



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 8

- [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
- [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 4y| \leqslant 8. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
- [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$14x + 7y \rightarrow \min$$

$$| 14x - 3y | \leq 6$$

$$| 13x - 4y | \geq 8$$

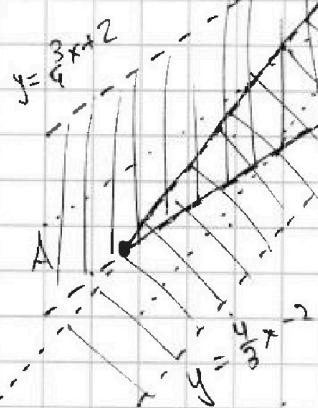
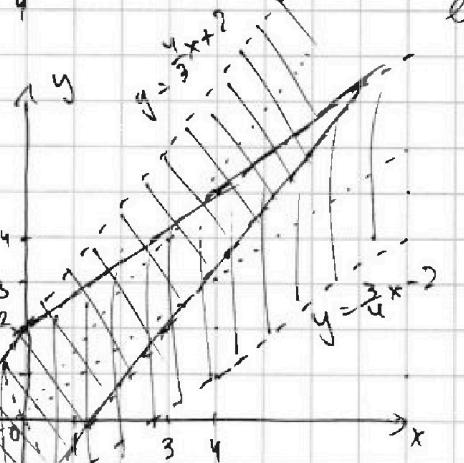
$$\left\{ \begin{array}{l} y \leq \frac{4}{3}x \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \geq \frac{4}{3}x \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y \leq \frac{3}{4}x \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y \geq \frac{3}{4}x \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{array} \right.$$

$$1) \text{ Нужно } 14x + 7y = 0$$

$$y = \frac{a - 14x}{7} = -2x + \frac{a}{7}$$

2. 4. $a \rightarrow \min$, то из семейства прямых с коэффициентом -2 нужно выбрать самую близкую, имеющую точку в заданной области.

Такая прямая пересекает с областью в т. А, ее изображена:



$$\begin{aligned} y &= \frac{4}{3}x + 2 \\ y &= \frac{3}{4}x - 2 \\ \frac{4}{3}x - \frac{3}{4}x &= -4 \\ \left(\frac{16}{12} - \frac{9}{12}\right)x &= -4 \\ x &= \frac{-48}{7} \\ y &= -\frac{3}{4} \cdot \frac{-48}{7} - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = -\frac{50}{7} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Поставил крестик 2. А бывало:

$$14 \cdot \left(-\frac{48}{7}\right) + 4 \left(-\frac{50}{7}\right) = \alpha$$

$$2(-48) - 50 = \alpha$$

$$\alpha = -(50 + 96) = -146$$

Ответ: -146

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + qm - qn \quad 13p^2 - 3q^2$$

$$B = m^2n + 3mn - mn^2$$

$$A = (m-n)(m-n+q)$$

Предположим что $m-n=p$, $m-n+q=13p$,

которого быть не может, т.к.

$$q = 12p - \text{есть рзм в } N$$

Предположим что $m-n+q=13p$.

тогда $m-n+q=13p$, т.к. $m-n+q=13p$

$$\text{тогда } m-n=p^2$$

$$m-n+q=13, \text{ тогда } q=13-p^2$$

$$p^2 = 9 \Leftrightarrow p=3, \text{ т.к. } p \in N$$

$$\text{тогда } m=n+q.$$

$$\text{Если } m-n+q=1, \text{ т.к. } m-n < 0 - \text{нельзя}$$

$$\text{тогда } \begin{cases} m-n=13 \\ m-n+q=p^2 \end{cases}$$

но

$$22=p^2 - \text{нет рзм в } N$$

Получим, что

$$\text{если } A=13p^2, \text{ то}$$

$$m=n+4$$

$$\text{тогда рзм } B=3q^2$$

$$\text{тогда } \begin{cases} m-n=1 \\ m-n+q=13p^2 \end{cases}$$

$$10=13p^2 - \text{нет рзм в } N.$$

$$mn=3$$

$$m+n+3=q^2$$

$$m+n=4 \Rightarrow q^2=7 - \text{нет рзм в } N$$

$$\text{тогда } \begin{cases} mn=q \\ m+n+3=3q \end{cases} \quad m=\frac{q}{n}$$

$$\frac{q}{n}+n+3=3q \quad | \cdot n$$

$$q+n^2+3n=3qn$$

$$q=\frac{n(n+3)}{3n-1} \quad | \cdot (3n-1) \quad n=3n-1 \quad \cancel{n}$$

$$3n-1=n+3 \quad 3n-1=n+3$$

$$2n=4$$

$$\cancel{2n=4} \Rightarrow m=1$$

$$\text{тогда } \begin{cases} mn=q^2 \\ m+n+3=3 \end{cases}$$

$$m+n=0 - \text{нет рзм в } N$$

$$\text{тогда } \begin{cases} mn=3q \\ m+n+3=q \end{cases} \quad m=\frac{3q}{n}$$

$$3q+n^2+3n=qn \quad | \cdot n$$

$$q=\frac{q(n+3)}{3-n}$$

$$3q+n^2+3n=qn \quad | \cdot n$$

$$n=3-n - \text{нет рзм в } N$$

$$n+3=3-n - \text{нет рзм в } N$$

$$\text{Отвт: } (m, n)=(t+4, t), t \in N, v(1; 2)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 5

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$\begin{cases} m-n = q^2 \\ m-n+q = 3 \end{cases}$$
$$q^2 = -6 \quad \text{∅}$$

№2

$$\begin{cases} m-n = 3 \\ m-n+q = q^2 \end{cases}$$
$$12 = q^2 - \emptyset$$

№3

$$\begin{cases} m-n = 3q \\ m-n+q = q^2 \end{cases}$$
$$3q + q = q^2 - \emptyset$$

№4

$$\begin{cases} m-n = q \\ m-n+q = 3q \end{cases}$$
$$q + q = 3q \quad \text{∅}$$

№5

$$\begin{cases} m-n = q \\ m-n+q = 3q^2 \end{cases}$$
$$10 = 3q^2 - \emptyset$$

№6

$$\begin{cases} m-n = 3q^2 \\ m-n+q = 1 - \text{нет решений} \end{cases}$$

4/2

Доказало, что есть только одно решение и оно

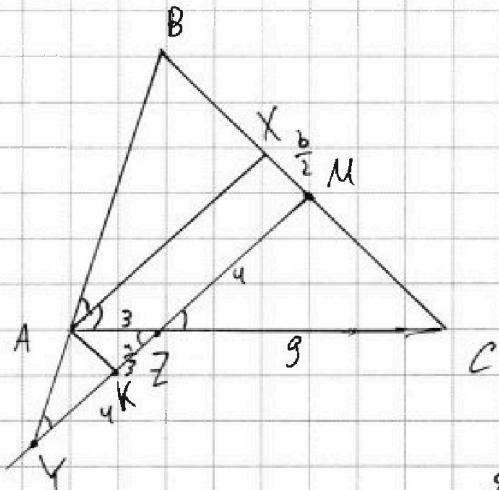
решение: $(n, m) = \{(t+4, t), t \in \mathbb{N}\} \cup \{1/2\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) ~~Будем доказывать~~
Доказать $BM = a$, тогда
 $CM = b$, т.к. M -середина BC

Доказать $BX = c$, тогда
 $CX = BC - b = 2a - b$

2) Д.к. $ZM \parallel AX$, и AK -диагональ, то

$$\angle BAX = \angle XAC = \angle MZC = \angle AZY \text{ (сопост.)}$$

3) Д.к. C -одна из вершин, $\angle XAC = \angle MZC$, то $\angle CMZ \cong \angle XA(Y)$

$$\Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{AX}{a+2M}$$

4) Д.к. C -одна из вершин, $\angle XAC = \angle MZC$, то $\angle CMZ \cong \angle XA(Y)$

$$\Rightarrow \frac{CX}{CM} = \frac{AX}{ZM} = \frac{AC}{ZC} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow AX = \frac{4}{3} ZM$$

С учетом обозн. имеем:

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{AX}{a+2M} \\ \frac{2a-b}{a} = \frac{AX}{ZM} \end{cases} \quad 2 - \frac{b}{a} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{ZM} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{2a-b}{a} = \frac{AX}{ZM} \quad \text{д.к. } BC = 2a, \text{ то } BC = 2 \cdot \frac{3}{2} b = 3b$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{a+2M}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} = \frac{\frac{4}{3} ZM}{a+2M} \\ & 2 + 2ZM = 4ZM \\ & 2 = 2ZM \\ & ZM = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) \quad & XM = BM - BX = a - b = \\ & = \frac{3}{2} b - b = \frac{b}{2} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6) $\text{P.n: } AK \parallel BC$, $k \in \mathbb{R}$
 $\text{, т.к. } AX \parallel KM$, \Rightarrow

AKM - параллелограмм по опр $\Rightarrow XM = AK = \frac{b}{2}$.

7) $\angle AZK = \angle MZC$ (~~из условия~~ вертикальные), $\angle AKZ = \angle ZMC$ (из опр. вис.)

$$\Rightarrow \triangle AKZ \sim \triangle CMZ (\text{SSS}) \Rightarrow \frac{KZ}{AZ} = \frac{ZM}{ZC} \Rightarrow KZ = \frac{AZ \cdot ZM}{ZC} =$$

$$= \frac{3 \cdot 4}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow YK = YZ - KZ = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

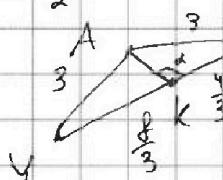
8) $\text{По C8-6у доказ. соv: } \frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} \Rightarrow AB = \frac{BX \cdot AC}{XC} =$

$$= \frac{b}{2b} \cdot 12 = \frac{12}{2} = 6.$$

9) $\text{У2 нахождение } \angle AYX \text{ и } \angle YBZ$ ~~из условия } \angle AKZ = \alpha, \text{ т.к.}~~ $\frac{AY}{AB} = \frac{XY}{BX} = \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$

~~$\angle AYB = \frac{3}{2}\alpha$~~ , $\Rightarrow \angle AYB = \frac{3}{2}\alpha$, $\text{т.к. } \angle AYB = \angle YBZ$, $\angle YBZ = \alpha$

$$\frac{AY}{AB} = \frac{XY}{BX} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{1}} = \frac{1}{2} \Rightarrow AY = \frac{AB}{2} = 3$$

Рассмотрим $\angle YAZ$:  $\angle YAZ = \alpha$, $\angle AKZ = \alpha$, т.к.

$$\angle AKY = 180^\circ - \alpha$$

т.к. $\angle AKZ = \alpha$:

$$\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$$

~~$g = AK^2 + \frac{16}{9} - 2AK \cdot \frac{4}{3} \cos \alpha \Rightarrow \frac{2}{3}AK \cos \alpha = AK^2 + \frac{16}{9} - g$~~

т.к. $\angle AKY = \alpha$:

$$\frac{32}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{32}{5}$$

$$g = AK^2 + \frac{64}{9} + 2AK \cdot \frac{8}{3} \cos \alpha$$

$$g = AK^2 + \frac{64}{9} + 2(AK^2 + \frac{16}{9} - g) \Rightarrow g = AK^2 + \frac{64}{9} + 2AK^2 + \frac{32}{9} - 18$$

$$3AK^2 = 27 - \frac{32}{3} \quad AK = \sqrt{g - \frac{32}{9}}, \text{ т.к. } AK > 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$10) Ak = \frac{b}{2}, Bc = 3b = 6 \cdot \frac{b}{2} = 6Ak = 6\sqrt{9 - \frac{32}{9}} = \\ = 6\sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{6 \cdot 7}{3} = 14$$

Объем: 14



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{5x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2} & (1) \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y & (2) \end{cases}$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

П.н. Художник несет чистой краски, то $x \geq 0, y \geq 0$.

Заметим, что если $x > 0$, то $x^4 > y^4 \Rightarrow x^4 - y^4 > 0$,

$x - y > 0$, и $\sqrt[4]{x} > \sqrt[4]{y} \Rightarrow \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} > 0$, т. е.

все слагаемые положительны и их сумма положительна,

т. е. нет решения. Аналогично если $x = y$, тогда

одная часть < 0 — нет. реш. Остается единственное

решение $x = y$, подставим в (1)

$$\sqrt{5x+6} - \sqrt{5-x} + 5 = 2\sqrt{30-x-x^2}$$

$$\text{Пусть } \sqrt{5x+6} = a, \sqrt{5-x} = b, \text{ тогда}$$

$$a - b + 5 = 2ab, \sqrt{30-x-x^2} = \sqrt{x+6}\sqrt{5-x} - \text{другой}$$

$$b^2 = 5-x$$

$$-b^2 = x-5$$

$$a^2 - b^2 = x+6$$

$$a = \sqrt{x+6} = \sqrt{11-b^2}$$

$$\sqrt{11-b^2} + b + 5 = 2b\sqrt{11-b^2}$$

ограничений, т.е. корни по

существости уменьшены до 0.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

количество раскрасок с аним. $\text{остаток} = \frac{100}{2} = 50$

количество раскрасок без аним. $\frac{100 \cdot 99}{2} - \frac{100}{2} = \frac{100 \cdot 98}{2} = 50 \cdot 98$

98

$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 50 \\ 0 \end{array}$$

По калькулятору выше общее количество тонов:

$$\frac{50 \cdot 98}{4} + \frac{50}{2} = 25 \cdot 49 + 25 = 25 \cdot 50 = 1250$$

Ответ: 1250

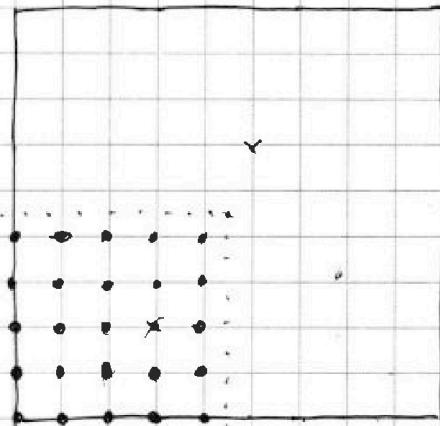


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Федя Жесада 1995
может выбрать только 2,
либо (столбца 1) то есть 1, что
их сумма при разбиении даст квадрат
 $3^2 + 4^2 = 5^2$, т. е.

Е. и. раскраски переходящие поворотами друг в другие
равны, то в начале раскраски может
передать либо 3 цвета, и только 3, (повёрнутые на
 $90^\circ, 180^\circ$, и 270°) тогда количество раскрасок 3 задаче
64 разложения ~~это~~ наименее раскрасок удаётся.
а) $90^\circ, (0, 10)(10, 10)$ - ~~второй первого~~
б) $180^\circ, (0, 10)(10, 10)$ - ~~второй второго~~
в) $270^\circ, (0, 10)$ - ~~перестановка~~

- КОДЫ если 2 горизонтали синие притягиваются
центра квадрата, в этом случае при подсчете раскрасок
квадрата для учета этих же перестановок, поэтому если
такие цвета синий, то в начале раскраски поворотами передать
может много одинаковых



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a_5 = 6x + 18 \\ a_7 = (x^2 - a_5)^2 \\ a_{11} = -3x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 6x + 18 & (1) \\ a_1 + 6d = x^4 - dx^3 + (6x^2) & (2) \\ a_1 + 10d = -3x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(3) - (2): 4d = -3x^2 - x^4 + dx^3 + 16x^2$$

$$d = \frac{-x^4 + dx^3 + 19x^2}{4}$$

$$\begin{aligned} (2) - (1): x^4 - dx^3 + (6x^2 - 6x - 18) \\ = \frac{x^4 + dx^3 - 19x^2}{2} = x^4 - dx^3 + 16x^2 - 6x - 18 \end{aligned}$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad | : 3$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} 1 & -8 & 17 & -4 & -12 \\ \hline 2 & -6 & 5 & 6 & 0 \\ \hline 1 & -4 & -3 & 0 & \end{array}$$

$$(x-2)^2(x^2 - 4x - 3) = 0 \quad D = 4^2 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28$$

$$(x-2)^2(x - (2 + \sqrt{7}))(x - (2 - \sqrt{7})) = 0 \quad x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \pm \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } 2; 2 \pm \sqrt{7}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{Bx}{BM} = \frac{AX}{YM} = \frac{Cf}{CM}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{12y}{4+9y} \\ \frac{b}{a} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{12y}{4+9y}$$

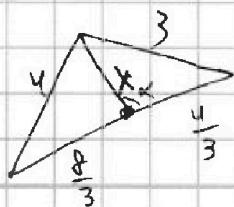
$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2y}{4+2M}$$

~~$$2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{2y}{4+2M} \cdot \frac{AX}{2M}$$~~

$$2 = \frac{\frac{4}{3} \cdot 2y}{4+2M} + \frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{a} - 2 = \frac{4}{3}$$

$$2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \quad | \cdot 2a = 3b = BC$$



$$\frac{Bx}{BM} = \frac{AX}{4+2M}$$

$$\frac{Cx}{CM} = \frac{AX}{2M}$$

$$\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{AX}{4+2M} \\ \frac{2a-b}{a} = \frac{AX}{2M} \end{cases}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{AX}{2M} \quad | \boxed{AX = \frac{4}{3} \cdot 2M}$$

$$\frac{AX}{4+2M} = \frac{2}{3}$$

$$3AX = 8 + 2M$$

$$6M = 8 + 2M$$

$$2M = 8$$

$$(2M=8)$$

$$g = \frac{16}{9} + x^2 - \frac{2x}{3} \cos \alpha$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + \frac{2 \cdot 8}{3} x \cos \alpha$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач **нумеруются отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$4x - 6 \leq 3x$$

$$3\sqrt{2} \leq q_4$$

$$3x + y \geq 4y$$

$$4x + 7y = 9$$

$$4g = a - 14$$

$$y = \frac{q}{x} - 2$$

$$= -2x + \frac{a}{y}$$

$$\frac{\frac{b}{a}}{1} = \frac{12y}{4+9y}$$

$$\alpha = \frac{(b-5)}{1-2b}$$

$$y = \frac{4}{3}x +$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x - 3y \geq 0 \\ 4x - 3y \leq 6 \\ 4x - 3y = 0 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 4x - 3y \geq -6 \\ 3x - 4y \geq 6 \\ 3x - 4y \leq 8 \\ 3x - 4y \leq 0 \\ 3x - 4y \geq -8 \end{cases}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{12y}{4+9y} + \frac{4}{3} = \frac{36y + 16 + 36y}{3(4+9y)}$$

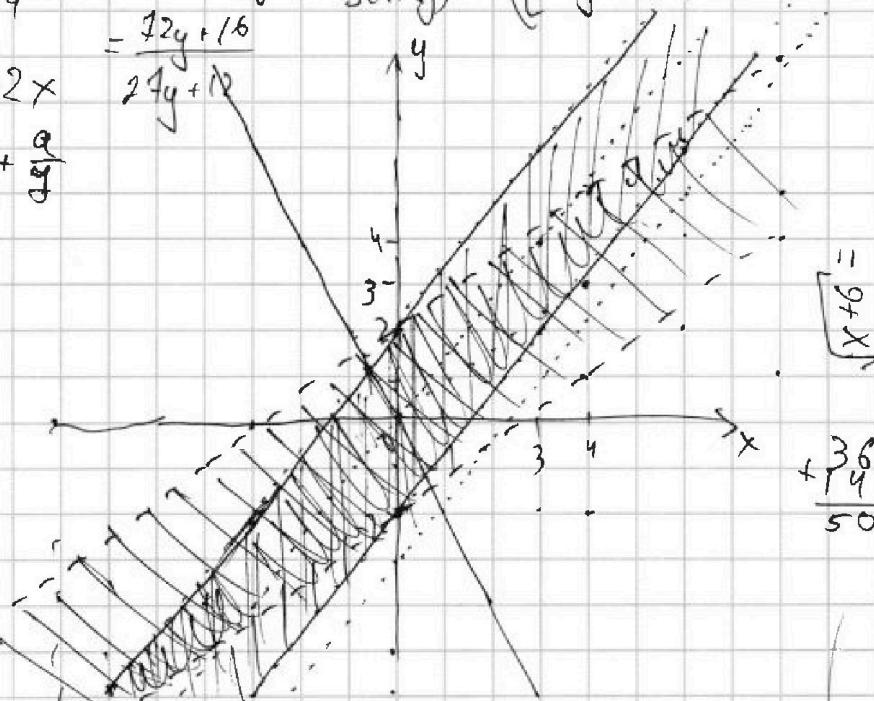
$$= \frac{72y + 16}{3(4+9y)}.$$

$$274 + 10$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{4}{3}x \\ y \geq \frac{4}{3}x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} y &\geq \frac{4}{3}x \\ y &\leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y &\leq \frac{3}{4}x \quad (K) \\ y &\geq \frac{3}{4}x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{3}{4}x \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \frac{4}{3}x + 2 &= \frac{3}{2}x - 2 \\ \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right)x &= -4 \\ \left(\frac{16 - 9}{12}\right)x &= -4 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_5 = 6x + 18$$

$$a_2 = (x^2 - 4x)^2$$

$$a_{11} = (-3x^3)$$

$$(1) \quad 3x + 4y = 6x + 18$$

$$cd \times d_1 + 6cd = (x^2 - 4x)^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

$$(3)(a_1 + 10d) = -3x^2$$

$$(2) - (3) : \quad \cancel{4x^4} \quad 4d = -3x^2 - x^4 + \cancel{4x^3} - 16x^2 = -x^4 + 8x^3 - 19x^2$$

$$d = \frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{4} = \frac{-16 + 64 - 76}{4} =$$

$$(2)-(1) \Rightarrow 2d = x^9 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18$$

$$\frac{-x^4 + 8x^3 - 19x^2}{2} = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 6x - 18 \quad | :2$$

$$-x^4 + 8x^3 - 19x^2 = 2x^4 - 16x^3 + 32x^2 - (2x - 36)$$

$$3x^4 - 24x^3 + 51x^2 - 12x - 36 = 0 \quad D = 16 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$x^4 - 8x^3 + 14x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$11|-4|17|-4|=9$$

$$11 - 8 = 3$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 5 & 1 & -3 & 2 & 6 \\ \hline \end{array}$$

2 11 - 6 | 5

$$\textcircled{3} \quad (x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6)$$

$$\begin{array}{r} -2 \quad 1 \quad -10 \quad 5 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

$$\frac{(x-2)^2(x^2-4x-3)}{(x-2)^2/x}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{3} \quad 9 \\ \cancel{-3} \quad 1 \end{array} \quad -11$$

$$(x-2)^2 / x^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$g - \frac{16}{9}x^2 = \frac{8x \cos \alpha}{3}$$

-32
72
14

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + 2\left(g - \frac{16}{9}x^2\right)$$

$$(x+6)(5-y) =$$

$$16 = \frac{64}{9} + x^2 + \left(g - \frac{32}{9}\right) - 2x^2$$

$$= 5x - xy + 30 - 6y$$

$$16 = -x^2 + \frac{32}{9} + 16$$

$$x^2 = \frac{32}{9} + 16 - 16 = \frac{32}{9} - 2 = \frac{14}{9} \quad x = \frac{\sqrt{14}}{3} = \frac{b}{2}$$

$$BC = 3b = 6 \cdot \frac{b}{2} = 2\sqrt{14}$$

$$\sqrt{x+6 - \sqrt{5-y}} + 5 = 2\sqrt{30 - x - y}$$

$$4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x^3 + y}$$

$$4x^4 - 4y^4 + x - y + 5\sqrt[4]{x^3} - 5\sqrt[4]{y} = 0$$

$$4(x^4 - y^4) + (x - y) + 5(\sqrt[4]{x^3} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$(a-b+c)(a-b+c) = a^2 - ab + ac - ab + b^2 - bc + ac - bc + c^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$$

$$13p^2 \quad \frac{10}{31}$$

$$B m^2 n + mn^2 + 3m^2 = mn(m+n)$$

$$3q^2 \quad \frac{32}{49}$$

$$(m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$13p^2 \quad m^2 n (m+n+3) \quad 13p^2$$

$$13p \cdot p \times \frac{3q \cdot q}{3q^2}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} m-n=13 \\ m=n+3 \end{cases} \quad \begin{cases} m-n=p^2 \\ m-n+9=13 \end{cases} \quad \begin{cases} m-n=p^2 \\ m=n+4 \end{cases}$$

$$q = p^2 \cdot n(n+3) = 2q$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases}$$

$$m=n+3$$

$$22=p^2$$

$$\begin{cases} mn=q \\ m=n+3 \end{cases} \quad m=\frac{q}{n}$$

$$m+n+3=3q \quad \frac{q}{n}+n+3=3q$$

$$\textcircled{3} \quad \begin{cases} m-n=13 \\ m-n+9=p^2 \end{cases}$$

$$q+n^2+3n=22$$

$$\begin{cases} mn=3q \\ m+n+3=q \end{cases}$$

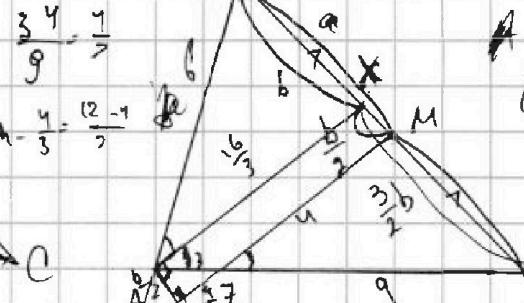
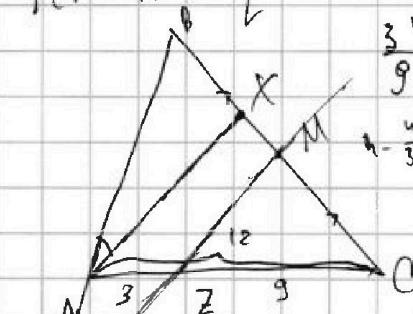
$$\begin{cases} mn=3q \\ m+n+3=q \end{cases}$$

$$3m+3n+9=MN$$

$$\frac{BX}{BM} = \frac{AX}{AM} = \frac{AX}{4+2M}$$

$$\frac{CX}{CM} = \frac{AX}{2M}$$

$$\frac{12 \cdot 2}{3} = \frac{12}{\frac{3}{2}}$$



$$\frac{BX}{ZM} = \frac{AX}{4+2M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{4X}{4+2M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{4X}{7M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{9}{3}$$

$$\frac{AX}{ZM} = \frac{12}{5} = \frac{12}{3}$$

$$AX = 12 \cdot \frac{4}{5} = \frac{48}{5}$$

$$AX = 12 \cdot \frac{4}{5} = \frac{48}{5}$$

$$\frac{BX}{CM} = \frac{AX}{4+2M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{4X}{4+2M}$$

$$\frac{1-b}{a} = \frac{9}{3}$$