sqrt{14}$

Ответ: $AC = BC = 8 + \sqrt{14}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

△СУМ: №р АВ

$$\frac{CA}{AM} \cdot \frac{YB}{2M} = \frac{MB}{BC}$$

$$3 \cdot \frac{YB}{2M} \cdot \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{YB}{2M} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2M = 12$$

~~$\frac{3k}{5k} \cdot \frac{18}{30}$~~

$$\frac{AX}{2M} = \frac{30}{24} \Rightarrow AX = \frac{30 \cdot 2M}{24} = \frac{30 \cdot 12}{24} = 15$$

~~$\frac{MB}{BC} = \frac{MB}{MB+}$~~

$$3x + 3 \quad (3)$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 \quad (5)$$

$$3x^2 \quad (9)$$

$$(9) - (3) : 3x^2 - 3x + 3$$

$$(9) - (5) : 3x^2 - x^4 - 4x^3 - x^2$$

$$(5) - (3) : x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3$$
 ~~$- 6x^4 - 4x^3 - x^2$~~

$$(5) - (3) : 2d, (9) - (5) : 4d, (3) - (3) 6d$$

~~х3~~

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = -x^4 - 4x^3 - x^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 + 12x^2 - 9x - 9 = 3x^2 - 3x + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\frac{(9) - (5)}{(9) - (3)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \neq$$

$$2d : 4 + 3\sqrt{3} \quad 2d = 4 - 3\sqrt{3}$$

$$4d : 8 + 6\sqrt{3} \quad 4d = 8 - 6\sqrt{3}$$

$$6d : 12 + 9\sqrt{3} \quad 6d = 12 - 9\sqrt{3}$$

$$-3x^4 - 12x^3 - 3x^2 = 6x^2 - 6x - 6$$

$$\left. \begin{array}{ccccccccc} & 3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 & & & & & & & \\ & 3 & -12 & +9 & +6 & -6 & & & \\ & & & & & & \rightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 & & \end{array} \right. \quad x = -1 - \text{корень}$$

~~$x^4 + 12$~~

$$\left. \begin{array}{r} x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \\ -x^4 - x^3 \\ \hline -3x^3 + 3x^2 \\ -3x^3 - 3x^2 \\ \hline 0 \end{array} \right| \begin{array}{c} x+1 \\ \hline x^3 + 3x^2 - 2 \end{array}$$

$$4 + 2\sqrt{3} +$$

$$+ 2 + 2\sqrt{3} =$$

$$\begin{array}{r} -3x^3 + 3x^2 \\ -3x^3 - 3x^2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x \\ -2x - 2 \\ \hline -2x - 2 \end{array}$$

$$-1: -1 - 3 - 2$$

~~$x^3 + 3x^2$~~

$$\left. \begin{array}{r} x^3 + 3x^2 \\ x^3 + x^2 \\ \hline 2x^2 \end{array} \right| \begin{array}{c} 2x+1 \\ x^2 - 1 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{r} x^3 + 3x^2 + 0x - 2 \\ -x^3 + x^2 \\ \hline -2x^2 + 0x \\ -2x^2 + 2x \\ \hline -2x - 2 \\ -2x - 2 \\ \hline 0 \end{array} \right| \begin{array}{c} x+1 \\ \hline x^2 + 2x - 2 \end{array}$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$(-1 - \sqrt{3})$$

$$-3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$12 + 6\sqrt{3}$$

$$(-1 - \sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$$

$$4 + 2\sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3}$$

$$12 + 6\sqrt{3}$$

$$12 + 6$$

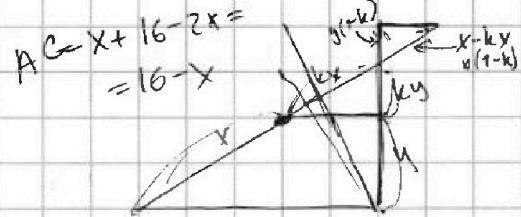
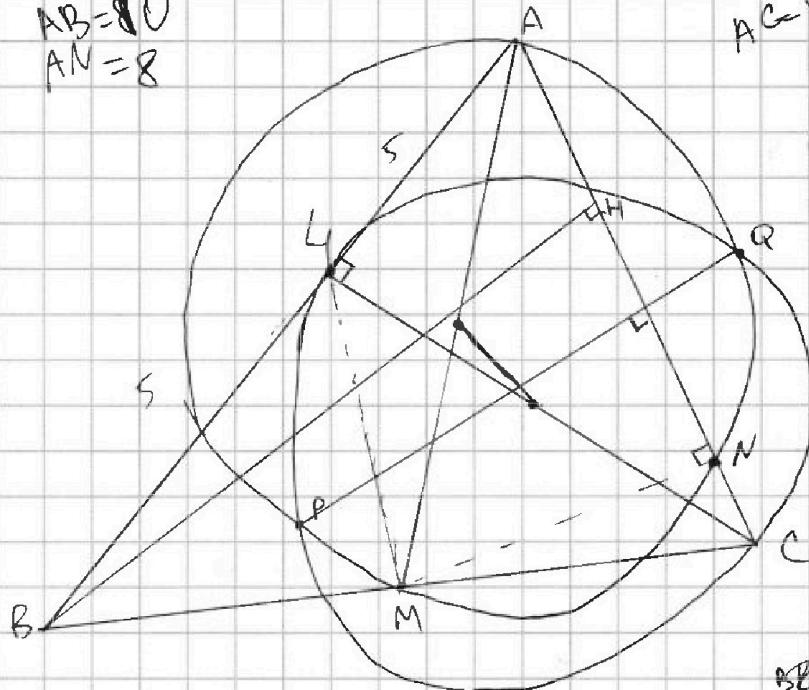
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 10 \\ AN = 8$$



$LM \parallel AC$
L - середина AB
 $AC = BC$.

$$LM = \frac{1}{2} AC \\ CN \parallel CK \\ CN = NH$$

$$\text{Пусть } NH = x \rightarrow MA = x \\ \Rightarrow NH - CN = 8 - x \\ BN^2 = 100 - x^2 \\ BN^2 = (16 - x)^2 - (16 - 2x)^2 = \\ = -32x + x^2 + 64x - 4x^2 = \\ = 32x - 3x^2 = \\ = 100 - x^2$$

Т. косинусов в $\triangle CAH$:

$$9k^2 = 324 + 225 - 2 \cdot 270 \cos \alpha$$

$$160 + 90 = 270 \quad \triangle BAH: 25k^2 = 900 + 225 - 2 \cdot 450 \cos \alpha$$

$$30 \cdot 15 = 450 \quad 9k^2 = 540 - 2 \cdot 270 \cos \alpha \quad (1)$$

$$450 \quad 25k^2 = 1025 - 2 \cdot 450 \cos \alpha \quad (2)$$

(1) + (2) $\cdot 3 + (1) \cdot 5:$

$$75k^2 + 45k^2 = 3375 + 2745$$

$$120k^2 = 6120$$

$$k^2 = 51$$

$$k = \sqrt{51} \quad 8\sqrt{51}$$

$$\frac{450}{270} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} 1125 \\ 3 \end{array} \\ \hline 3375$$

$$450 \cdot 3 = 1350 \\ 270 \cdot 5 = \frac{2700}{5} = 540 \quad \begin{array}{r} 2 \\ \times \end{array} \begin{array}{r} 540 \\ 5 \end{array} \\ \hline 2745$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 7 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1120 \\ 51 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 2 \\ 7 \\ 4 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ 0 \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \\ 51 \end{array} \\ \hline 120$$

$$32x - 3x^2 = 100 - x^2$$

$$2x^2 - 32x + 100 = 0$$

$$x^2 - 16x + 50 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 464 - 50 = 14 \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{14}}{2} \leftarrow \text{кашель}$$

$$16 - x \geq 16 - 8 - \sqrt{14} = 8 - \sqrt{14} \\ 16 - 2\sqrt{14} < 16 - 8 = 8$$

$$\sqrt{14} > 3$$

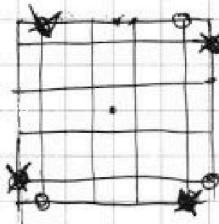


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Было условие: $|x - 3y| \leq 3$

$$3 \cdot 5 = 81 \quad |3x - y| \leq 1$$

Всего сп:

$$\frac{81 \cdot 80}{2} = 81 \cdot 40 \quad \text{При фиксированием } x:$$

$$-3240 \quad 3y \leq x + 3 \Rightarrow y \leq \frac{x+3}{3}$$

$$\text{т.е. всё выраж-е: } \leq \frac{\frac{24x + 4x + 12}{3}}{3} = \frac{28x}{3} + 4$$

$$\begin{array}{r} x \\ \times 81 \\ \hline 81 \\ 40 \\ \hline 3240 \end{array}$$

При фиксированием y :

$$3x \leq y + 1 \rightarrow x \leq \frac{y+1}{3} \Rightarrow 8x \leq \frac{8y+8}{3}$$

$$4y + 8x \leq \frac{12y + 8y + 8}{3} = \frac{20y}{3} + \frac{8}{3}$$

$$\text{Максимум: } \min \left(\frac{28y}{3} + 4, \frac{20y}{3} + \frac{8}{3} \right)$$

$x, y \geq 0$. Пусть $x > 3y$. Тогда $x \leq 3y + 3$,

$$3x - y \leq 9y + 9 \leq 1 \quad y$$

$$\begin{array}{r} 549 \\ \times 5 \\ \hline 2745 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1125 \\ \times 3 \\ \hline 3375 \end{array}$$

$$6120 : 120 = 51$$

~~120~~

Способов без центральной ; способов с центральной.

$$5 \cdot \frac{26}{2} = 5 \cdot 38 = 190.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} = 2\sqrt{x+1}\sqrt{6-x} - 5$$

$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 4(x+1)(6-x) + 25 - 20\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$18 - 4t^2 - 18t + 18 = 0, 2t^2 - 9t + 9 = 0.$$

$$D = 81 - 42 = 9. t = \frac{9 \pm 3}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 1,5 \end{cases}$$

$$t^2 = 9 : (x+1)(6-x) = 9 : -x^2 + 5x + 6 - 9 = 0$$

$$-x^2 + 5x - 3 = 0, x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}, 3 < \sqrt{13} < 4$$

$$\frac{5 + \sqrt{13}}{2} < 4,5 \quad \textcircled{v} \quad \frac{5 - \sqrt{13}}{2} > 0.$$

$$t^2 = \frac{9}{4} : (x+1)(6-x) = \frac{9}{4} : -x^2 + 5x + 6 - \frac{9}{4} = 0$$

$$4x^2 - 20x - 24 + 9 = 0$$

$$4x^2 - 20x - 15 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 100 + 60 = 160.$$

$$x = \frac{10 \pm 4\sqrt{10}}{4} = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{2}$$

$$6 < 2\sqrt{10} < 8$$

$$(5 - 2\sqrt{10}) < 0$$

$$\frac{5 + 2\sqrt{10}}{2} < \frac{5+7}{2}$$

$$\sqrt{10} < 3,5$$

$$(3,5)^2 =$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$



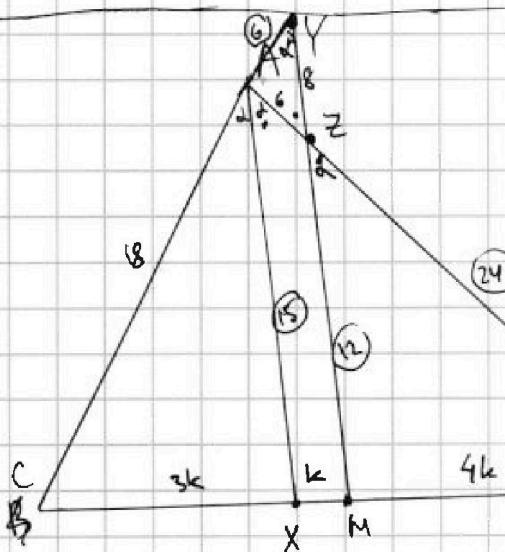
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 3\bar{u} : 3x+3, 5\bar{u} : 3x+3+2d = (x^2+2x)^2, 9\bar{u} : 3x^2 = 3x+3+6d = \\
 \rightarrow (x^2+2x)^2 + 4d \\
 3x^2 - (x^2+2x)^2 = (3x^2-x^2-2x)(3x^2+x^2+2x) = (2x^2-2x)(4x^2+2x) = 4d \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow 8x^4 - 4x^3 - 4x^2 = 4d \Leftrightarrow d = 2x^4 - x^3 - x^2 \\
 3x+3 + 4x^4 - 2x^3 - 2x^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 \\
 3x^4 - 6x^3 - 6x^2 + 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0 \quad (1) \\
 -2(x^2 - 2x^2(x+1)) + x(x^3+1) + 1 \\
 3x^2 - 3x - 3 = 6d \Leftrightarrow 2d = x^2 - x - 1 \\
 x^4 + 4x^3 + 4x^2 = 3x+3 + x^2 - x - 1 \Leftrightarrow x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0 \quad (2) \\
 (2) - (1) : 6x^3 + 5x^2 - 3x - 3 = 0
 \end{aligned}$$



$$BZ = x$$

$$\frac{CY}{BY} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\left(\frac{x}{6}\right) = \frac{AY}{AY+18} = \frac{6}{x}$$

$$1 + \frac{AY}{18} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{AY}{18} = \frac{6-x}{x}$$

$$6(AY+8) = x \cdot AY$$

$$AY(x-6) = 6 \cdot 18$$

$$AY = \frac{6 \cdot 18}{x-6}$$

$$\frac{XM}{XB} = \frac{6}{x+6}$$

$$\frac{XM}{XC} = \frac{AY}{AC} = \frac{6}{x-6}$$

$$\frac{XB}{XC} = \frac{(x+6) \cdot 6}{6 \cdot x-6} =$$

$$= \frac{x+6}{x-6} *$$

$$\frac{18}{x+6} = \frac{x+6}{x-6}$$

$$18x - 108 = x^2 + 12x + 36$$

$$x^2 - 6x + 144 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 \rightarrow 144$$

$$\frac{XM}{MB} = \frac{6}{x}, \frac{XM}{XC} = \frac{AY}{18} = \frac{6 \cdot 18}{(x-6) \cdot 18} = \frac{6}{x-6} \quad (2)$$

$$\frac{XM}{XB} = \frac{XM}{XM+MB} = 1 + \frac{XM}{MB} = \frac{x+6}{6} \quad (1)$$

$$\frac{XC}{XB} = \frac{(x+6)}{6} = \frac{(x+6) \cdot (x-6)}{6 \cdot 6} = \frac{x^2 - 36}{36}$$

$$\frac{18}{x+6} = \frac{x^2 - 36}{36}$$

$$\frac{6}{x} = \frac{AY}{AY+AC} \Rightarrow \frac{AY+AC}{AY} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{x-6}{6} \Rightarrow \frac{AY}{AC} = \frac{6}{x-6}$$

$$* \frac{x+6}{18} = \frac{x+6}{x-6} \Rightarrow x = 18+6 = 24$$

$$\frac{AY}{AC} = \frac{6}{x-6} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \Rightarrow AY = 6$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

$$(2): x^4 - y^4 + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0, \sqrt{x} = a, \sqrt{y} = b$$

$$\sqrt{a^8 - b^8 + 5(a^4 - b^4)} + (a - b) = 0$$

Пусть $x > y$. Тогда $x^4 - y^4 > 0, x^2 - y^2 > 0, \sqrt{x} - \sqrt{y} > 0$

Аналогично при $x < y$.

т. е. $x = y$.

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 = 2\sqrt{-x^2 + 5x + 6} = 2\sqrt{(x+1)(6-x)}$$

$$\sqrt{x+1} = a$$

$$\sqrt{6-x} = b$$

$$a - b + 5 = 2ab \Rightarrow a(2b - 1) = -b + 5$$

$$a = \frac{-b+5}{2b-1}$$

$$\sqrt{x+1} = \frac{-\sqrt{6-x} + 5}{2\sqrt{6-x} - 1}, x+1 = \frac{6-x+25-10\sqrt{6-x}}{4(6-x)+1-4\sqrt{6-x}}$$

$$x+1 = \frac{31-x-10\sqrt{6-x}}{25-4x-4\sqrt{6-x}}$$

$$25x - 4x^2 - 4x\sqrt{6-x} + 25 - 4x - 4\sqrt{6-x} = 31 - x - 10\sqrt{6-x}$$

$$\sqrt{6-x}(10 - 4x - 4) = 31 - x - 25x + 4x^2$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+1)(6-x)} - 2 + 5 = 0$$

$$\sqrt{x+1}(1 - \sqrt{6-x}) - \sqrt{6-x}(1 + \sqrt{x+1}) + 5 = 0$$

$$x \in [-1; 6]$$

$$x = y$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} - \sqrt{(x+1)(6-x)} - 2 + 5 = 0$$

$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{(x+1)(6-x)} = 2(x+1)(6-x) + 25 - 20\sqrt{\dots}$$

$$18\sqrt{(x+1)(6-x)} = 18 + 2(x+1)(6-x), 9\sqrt{\dots} = 18 + \dots$$

$$\sqrt{(x+1)(6-x)} = t \quad : \quad 2t^2 - t^2 - 9t + 9 = 0$$

$$\Delta = 81 - 36 = 45$$