



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 10 КЛАСС. Вариант 6

1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 2y| \leqslant 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{aligned} 12 - 12x \\ (x^2 + 4x)^2 \\ - 6x^2 \end{aligned}$$

путь 1: разность квадратов неприм.

$$\left. \begin{aligned} 12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2 & | \cdot 3 \\ - 6x^2 = 12 - 12x + 6d & \Rightarrow \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} 36 - 36x + 6d = 3(x^2 + 4x)^2 \\ 12 - 12x + 6d = -6x^2 & \Rightarrow \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 24 - 24x = 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 \Rightarrow 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x=2 \quad V. \quad 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 \\ - 3x^4 + 6x^3 \\ \hline 18x^3 + 54x^2 \\ - 18x^3 + 36x^2 \\ \hline 18x^2 + 18x \\ - 18x^2 - 18x \\ \hline 0 \end{array} \quad | \quad 3x^3 + 18x^2 + 18x + 12$$

по теореме Bezout.

$$\begin{array}{r} 18x^2 + 18x \\ - 18x^2 - 18x \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -12x - 24 \\ -12x - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 12 = 0 \Rightarrow x^3 + 6x^2 + 6x - 4 = 0$$

Если  $x > 2$ , то  $2x^3 > 20$ ,  $6x^2 > 20$ ,  $12 - 12x > 0 \Rightarrow$

получаем больше корней нет, т.к. ~~разность квадратов~~

~~разность квадратов~~ при  $x < -2$ ,  $12 - 12x > 0$ ,  $(x^2 + 4x)^2 > 0$ ,

$-6x^2 > 0$ , но  $(x^2 + 4x)^2$  расстает вспомог., т.к.  $12 - 12x = 2d$

Если  $x > -2$ ,  $12 - 12x < 0$ ,  $(x^2 + 4x)^2$  либо ~~разность квадратов~~, либо

также  $12 - 12x < 0$  либо расстает  $-6x^2$  убывает  $\Rightarrow x = 0$ .

также расстает  $\Rightarrow 2d = 0$  и с  $d$  будет меняться все

меньш.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 1) & |2x - 3y| \leq 6 \quad |2x - 3y| \leq 6 \rightarrow \frac{|2x - 3y|}{3} \leq 2 \quad |2(x - 3)| \\ & |2x - 3y| \leq 6 \quad |2x - 3y| \leq 6 \rightarrow \frac{|2x - 3y|}{3} \leq 2 \quad |2(x - 3)| \\ & |2x - 3y| \leq 6 \quad |2x - 3y| \leq 6 \rightarrow \frac{|2x - 3y|}{3} \leq 2 \quad |2(x - 3)| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x - 3y \leq 6 \\ & 2x - 3y \geq -6 \\ & 2x \geq 3y + 6 \\ & x \geq \frac{3y + 6}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & |3x - 2y| \leq 4 \\ & 3x - 2y \leq 4 \\ & 3x - 2y \geq -4 \\ & 3x \geq 2y - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2x - 3y \leq 6 \\ & 2x - 3y \geq -6 \\ & 2x \geq 3y + 6 \\ & x \geq \frac{3y + 6}{2} \\ & 3x \geq 2y - 4 \\ & x \geq \frac{2y - 4}{3} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m+8n)$$

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

Пусть  $A = 17P^2$   $(m-2n)(m-2n+13)$ , если  $a \neq p \neq b \neq p$ ,

$$\text{то } P = 13, m \cdot n \text{ и } a = b = 13. \Rightarrow m-2n = 13 \Rightarrow \text{недоп.}$$

$$(3 \cdot 13 - 7n = 13 \cdot 17)$$

$\begin{cases} m-2n=13 \cdot 17 \\ m-2n+13=13 \end{cases} \Rightarrow \text{недоп.}$  Зададим либо  $a:p^2$ , либо  $b:p^2$ ,  
также какая-то из скобок = 1, тогда  $\Rightarrow a=1, b=14, m \cdot n \Rightarrow$   
 $\neq 17p^2$ , либо  $b=2a=2 \Rightarrow a \neq 17p^2 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{17}{p^2} \text{ или } \frac{a}{b} \cdot \frac{p^2}{17} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{М.в. то просматриваем } P=17 \Rightarrow \begin{cases} a=17 \\ b=p^2 \\ sa=p^2 \\ sb=13 \end{cases}, \text{ если}$$

$$\begin{cases} m-2n=17 \\ m-2n+13=p^2 \Rightarrow p^2=30 \text{ недоп.}, \text{ если} \\ m-2n+13=17 \Rightarrow p^2=4 \Rightarrow p=2 \Rightarrow \\ m-2n=14 \Rightarrow m=2n+14. \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = 2mn = 15q^2 = 24(n+2)n, m \cdot n(4, 5, 6) = 1 \Rightarrow m=2n+14.$$

$$q^2 \cdot 4 \Rightarrow q=2. \Rightarrow n(n+2)=15 \Rightarrow n=3 \Rightarrow m=18$$

$$\text{Если же } A = 15q^2, B = 17P^2 \Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 15q^2$$

$$\text{Опять же если } a:q, b:q \Rightarrow q=13 \quad a(a+13)=13^2 \cdot 15 \Rightarrow$$

$$a^2 + 13a - 2535 = 0 \Rightarrow a=10, 309, \text{ либо } > 16^2 < 10^2 \Rightarrow a \text{ недоп.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q \neq 13, a:q^2 \text{ или } b:q^2.$$

$$\text{Если } a:q^2, \text{ то } a+13 = (1, 3, 5, 15) \Rightarrow a=(-17, -10, -8, 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{недоп. Если } a+13:q^2 \Rightarrow a=(1, 3, 5, 15) \Rightarrow a+13(14, 16, 21, 28) \Rightarrow$$

$$\text{недоп.} \Rightarrow a, a+13 \text{ не имеют общего } 13 \Rightarrow A \neq 15q^2 \Rightarrow A=16p^2,$$

$$B=15q^2 \Rightarrow n=3 \quad m=(0 \text{ - } \{10, 3\})$$

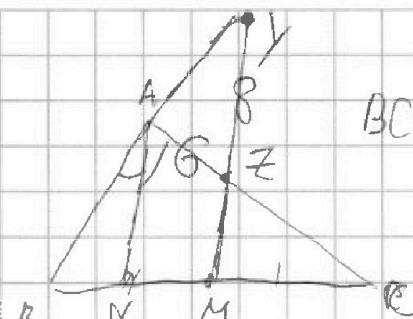


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$N^1$

$BC?$

$$ZC = AC - AZ = 12$$

( $AX \parallel CZ$ )

По теореме Фалеса  $\frac{CZ - CM}{XB} = \frac{CM}{XM}$

$$= \frac{12}{6} - 1 \Rightarrow CM = 2XM, \text{ т.к. } XM$$

длина, но  $BX = CM \Rightarrow BX = 2XM \Rightarrow BX = XM$ .

По свойству биссектрисы  $\frac{AC}{AB} = \frac{CX}{BX} = \frac{3BX}{BX} = 3 \Rightarrow AB = \frac{18}{3} = 6$

По теореме Фалеса ( $AX \parallel CZ$ )  $\frac{BK}{XM} = \frac{BA}{AY} = 1 \Rightarrow BA = AY =$

$$\Rightarrow AY = 6.$$

Тогда по теореме косинусов для  $\triangle AYX$ :

$$6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos \angle ZAY = 8^2 \Rightarrow 72 - 72 \cos \angle ZAY = 64 \Rightarrow 8 = 72 \cos \angle ZAY$$

$$\Rightarrow \cos \angle ZAY = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos \angle BAC = -\frac{1}{9}.$$

По теореме косинусов для  $\triangle ABC$ :

$$6^2 + 18^2 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = BC^2 \Rightarrow 36 + 324 + 24 = BC^2 \Rightarrow 384 = BC^2$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{384} = \underline{\underline{8\sqrt{6}}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$1) \frac{5-B}{2B-1} = \frac{3}{B} \Rightarrow 5B - B^2 = 6B - 3 \Rightarrow B^2 + B - 3 = 0$$

$$\Rightarrow D = \sqrt{13} \quad B_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}, \text{ т.к. } 0 < B \leq \sqrt{3} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{13}-1}{2}, A = \frac{6}{\sqrt{13}-1}$$

~~$$2) \frac{14-2\sqrt{3}}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{14-2\sqrt{3}}{2} = 7-\sqrt{3}$$~~

$$\Rightarrow x = \frac{12+4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}+2}{4} = \frac{\sqrt{13}-1}{2} = y$$

$$2) \frac{5-B}{2B-1} = \frac{15}{B} \Rightarrow 5B - B^2 = 3B - 15 \Rightarrow B^2 - 2B - 15 = 0$$

~~$$D=4+6=10 \quad B_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \Rightarrow B_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{10}+2}{2}$$~~

~~$$3) \frac{14+4\sqrt{10}}{4} = x \Rightarrow x = \frac{12-14+4\sqrt{10}}{4} = \frac{-4\sqrt{10}-2}{4} = \frac{-2\sqrt{10}-1}{2} \Rightarrow x < 0, \text{ след.}$$~~

$$\Rightarrow x = y = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

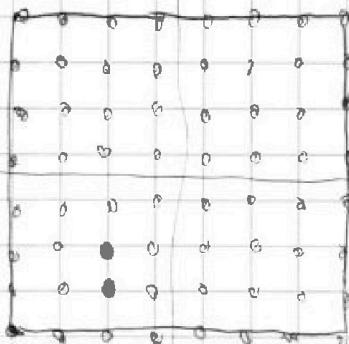


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№6

Пусть было какая-то раскраска сделана. Сделать поворот можно на  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ . И

в синюю цветущую симметрию (себе), одна раскраска будет считаться за ч. Но есть раскраски переходящие на  $180^\circ$  симм. в себе, скажем раскраски, где белые квадраты симметричны относительно центра, тогда такие раскраски считаются за 2.

Но Всего вариантов отмечено было 2 джина:  $C_{64}^2 = \frac{64 \cdot 63}{2}$ . Отмечены только симметричные. Число -  $\frac{64 \cdot 1}{2} = 32$  (разделил на 2, т.к. одна пара, по краям пары считаются разные).

Кол-во вариантов со симметричными =  $32 \cdot 63 - 32$ .

$$\Rightarrow \text{Ответ: } \frac{32 \cdot 63 - 32}{4} + \frac{32}{2} = \frac{32 \cdot 62}{4} + 16 = 1631 + 16 = 1632 = 16 \cdot 2 = \boxed{512}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$P \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad N5.$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y}.$$

$$OP3: 0 \leq y \leq 3, m(3y \geq 0, 3y \geq 0)$$

$$12-x \geq 0, \text{ т.к } 12-x-y^2 \geq 0$$

$\Rightarrow f(x) = 2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x}$  возрастает вогна, т.к  $x \geq 0 \Rightarrow$

$$f(x) = f(y) \Rightarrow x = y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4} + 5 = (2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3y})$$

$g(x)$  при  $x \geq 0$  возрастает,  $h(x)$  при  $x \geq 0$  убывает  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  один корень есть, но он единственности  $\cancel{\exists}$

$$\begin{cases} A = \sqrt{x+4} \\ B = \sqrt{3-x} \end{cases} \Rightarrow A - B + 5 = 2\sqrt{AB}, \begin{cases} A^2 = x+4 \\ 3-x = B^2 \end{cases} \Rightarrow A^2 + B^2 = 3 \Rightarrow$$

$$(A-B)^2 = (2\sqrt{AB}-5)^2 \Rightarrow 7-2AB = 4A^2B^2 - 20AB + 25 \Rightarrow$$

$$4A^2B^2 - 18AB + 18 = 0 \Rightarrow 4A^2B^2 - 9AB + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow AB = 3, 1, 5 \quad 1) AB = \frac{3}{B} \quad 2) A = \frac{1,5}{B}$$

$$A - B + 5 = 2AB \Rightarrow A = \frac{5B}{2B-1} \quad \text{или}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

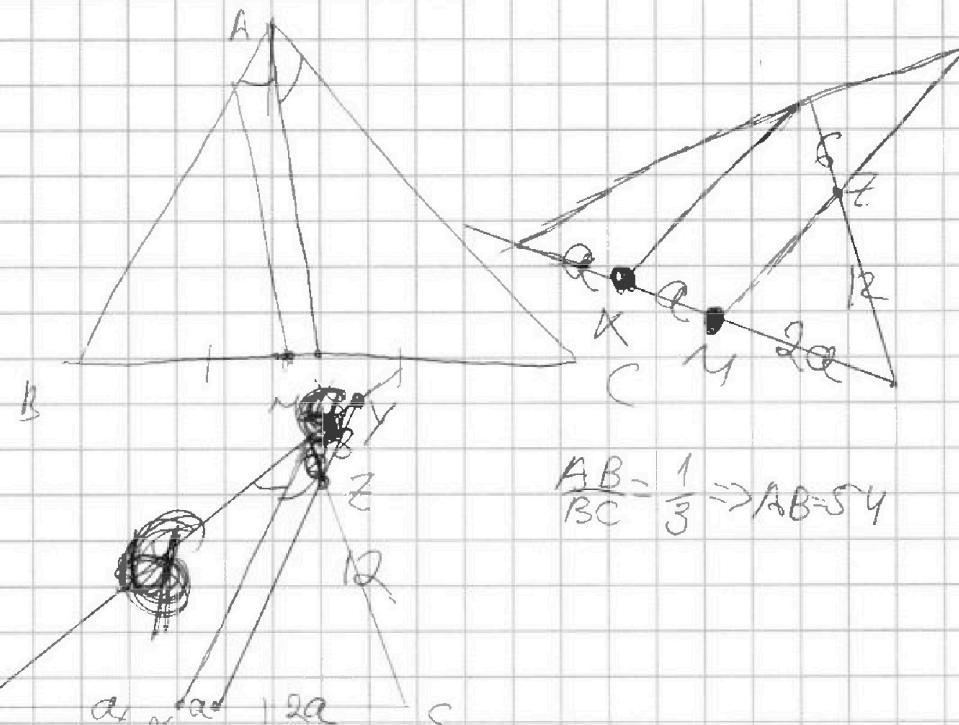


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow AB = 54$$

$$16 + 36 - 48 X = 64 \\ 0 = 48X + 12 \\ X = -\frac{1}{4}$$

$$72 - 72X = 64 \\ 8 = 72X \\ X = \frac{1}{9}$$

$$36 + 324 + \frac{1}{8} \cdot 6 \cdot 18 = BC^2 \\ 360 + 12 = BC^2 = 382$$

$$\begin{array}{r} 3724 \\ -3216 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3844 \\ -3616 \\ \hline 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38416 \\ -3216 \\ \hline 64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12x - 34 \\ \times 9 \\ \hline 108 \\ 108 \\ \hline 108 \end{array}$$

$$\sqrt{x^2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad 0 \leq y \leq 3$$

$$0 \leq x \leq 12$$

$$2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2$$

$$2x^5 + 4x^2 + \sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + \sqrt{3y^2}$$

$$12-x-y^2 \geq 0$$

$$D = -48-4x \geq 0 \quad 4(12-x) \geq 0 \quad 12 \geq x$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} \leq 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}$$

$$\sqrt{x+4}$$

$$12-x-y^2 \geq 0$$

$$a - b + 5 = 2a b$$

$$7\sqrt{5ab} \leq 12ab$$

разделить на 5

$$5-b = a(2b-1)$$

$$a \geq 2 \\ 2016 < 8\sqrt{3}$$

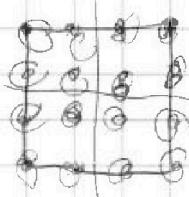
$$b = \frac{a+5}{2a+1}$$

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 32 \\ \hline 126 \\ 189 \\ \hline 1992 \end{array}$$

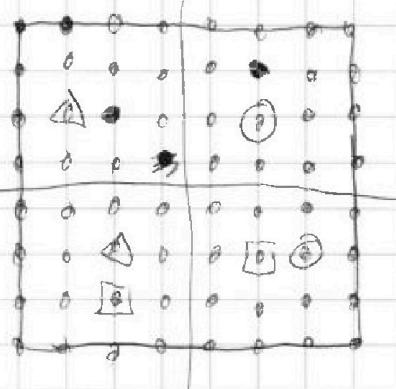
$$a = \frac{5-2b}{2b-1} \geq 2$$

$$5-b \geq 4b-2$$

$$7 \geq 5b$$



$$(69 \cdot 63 - 82) \div 16 =$$



$$= \frac{32 \cdot 62}{4} \div 16 =$$

$$= 16 \cdot 31 + (16 - 16 \cdot 32)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$10x+5y \rightarrow \min$$

n2

$$2x \geq 3y \quad \text{or} \quad x \geq 1,5y$$

$$2x - 3y \leq 6$$

$$x \leq \frac{3(y+2)}{2}$$

$$2y \geq 3x \geq 9,5y$$

$$2y \geq 9,5y \quad y < 0$$

$$x \leq \frac{3(y+2)}{2}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2y - 3x \leq 4 \end{cases}$$

$$-(x+y) \leq 10$$

$$x+y \geq -10$$

$$3x \leq 2y$$

$$x \geq \frac{2y}{3}$$

$$-(x+y) \leq 10$$

$$x+y \geq -10$$

$$x \geq -y - 10$$

-2

-1

$$\frac{2(y-2)}{3} \leq x$$

$$2y \geq \frac{2(y-2)}{3}$$

$$6y \geq 2y - 4$$

$$x = -10$$

$$-6 \leq 4y$$

$$2x - 6 \leq 6x$$

$$y \geq -1$$

$$y = -1$$

$$\frac{2x-6}{3} \leq 2x$$

$$\begin{aligned} 1) \quad 2x &\geq 3y \\ 3x &\leq 2y \end{aligned} \quad \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2y - 3x \leq 4 \end{cases}$$

$$6 \geq 2x - 3y \geq 0$$

$$4 \geq 2y - 3x \geq 0$$

$$-10 \leq 5x - 5y$$

$$x \geq \frac{2y-4}{3}$$

$$-2 \leq x - y \geq \frac{20y - 40}{3} + \frac{10x - 30}{3} - \frac{20y + 10x - 70}{3}$$

$$-6 \leq 2x - 3y$$

$$x \geq y - 2$$

$$-4 \leq 3x - 2y$$

$$10x + 5y \geq 15y - 10$$

$$\frac{2x - 5y}{3} \leq 2x$$

$$3y = 2x - 6$$

$$-6 \leq 2y - 4 - 3y$$

$$-4 \leq y - 6$$

$$y \geq 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$9(2x-3y) \leq 6$$

$$16x+5y.$$

$$9(3x-2y) \leq 4$$

$$2x \geq 3y \quad 3x \geq 2y$$

$$x \geq \frac{2}{3}y \quad x \geq \frac{2y}{3}$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$3x-2y \leq 4$$

$$5x-8y \leq 10$$

$$x-y \leq 2 \quad x \leq 2+y$$

$$\begin{array}{r} x \geq 3y \\ - \\ x \geq \frac{3y}{2} \end{array}$$

$$10140$$

$$10309$$

$$2x \geq 3y \quad 3x \leq 2y$$

$$x \geq \frac{3y}{2} \quad x \leq \frac{2y}{3}$$

$$\frac{2y}{3} \geq \frac{3y}{2}$$

$$4y \geq 9y \Rightarrow y \leq 0, x < 0$$

$$\begin{array}{r} x \geq 103 \\ - \\ x \geq 103 \end{array}$$

$$\frac{103}{103}$$

$$\frac{103}{103}$$

$$\frac{103}{103}$$

$$2x-3y \leq 6$$

$$8y-3x \leq 4$$

$$-x+y \leq 10$$

$$m =$$

$$x+y \geq 10$$

$$\begin{array}{r} x \geq 16 \\ - \\ x \geq 15 \end{array}$$

$$\frac{16}{15}$$

$$\frac{3y}{2} \leq x \leq 2+4y$$

$$\begin{array}{l} 3y \leq 4+2y \\ y \leq 4 \quad x \leq 6 \end{array}$$

$$60$$

$$\boxed{m-2n=2}$$

$$\begin{array}{r} x \geq 16 \\ - \\ x \geq 15 \end{array}$$

$$\frac{16}{15}$$

$$m-2n=13$$

$$m-2n+13=13+17$$

$$m-2n=13$$

$$m-2n=13+16$$

$$m-2n=17$$

$$m-2n+13=p^2$$

$$m-2n=p^2$$

$$m-2n+13=17$$

$$m n$$

$$(m-2n)(m-2n+13)=15q^2$$

~~$$X(K+13)=15q^2$$~~

$$a^2+13a$$

$$a(a+13)=15q^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 12 - 12x + 2 = (x^2 + 4x)^2 \\ 12 - 12x + 6 = -6x \end{cases}$$

$$36 - 16 - 24$$

Числовые

$$\begin{cases} 36 - 36x + 6 = 3(x(x+4))^2 \\ 12 - 12x + 6 = -6x^2 \end{cases}$$

60

84

$$24 + 48 = 72 \quad (16 - 64 + 16 \cdot 4) / 48 = 24$$

$$24 - 24x = 3(x + 8x^3 + 16x^2) + 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$48 -$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$6x^2 - 12x + 6 = 0 \quad \rightarrow 12 - 12x = (x^2 + 4x)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$\frac{37}{6}$

$\frac{3}{6}$

$$\begin{cases} x=1 \\ 36 - 16 - 24 \\ 20 - 40 \\ 48 - 9 - 54 \end{cases}$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 8 = -40 + 8 = \sqrt{-4(d+2)} = 2\sqrt{-(d+2)} \quad 3\sqrt{24}$$

$$60 \quad 0 \quad -24$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3x^3 + 24x^2 + 63$$

$$21x^2 + 4x^2$$

$$2(x^3 + 12x^2)$$

$$33x^3 + 24x^2$$

$$12 + 12 - 30 =$$

$$48 - 24 \cdot 8 + 54 \cdot 4 - 24 \cdot 2 - 24$$

$$48 \cdot 3 = 54 \cdot 4$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$3x^3 + 18x^2 + 63$$

$$18x^3 + 54x^2$$

$$18x^3 + 636x^2$$

$$12 + 24 - 20 = 4^2$$

$$12 + 24 - 60 = -6 \cdot 4$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

$$3x^3 + 18x^2 + 18x - 2 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$A-B=5=2AB$$

$$2x+5=B=4AB$$

$$7,2=5,4B$$

$$\frac{72}{54}=B=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$$

$$18AB=$$

$$(2A+2)$$

$$\frac{2m}{n}+1=R \quad \frac{e}{q}$$

$$2m+n=R$$

$$x=A^2-4$$

$$x=3B^2$$

$$\frac{b^2-70B^2}{4B^2-4B+1} = 9 - B^2$$

$$A=2AB+ \cancel{\frac{4}{3}} \quad \cancel{\frac{8}{3}}$$

$$\left| \begin{array}{l} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{array} \right.$$

$$|3x-2y| \leq 4$$

$$AB=3$$

$$(A+B)^2=$$

$$\begin{aligned} & 6B-3=5B-B^2 \\ & 3B-3=5B-B^2 \end{aligned}$$

$$B^2+B-3$$

$$B^2-2B-15$$

$$A^2+2AB+B^2=4AB-20AB+20$$

$$\frac{27}{10} \frac{11}{5}$$

$$A=\sqrt{3} \quad B=2$$

$$3-x=\frac{16}{9}$$

$$x+4=\cancel{\frac{36}{25}} \quad \frac{171}{25}$$

$$x=\frac{21}{75}$$

$$A=\frac{5-B}{2B-1}$$

$$\frac{19}{4} \frac{9}{4}$$

$$\left| \begin{array}{l} A^2-4=3-B^2 \\ A=\frac{5-B}{2B-1} \end{array} \right.$$

$$A^2+B^2=7$$

$$\frac{35}{2}$$

$$x \leq \frac{3(y+1)}{2}$$

$$\left| \begin{array}{l} 2x-3y \leq 6 \\ 3x-2y \leq 4 \end{array} \right.$$

$$x \leq \frac{2(y+1)}{3}$$

$$x+y \leq 2$$

$$A=\frac{3}{B}$$

$$B^2+B-3$$

$$B^2-2B-15$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{12-x^2} \quad 0 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{7} &\quad ?? \\ 6 \geq x \geq \sqrt{5} &\quad \sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x^2} + \sqrt{3x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 &= 2\sqrt{12-x^2} \\ A - B + 5 &= 2AB \end{aligned}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x^2} \downarrow$$

$$\begin{aligned} \sqrt{6} + 4 = 2\sqrt{6} &\quad \times \frac{2}{2} \quad \times \frac{2}{2} \quad \times \frac{2}{2} \\ \sqrt{5} - \sqrt{2} + 5 = 2\sqrt{10} &\quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \end{aligned}$$

$$7 - \sqrt{3} = 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$49 - 14\sqrt{3} + 3 \vee 32$$

$$20 \vee 14\sqrt{3}$$

$$400 \times 3 \cdot 196$$

$$A = 1,29$$

$$\sqrt{29}$$

$$171$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 =$$

$$\sqrt{\frac{11}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} + 5 = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{11} - \sqrt{3} + 5\sqrt{2} = \sqrt{86}$$

$$\begin{matrix} 76 \\ 78 \end{matrix}$$

$$22 - B \approx 4,4B$$

$$2,3 - \sqrt{1,71} + 5 = 2 \cdot 2,3 \cdot \sqrt{1,71}$$

$$2,4 - B + 5 = 4,8B$$

$$2\sqrt{1,71} = 5 - 2,3$$

$$x = \frac{29}{4}$$

$$22,8 = 28,8B$$

$$A = \frac{5}{2} \quad B = \frac{6}{4}$$

$$3 = \frac{25}{16} + \frac{9}{4}$$

$$2,5 - B + 5 = 5B$$

$$x + y = \frac{25}{4}$$

$$3 - x = \frac{25}{16}$$

$$7,5 = 6B$$

$$\frac{5}{4} = B$$