



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .

✓ 2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

✓ 3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q - простые числа.

✓ 4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

✓ 6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

W 7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
7 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = mn(m-n+3)$$

Пусть $A = 3q^2$ $m-n = x$

$$x^2 + 9x = 3q^2$$

$$\frac{x^2}{3} + 3x = q^2, \text{ так } q^2 - \text{целое } x \equiv 3, \text{ тогда } \frac{x^2}{3} \equiv 3$$

и $q \equiv 3, q = 3$ (так как q простое)

$$x^2 + 9x = 27, \text{ не имеет решений при целых } x$$

тогда $A = 13p^2$

$$B = 3q^2$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$m \equiv 0 \pmod 3, \quad n \equiv 0 \pmod 3, \quad (m-n+3) \equiv 0 \pmod 3$$

$$n(m-n+3) \equiv -n^2$$

$$-n^2 \equiv \text{либо } 0 \text{ либо } 2 \pmod 3$$

$$\pmod 3$$

$$-n^2 \equiv 0$$

$$q = 3$$

$$m = 3$$

$$n = 3$$

$$-n^2 \equiv 2$$

$$-n^2 \equiv q^2$$

$$2 \equiv q^2$$

противоречие

$$m-n \equiv 0$$

$$m-n+9 \equiv 0$$

$$p = 3$$

решений нет

Подставим в A

не получаем квадрата

$$q = 0, \text{ что не верно}$$

Тогда единственным вариантом $n \equiv 0 \pmod 3$, при этом $m \not\equiv 0 \pmod 3$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle XAZ = \angle AZY \text{ т.к.}$$

$$AX \parallel YM$$

$$\angle XAZ = \angle BAX \text{ т.к.}$$

$$AX \text{ биссектр.}$$

$$\angle ZAY = -\angle BAC + 180$$

$$\angle AYZ = 180 - \angle ZAY = \angle AZY$$

обозначим $\angle XAZ = x$

получим

$$\angle AYZ = x$$

$$\angle AYZ = \angle AZY$$

значит

$$AZ = AY = 3$$

$$ZC = AC - AZ = 9$$

Заметим 1. Меселар для $\triangle ABC$ и прямой MY

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZC} = 1$$

$$1 \cdot \frac{BY}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$BY = 9$$

$$BA = BY - YA = 6$$

2. Меселар для $\triangle BYM$ и AC

$$\frac{YA}{AB} \cdot \frac{BC}{CM} \cdot \frac{MZ}{ZY} = 1$$

$$\frac{3}{6} \cdot 2 \cdot \frac{MZ}{4} = 1$$

$$MZ = 4$$

$$\angle AYZ = \angle AZY \text{ и } \angle AZY = \angle MZC \Rightarrow \angle AYZ = \angle MZC \quad \cos(\angle AYZ) = \cos(\angle MZC)$$

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = BY^2 + YM^2 - 2\cos(x)BY \cdot YM = 81 + 64 - 2\cos(x) \cdot 9 \cdot 8$$

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = MZ^2 + ZC^2 - 2\cos(x)MZ \cdot ZC = 16 + 81 - 2\cos(x) \cdot 4 \cdot 9$$

$$16 - 2\cos(x) \cdot 9 \cdot 4 = 64 - 2\cos(x) \cdot 9 \cdot 8$$

$$\left(\frac{BC}{2}\right)^2 = 81 + 16 - 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 4 = 49$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BC}{2} = 7$$

$$BC = 14$$

$$\text{Ответ: } 14$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

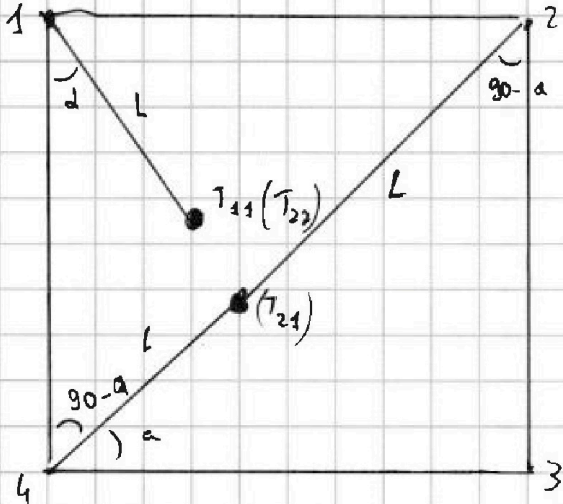
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего 100 точек; докажем, что при 1 повороте картинке не может перейти в себя, если две точки переходят во 2 и 1, второе в первую, тогда (узлы - клетки) пусть расстояние до узла L , тогда для 2ой точки тоже L при повороте она перейдет в T_{11} а 1ая в T_{21} то расстояние от 2 до T_{21} L , но тогда узел поузлам, что $L(T_{21})$ прямая, а по середине узла нет противоречие при 2 повороте точки могут перейти в друг друга,



при 2 повороте переходят в себя тогда 50.98 не переходит и для каждой из 50.98 комбинаций существует 3 в которых она переходит тогда с точностью до поворота $\frac{50.98}{4}$ комбинации ≈ 25.49 и 25 комбинаций которые дают 50 пар всего 25 * 50 способов = 1250 способов с точностью до поворота

при 2 повороте переходят в себя тогда 50.98 не переходит и для каждой из 50.98 комбинаций существует 3 в которых она переходит тогда с точностью до поворота $\frac{50.98}{4}$ комбинации ≈ 25.49 и 25 комбинаций которые дают 50 пар всего 25 * 50 способов = 1250 способов с точностью до поворота

при 2 повороте переходят в себя тогда 50.98 не переходит и для каждой из 50.98 комбинаций существует 3 в которых она переходит тогда с точностью до поворота $\frac{50.98}{4}$ комбинации ≈ 25.49 и 25 комбинаций которые дают 50 пар всего 25 * 50 способов = 1250 способов с точностью до поворота

комбини = 25.49 и 25 комбинаций которые дают 50 пар всего 25 * 50 способов = 1250 способов с точностью до поворота



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

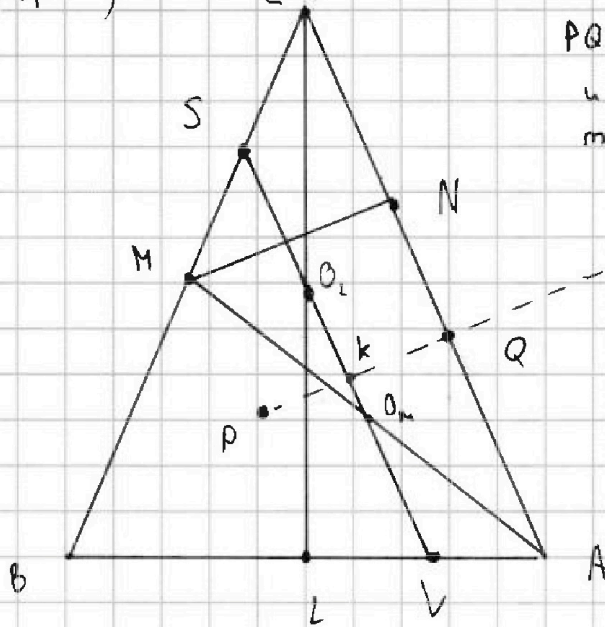
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

k (центр PQ)



Заметим что $O_1K \perp PQ$ т.к

PQ хорда окружности

и $O_1K \perp PQ$ по той же причине

тогда O_1KQ_1 прямая $\perp PQ$

$PQ \perp AC \Rightarrow O_1KQ_1 \parallel AC$

O_1 середина MA , тогда для MAE

O_1D_1 средняя линия и $MS = CS$

по такому же принципу $LV = VA$

тогда по т. Фалеса $ML \parallel SV \parallel CA$

т.к $BM = MC$ то ML средняя

линия и L центр BA

CL и биссектриса и медиана

значит $BC = CA$

MA диаметр $\Omega \Rightarrow \angle MNA = 90^\circ$

обозначим BC за $2x$, MN за y , MA за m , CL за L

$$BL = 13, AN = 20$$

$$13^2 + L^2 = 4x^2$$

$$\text{медиана делится как } \frac{2}{3} \Rightarrow 13^2 + \left(\frac{1}{3}L\right)^2 = \left(\frac{2}{3}m\right)^2$$

$$y^2 + (2x - 20)^2 = x^2$$

$$y^2 + 20^2 = m^2$$

$$y^2 = m^2 - 20^2$$

$$m^2 = \frac{9 \cdot (13^2 + \left(\frac{1}{3}L\right)^2)}{4}$$

$$L^2 = 4x^2 - 13^2$$

$$m^2 = \frac{9 \cdot \left(13^2 + \frac{1}{9}(4x^2 - 13^2)\right)}{4}$$

$$y^2 = \frac{9 \cdot \left(13^2 + \frac{1}{9}(4x^2 - 13^2)\right)}{4} - 20^2 = \frac{9 \cdot 13^2 + 4x^2 - 13^2}{4} - 20^2 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$y^2 = 2 \cdot 13^2 + x^2 - 20^2$$

$$2 \cdot 13^2 + x^2 - 20^2 + 4x^2 - 80x + 20^2 = x^2$$

$$2 \cdot 13^2 + 4x^2 - 80x = 0$$

$$13^2 + 2x^2 - 40x = 0$$

$$D = 1600 - 4 \cdot 169 \cdot 2 = 1600 - 8 \cdot 169 = 1600 - 1352 = 248$$

$$x = \frac{40 + \sqrt{248}}{4} = 10 + \sqrt{31}$$

$$BC = CA = 2x = 20 + 2\sqrt{31}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

15

~~312~~

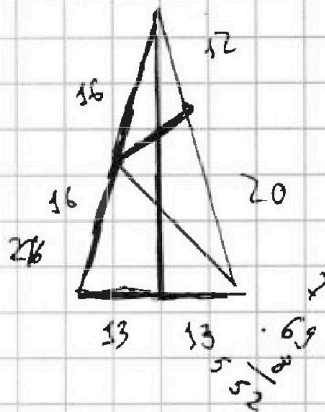
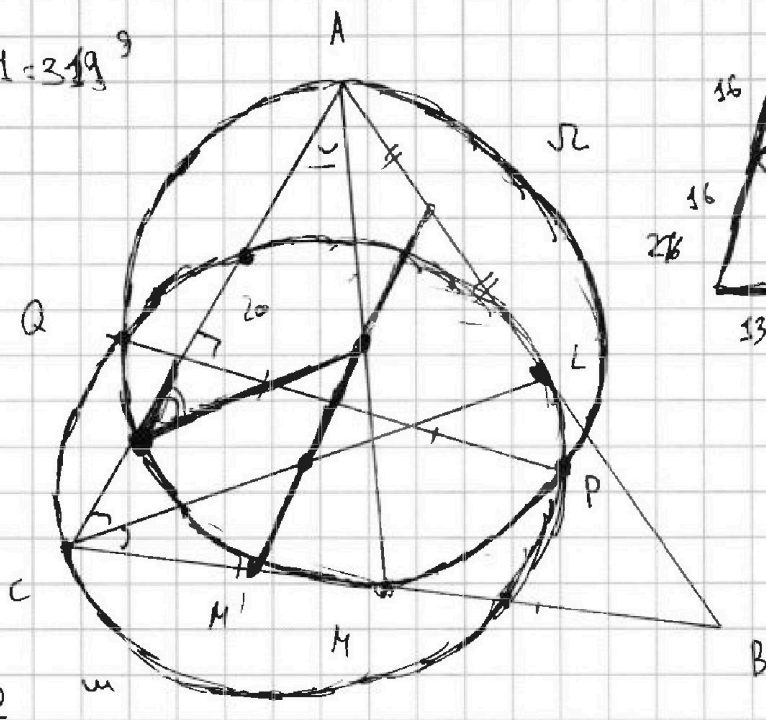
$$400 - 112 = 288$$

$$400 - 81 = 319$$

400-

Q.4

16
12



$$\begin{array}{r} 12 \\ 12 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$16^2 - 12^2$$

$$256 - 144 = 112$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ 169 \\ \hline 1352 \end{array}$$

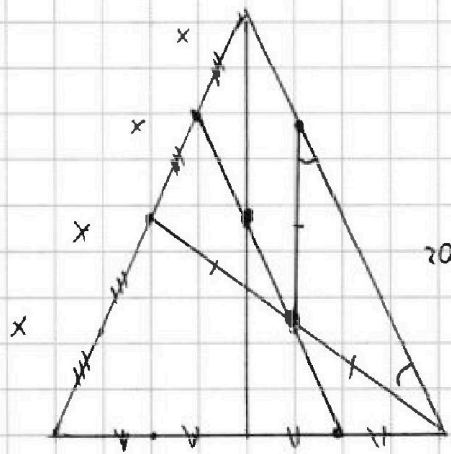
$$AC = CB$$

$$(2x)^2 - (4x - 20)^2 = y^2$$

$$y^2 + 20^2 = M^2$$

$$13^2 + \left(\frac{1}{3}C\right)^2 = \left(\frac{2}{3}M\right)^2$$

$$13^2 + C^2 = (4x)^2$$



$$\begin{array}{r} 18 \\ 16 \\ \hline 96 \\ 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

26

124
62
31



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть $n = 3x$

$$3mx(m-3x+3) = 3q^2$$

$$(m-3x)(m-3x+3) = 13p^2$$

$$m-3x+3 \equiv 0 \pmod{13}$$

$$m-3x \equiv 4 \pmod{13}$$

$$p^2 = y(4+13x)$$

$$mx(m-3x+3) = 2q^2$$

y, q^2 3 делителя значит $(m < q$ простое из равен 1)

$m=1$
 $x(4-3x) = q^2$
 $4x - 3x^2 = q^2$
 $x=1$ $4x - 3x^2 < 0$
 $q=1$
 $n=3$
 $p < 0$
 противоречие

$x=1$
 $m^2 = q^2$
 $m=q$
 $(m-3)(m+6) = 13p^2$
 $m^2 + 3m - 18 = 13p^2$
 $m^2 + 3m - 18$ целое
 $p=2$
 $m=7$
 $n=3$
 $q=7$
 верно

$$m-3x+3 = 1$$

$$m-3x = -2$$

$$m+2 = 3x$$

$$-2 \neq 13p^2$$

противоречие

Тогда единственная пара (m, n) это $(7; 3)$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$|4x - 3y| \leq 6 \Rightarrow 1) -6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8 \Rightarrow -8 \leq 3x - 4y \leq 8 \Rightarrow 2) -8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

3) 1)+2) $-14 \leq x+y \leq 14$

4) $-140 \leq 10x + 10y \leq 140$

5) 4)+1) $-146 \leq 14x + 7y \leq 146$, тогда наименьшее значение -146

Проверим возможность $4y - 3x = -8$

$$4x - 3y = -6$$

из уравнений $y = -\frac{60}{7}$ $x = -\frac{48}{7}$

Тогда $14x + 7y = -146$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

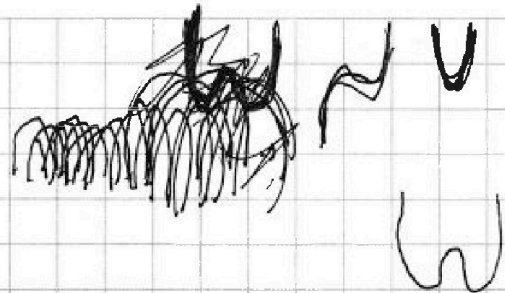
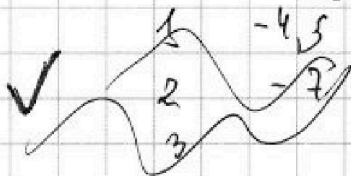
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x + 18 + 6y = -3x^2$$

$$x^2 + 2x + 6 + 2y = 0$$



~~Каждому x соответствует значение dy = 30 - 7 - 7 = 16~~

$$6x + 18 + 6y = -3x^2$$

-3

$$y = -\left(\frac{x^2}{2} + x + 3\right)$$

$$6x + 18 + 2y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$y = \frac{x^4}{2} - 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9$$

$$1 = \frac{\frac{x^4}{2} - 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9}{-\left(\frac{x^2}{2} + x + 3\right)}$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{x^4}{2} - 4x^3 + 8x^2 - 3x - 9 & \frac{x^2}{2} + x + 3 \\ -\frac{x^4}{2} + x^3 + 3x^2 & x^2 - 10x + 10 \end{array}$$

30 16 -12

$$-5x^3 + 5x^2 - 3x - 9$$

$$-5x^3 - 10x^2 - 30x + 9$$

$$5x^2 + 27x - 9$$

$$5x^2 + 10x + 30$$

$$17x - 39$$

$$x = 2$$

$$y = -7$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} \quad 15 =$$

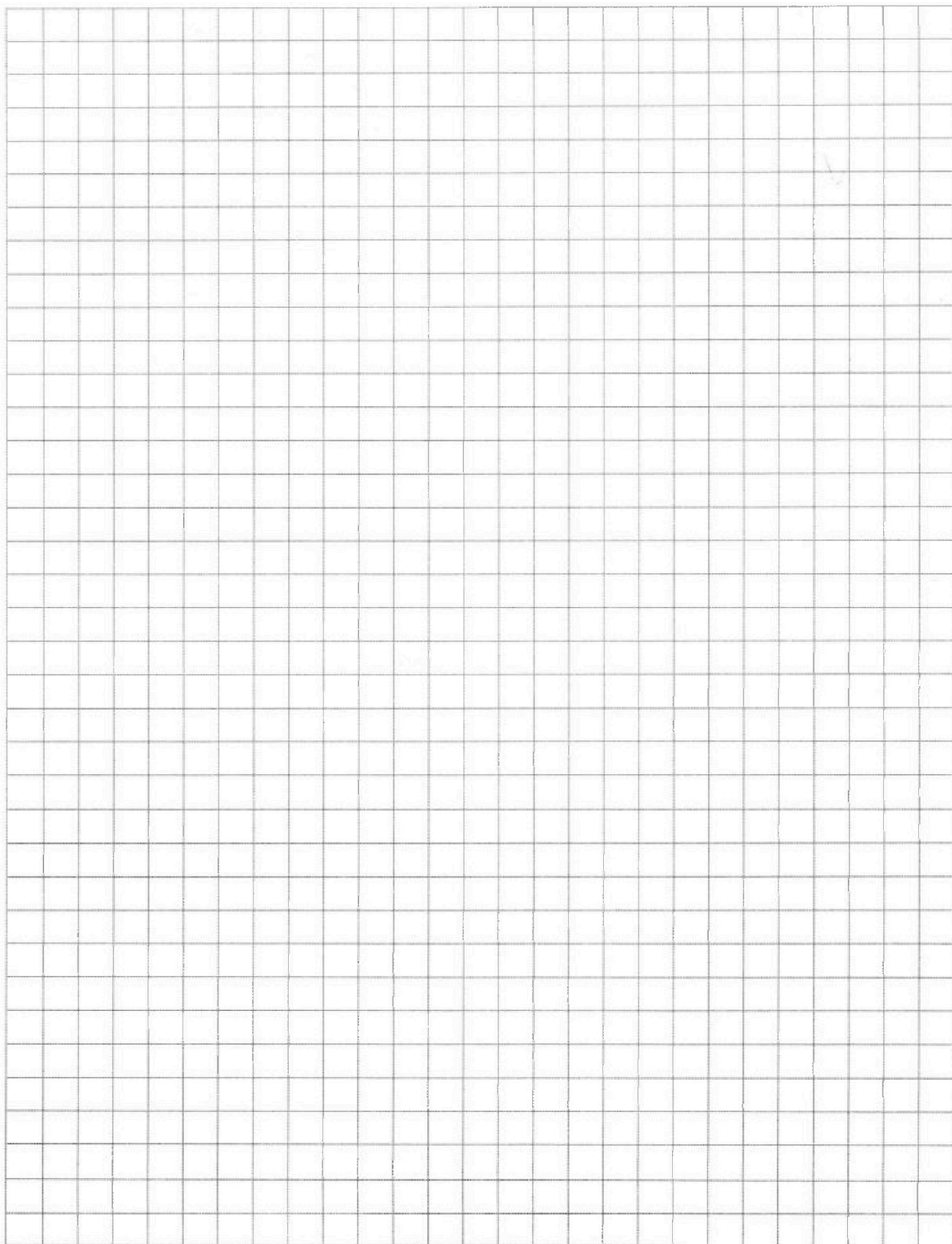


На одной странице можно оформлять **только одну задачу**. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x+18+2y = (x^2-4x)^2$$

$$6x+18+6y = -3x^2$$

$$(x^2-4x)^2 + 4y = (-3x^2)$$

$$x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$x^2(x-4)^2 + 4y = x^2 \cdot (-3)$$

$$n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$n = 3x$$

$$4y = x^2$$

$$n \equiv 3$$

$$(x-4)^2 + \frac{4y}{x^2} = -3$$

$$3mx(m-3x+3) = 3q^2(x-4)^2 \equiv 1$$

$$(m-3x)(m-3x+3) = 3p^2$$

$$m-3x+3 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$m-3x \equiv 4 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv 4 \pmod{3}$$

$$p^2 = (4+3k)$$

$$k=0$$

$$p=2$$

$$m=7$$

$$n=3$$

$$q=7$$

$$m-n+3 \equiv 0$$

$$p=3$$

решения нет

$$\frac{4y}{x^2} \equiv -1 \pmod{3}$$

$$4y \equiv -x^2 \pmod{3}$$

$$(m-n)(m-n+3) = 3q^2$$

$$\begin{aligned} x^2+9x &= 3q^2 \\ \frac{x^2}{3}+3x &= q^2 \end{aligned}$$

$$(m-n)(m-n+3) = 13p^2$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$$m \equiv 0$$

$$n \equiv 0$$

$$mn(m-n+3) \equiv -n^2$$

$$\equiv 0 \quad q^2 \equiv 2$$

противореч

$$m \neq 0$$

$$n \neq 0$$

$$q \neq 0$$

$$p \neq 0$$

против.

$$x^2+9x = 13p^2$$

$$p^2-4 = (p-2)(p+2) = 13k$$

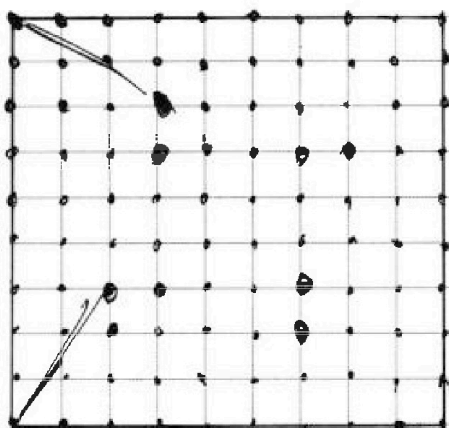


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



81.80

Рассмотрим поворот, он занимает 1 ^{без поворота} раскрытия или партия при поворота не переходит сама в себя, так после первого поворота они не могут перейти в себя

$$\frac{100 \cdot 81 + 100 - 10}{4}$$

$$\frac{100 \cdot 81 - 100}{4} = \frac{100 \cdot 80}{4} = 2000 + 50$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x - 5^4 y = 4y^4 - 5^4 \sqrt{x+y}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y = (5^4 y)$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{4} + 5 = 2\sqrt{28}$$

$$4x^4 + x$$

$$\sqrt{7} + 3 = 4\sqrt{7}$$

$$7 = 3\sqrt{7}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt{x} - 5^4 \sqrt{y} = 0$$

$$4(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$$

$$\sqrt{5-y} \cdot \sqrt{5+y} = \sqrt{25-y^2}$$

$$\begin{matrix} 1 & - & 2 \\ & - & 0,5 \end{matrix}$$

$$5 + \sqrt{x+6} - \sqrt{5-x} = 2\sqrt{30-x^2}$$

$$5 = 2\sqrt{30 + 0,5 - 0,25}$$

2,5

6,25 =

$$\sqrt{5,5} - \sqrt{5,5} + 5$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

1/2

$$14x + 7y$$

$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 4y| \leq 8$$

$$-6 \leq 4x - 3y \leq 6$$

$$-8 \leq 3x - 4y \leq 8$$

$$-14 \leq 7x - 7y \leq 14$$

$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$-28 \leq -14x + 14y \leq -28$$

$$-20 \leq 10x - 10y \leq 20$$

14x

≤

$-3x^2$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4y = -3x^2$$

$$(x+3)$$

$$28x - 21y$$

$$-8 \leq 4y - 3x \leq 8$$

$$-14 \leq x + y \leq 14$$

$$-140 \leq 10x + 10y \leq 140$$

$$-146 \leq 14x + 7y \leq 146$$

$$-96 - 50$$

$$24 \quad 9 \quad -3$$

$$\begin{array}{r} 4x - 3y = -6 \\ 3x - 4y = 8 \end{array}$$

$$x + y = -14$$

$$x - y = -2$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$y = -6$$

$$-32$$

$$7x - 7y = -14$$

$$x - y = -2$$

$$4y - 3x = 8$$

$$4x - 3y = -6$$

$$4y - 3x = -8$$

$$x + y = -14$$

$$x = -14 - y$$

$$4(-14 - y) - 3y = 6$$

$$-56 - 4y - 3y = 6$$

$$-7y = 62$$

$$y = -\frac{62}{7}$$

$$x = -14 + \frac{50}{7} = \frac{-14 \cdot 7 + 50}{7} = \frac{-48}{7}$$

$$\frac{14}{98} \quad \frac{18}{48} \quad \frac{7}{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

Пусть $(m-n+3) \equiv 0 \pmod{3}$

$$m-n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$9+m-n \equiv 0 \pmod{3}$$

$$p = 3$$

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 3 \cdot 3$$

$$3^2 \cdot 3$$

$$13 \cdot 9$$

Решений нет

Пусть $m \equiv 0 \pmod{3}$

$$-mn^2 \equiv$$

$$-n^2 \equiv q^2$$

$$\begin{matrix} y = -3 \\ x = 1 \end{matrix}$$

$$-n^2 \equiv q^2$$

$$n^2 \equiv q^2 \equiv 0 \pmod{3}$$

$$q = 3$$

$$x^2 + 2x + 6 + 3y = 0$$

$$x^2 - 4x = 20$$

$$x^2 - 2x = 20$$

$$m \equiv n \pmod{3}$$

$$x = 20$$

$$6x + 18 + 2y = (x^2 - 4x)^2$$

$$(x^2 - 4x)^2 + 4y = (-3x^2)$$

$$x \leq 5 \quad 6x + 18 \leq (x^2 - 4x)^2$$

$$30$$

$$36 + 18 = 54$$

$$-n$$

$$54 \leq (36 - 24)^2$$

$$13p^2 \equiv n^2 \pmod{3}$$

$$p^2 \equiv n^2 \pmod{3} \quad (x^2 - 4x)^2 \leq -3x^2$$

$$mn \equiv n \pmod{3}$$

$$mn(m-n+3) \equiv n \cdot (-n) \pmod{3}$$

$$mn(m-n+3) \equiv -n^2 \pmod{3}$$

$$-n^2 \rightarrow \equiv 2$$

$$\rightarrow \equiv 0$$

$$6x^2 + 18 + 6y = -3x^2$$

$$2x + 6 + 3y = -x^2$$

$$3x^2 + 6$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{4}{4}$$

$$x = 4$$

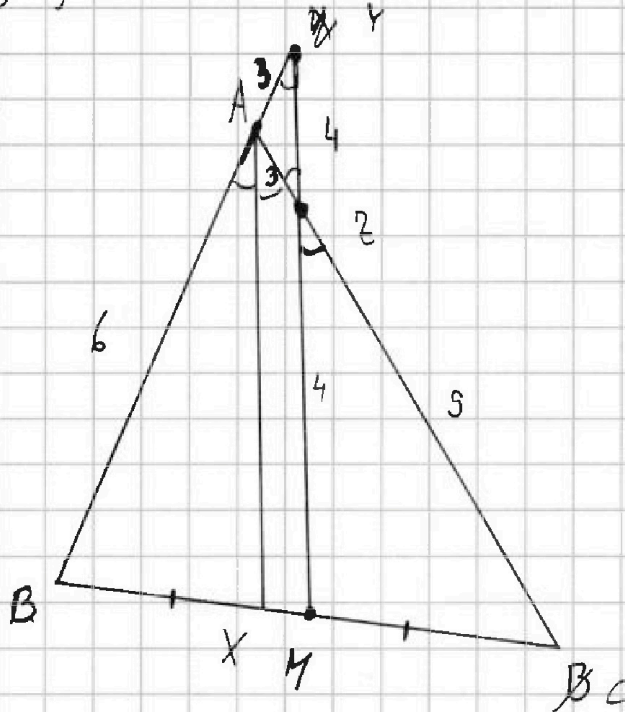
$$\frac{1}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{9}$$

$$\frac{CH}{HB} \cdot \frac{BY}{AY} \cdot \frac{AZ}{ZC} = 1$$

$$1 \cdot \frac{BY}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$BY = 9$$

$$HB = 9$$



$$AC = 12$$

$$AZ = 3$$

$$YZ = 4$$

$$16 \cdot 3$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha} = x$$

$$16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$97 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 49$$

$$16 + 81 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \cos = 64 + 81 - 2 \cdot 8 \cdot 9 \cos$$

$$2 \cdot 4 \cdot 9 \cos = 48$$

$$9 \cos = 6$$

$$\cos = \frac{2}{3}$$