



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AH$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{3y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x+4y^2}. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### Задача 1

$$a_2 = a_1 + k = 12 - 12x \quad (1)$$

$$a_4 = a_1 + 3k = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 \quad (2)$$

$$a_8 = a_1 + 7k = -6x^2 \quad (3)$$

$$(3) - (1) \quad 6k = -6x^2 - 12 + 12x \Rightarrow k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2) - (1): \quad 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$
$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(3) - (2): \quad 4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -4x^2 + 8x - 8$$
$$-x^4 - 8x^3 - 18x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$2^4 + 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 8 = 16 - 64 + 72 - 16 - 8 = 72 - 72 = 0$$

~~x~~  $x = -2$  корень

$$(x+2)(x^3 + 6x^2 + 6x - 4) = 0 \quad x = -2 \text{ корень}$$
$$-2^3 + 6 \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 - 4 = -8 + 24 - 12 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x+2)(x^2 + 4x - 2) = 0$$
$$D = 4^2 + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 6 \quad x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = -2 \pm \sqrt{6}$$

Ответ:  $x = -2$ ,  $x = -2 + \sqrt{6}$ ,  $x = -2 - \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2

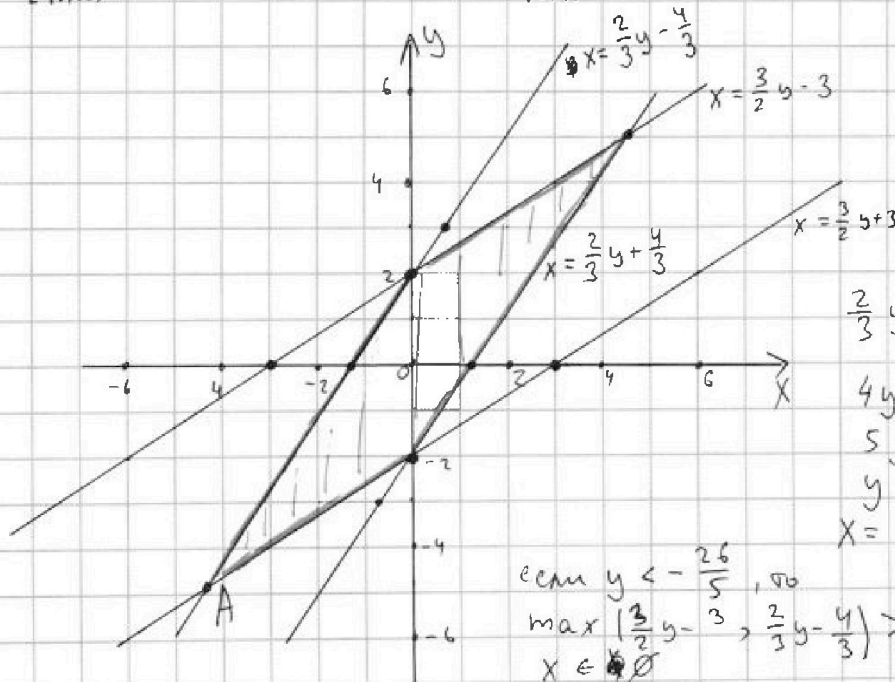
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 & ① \\ |3x - 2y| \leq 4 & ② \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ① |2x - 3y| \leq 6 &\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y < 0 \\ 2x - 3y \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ x \geq \frac{3}{2}y - 3 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \in \left[ \frac{3}{2}y - 3, \frac{3}{2}y + 3 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ② |3x - 2y| \leq 4 &\Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y < 0 \\ 3x - 2y \geq -4 \end{cases} \Rightarrow x \in \left[ \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right] \\ &\begin{cases} 3x - 2y \geq 0 \\ 3x - 2y < 4 \end{cases} \end{aligned}$$

~~max~~  $\frac{7}{3}$  ~~min~~

$$x \in \left[ \min \left( \frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right), \max \left( \frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \right]$$



А, точка пересечения  
 $\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \leq \frac{3}{2}y + 3$

$$\frac{2}{3}y - \frac{4}{3} = \frac{3}{2}y + 3$$

$$4y - 8 = 9y + 18$$

$$5y = -26$$

$$y = -5\frac{1}{5} = -\frac{26}{5}$$

$$x = -\frac{3 \cdot 26}{2 \cdot 5} + 3 = -4,8$$

если  $y < -\frac{26}{5}$ , то

$$\max \left( \frac{3}{2}y - 3, \frac{2}{3}y - \frac{4}{3} \right) > \min \left( \frac{3}{2}y + 3, \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right) \text{ и } x \in \emptyset$$

Тогда  $\min(10x + 5y)$  при  $x = -4,8$ ,  $y = -\frac{26}{5}$

$$10x + 5y = -48 - 26 = -74$$

Ответ: -74.





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

① сызгас  $A = 17p^2$   $B = 15q^2$

~~$B = 15q^2$~~

① $m = 3$	$n = 5$	$m^2 - 2n^2 - 2 < 0$
② $m = 5$	$n = 3$	$m^2 - 2n^2 - 2 = 5 \neq q^2$
③ $m = 1$	$n = 15$	аналогично ①
④ $m = 15$	$n = 1$	$m^2 - 2n^2 - 2 = 221 \neq q^2$
⑤ $m = 9$	$n = 3$	
	$m = 3$	$n = 9$

$$A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

одна скобка 17, вторая  $p^2$   
или одна  $17p$ , вторая  $p$

$$m - 2n = 17 \quad m - 2n + 13 = 30 \neq p^2$$

$$m - 2n = p^2 \quad m - 2n + 13 = p^2 + 13 = 17 \quad |p = 2| \quad |m - 2n = 4| \quad \textcircled{1}$$

$$m - 2n = 17p \quad 17p + 13 = p \quad \text{неверно, так как простое.}$$

$$m - 2n = p \quad p + 13 = 17p$$

$$m - 2n = 4 \quad m = 4 + 2n \quad m > n$$

$$mn(m^2 - 2n^2 - 2) = (4 + 2n)n((4 + 2n)^2 - 2n^2 - 2) = (4n + 2n^2)(16 + 8n + 4n^2 - 2n^2 - 2)$$

$$B = 15q^2 = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$$

$$= 3 \cdot 5 \cdot q^2 \quad \textcircled{1} n = 1 \quad m = 1 + 2 = 3 \quad \text{или } m = 1 + 2 \cdot 3 = 7 \quad \text{или } m = 1 + 2 \cdot 5 = 11 \quad \text{или } m = 1 + 2 \cdot 9 = 19$$

②  $n = 3$   $m = 10 = 2 \cdot 5 = 1 \cdot 10$  или  $5 \cdot 2$  или  $q^2$  или  $5q$  или  $5q^2$

③  $n = 5$   $m = 14 = 2 \cdot 7 = 1 \cdot 14$  или  $7 \cdot 2$  или  $q^2$  или  $7q$  или  $7q^2$

④  $n = 15$   $m = 34 = 2 \cdot 17 = 1 \cdot 34$  или  $q^2$  или  $q$

⑤  $n = 9$   $m = 4 + 2 \cdot 9 = 22 = 2 \cdot 11$  или  $5$  или  $15$  или  $39$ ,  $5q$ ,  $15q$

⑥  $n = 39$   $m = 4 + 2 \cdot 39 = 82 = 2 \cdot 41$  или  $5$  или  $q$  или  $5q$

⑦  $n = 159$   $m = 4 + 2 \cdot 159 = 322 = 2 \cdot 161 = 7 \cdot 23$  или  $3$  или  $39$  или  $1$

⑧  $n = 159^2$   $m = 4 + 2 \cdot 159^2 = 1$  или  $1$

⑨  $n = 159^2$   $m = 4 + 2 \cdot 159^2 = 1$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$B = 15q^2 = m \cdot n \cdot (m^2 - 2n^2 - 2) \quad m = 4 + 2n$$

$m \cdot n = 1$	$m = 6 = 2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2, 101^2, 103^2, 107^2, 109^2, 113^2, 127^2, 131^2, 137^2, 139^2, 143^2, 149^2, 151^2, 157^2, 163^2, 167^2, 173^2, 179^2, 181^2, 187^2, 191^2, 193^2, 197^2, 199^2$	$q = 2$
$m \cdot n = 3$	$m = 10 = 2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2, 101^2, 103^2, 107^2, 109^2, 113^2, 127^2, 131^2, 137^2, 139^2, 143^2, 149^2, 151^2, 157^2, 163^2, 167^2, 173^2, 179^2, 181^2, 187^2, 191^2, 193^2, 197^2, 199^2$	$q = 2$
$n = 5$	$m = 14 = 2, 7^2, 11^2, 13^2, 17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2, 43^2, 47^2, 53^2, 59^2, 61^2, 67^2, 71^2, 73^2, 79^2, 83^2, 89^2, 97^2, 101^2, 103^2, 107^2, 109^2, 113^2, 127^2, 131^2, 137^2, 139^2, 143^2, 149^2, 151^2, 157^2, 163^2, 167^2, 173^2, 179^2, 181^2, 187^2, 191^2, 193^2, 197^2, 199^2$	не простое или не целое
$n = 15$	$m = 34 = 2, 17^2$	не простое
$n = q$	$m = 4 + 2q = 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	} Во всех случаях $q$ не целое или отрицательное
$n = 3q$	$m = 4 + 6q = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 5q$	$m = 4 + 10q = 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 15q$	$m = 4 + 30q = 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = q^2$	$m = 4 + 2q^2 = 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 3q^2$	$m = 4 + 6q^2 = 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 5q^2$	$m = 4 + 10q^2 = 1, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 143, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 187, 191, 193, 197, 199$	
$n = 15q^2$	$m = 4 + 30q^2 = 1$	не подходит

$n = 1 \quad m = 6 \stackrel{3q}{=} q = 2 \quad (36 - 2 - 2) = 5q \quad \text{не подходит}$   
 $n = 3 \quad m = 10 \stackrel{5q}{=} q = 2 \quad (100 - 18 - 2) = 8q$

Если  $A = 17p^2 \quad B = 15q^2$   $\text{каким нар } (m, n) \text{ не}$

② случай  $A = 15q^2 \quad B = 17p^2$   
 $A = 15q^2 = (m - 2n)(m - 2n + 3)$

$m - 2n = 1$	$15q^2 = 14$
3	$5q^2 = 16$
5	$3q^2 = 18$
7	$15q = 13 + q$
9	$5q = 13 + 3q$
15	$3q = 13 + 5q$
39	$q = 13 + 15q$
59	$15 = 13 + q^2$
159	$5 = 13 + 3q^2$
9^2	$3 = 13 + 5q^2$
39^2	$1 = 13 + 15q^2$
59^2	$q^2 = 28$
159^2	
15	

~~только это~~  
 ~~$m - 2n = 1$~~   
 ~~$m = 3 + 2n$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

~~Всего  $17q^2 = m^2 - 2n^2 - 2$  ~~мозгов~~~~

У  $A = 15q^2 = (m-2n)(m-2n+13)$  нет  
ни одного пары  $(m-2n)$  и  $(m-2n+13)$  равных  
 $15q^2$

Прм  $A = 15q^2$   $B = 17q^2$  нет ни одного пары  
 $(m, n)$

Ответ: таких пар  $(m; n)$  нет.

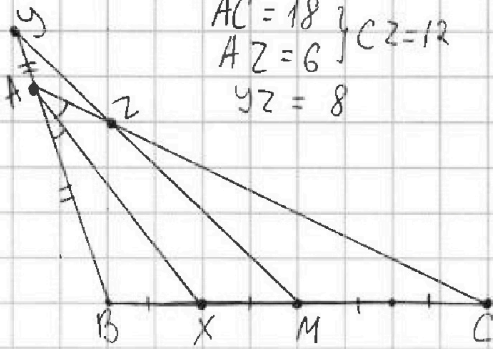


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$\begin{aligned} AC &= 18 \\ AZ &= 6 \\ YZ &= 8 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} CZ = 12$$

Пусть  $M'$  - середина  $AC$ , тогда  
 $AY \parallel MM'$ ,  $YZ$  и  $ZM' \rightarrow 1$  прямая  
 $AZ$  и  $ZM' \rightarrow 1$  прямая

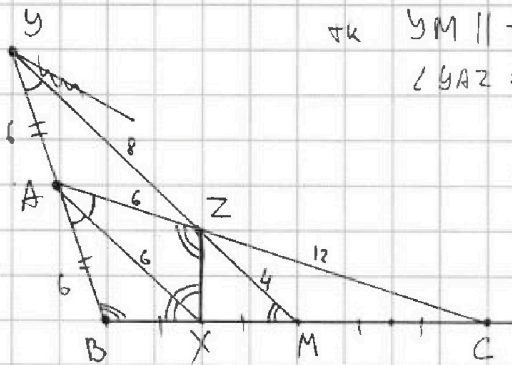
$$\begin{aligned} \triangle AYZ &\sim \triangle MM'Z \Rightarrow ZM = YZ \cdot \frac{ZM'}{AZ} = \\ &= 8 \cdot \frac{9-6}{6} = 4 \end{aligned}$$

тк  $YM \parallel AX$ , то  $\frac{CM}{XM} = \frac{CZ}{AZ} = \frac{2}{1}$

$$MX = \frac{1}{2} CM = \frac{1}{2} BM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{BX}{XM} = \frac{BA}{AY} = \frac{1}{1} \quad \text{и} \quad \frac{AX}{YM} = \frac{BY}{BM} = \frac{1}{2}$$

$$AX = \frac{1}{2} YM = 6 \quad \triangle ZAX \text{ п/б}$$



тк  $YM \parallel AX \Rightarrow \angle AYZ = \angle BAX$

$$\angle YAZ = 180^\circ - 2\angle BAX \Rightarrow \angle AZY = 180^\circ - 180^\circ + 2\angle BAX - \angle BAX =$$

$$= \angle BAX \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AY = AZ = 6$$

Решение

$$AZ^2 = AY^2 + YZ^2 - 2 \cdot AY \cdot YZ \cdot \cos \angle AYZ$$

$$6^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AYZ$$

$$\cos \angle AYZ = \frac{8^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$BM^2 = BY^2 + MY^2 - 2 \cdot BY \cdot MY \cdot \cos \angle AYZ$$

$$BM^2 = 12^2 + 12^2 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot 144 - \frac{4}{3} \cdot 144 = 144 \cdot \frac{2}{3}$$

$$BM = 12 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Ответ:  $BC = 24 \sqrt{\frac{2}{3}}$





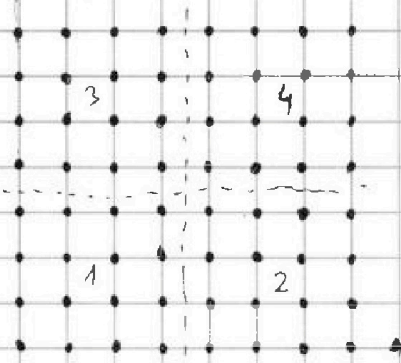
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



Разделим квадрат на 4 квадрата

В каждом квадрате  $4 \times 4$  узлов.

Если 2 узла в одном квадрате, то есть  $\frac{16 \cdot 15}{2}$  способов выбрать их, т.к. при повороте раскраски считаются одинаковыми.

Если 2 узла в соседних квадратах, то есть  $16 \cdot 16$  выбрать 2 узла (первый из кв. 1, второй из кв. 2) (При этом не будет одинаковых раскрасок)

Если 2 узла в противоположных квадратах, то  $\frac{16 \cdot 16 (\text{всего}) + 16 (1 \text{ центр. сим})}{2} = \frac{16 \cdot 17}{2}$  (центральная симметрия не имеет пары, которая поменялась бы поворотом на  $180^\circ$ )

Тогда всего  $16 \cdot 16 + \frac{16 \cdot (15 + 17)}{2} = 16 \cdot 32 = 512$

Ответ: 512 способов перекрасить 2 узла



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

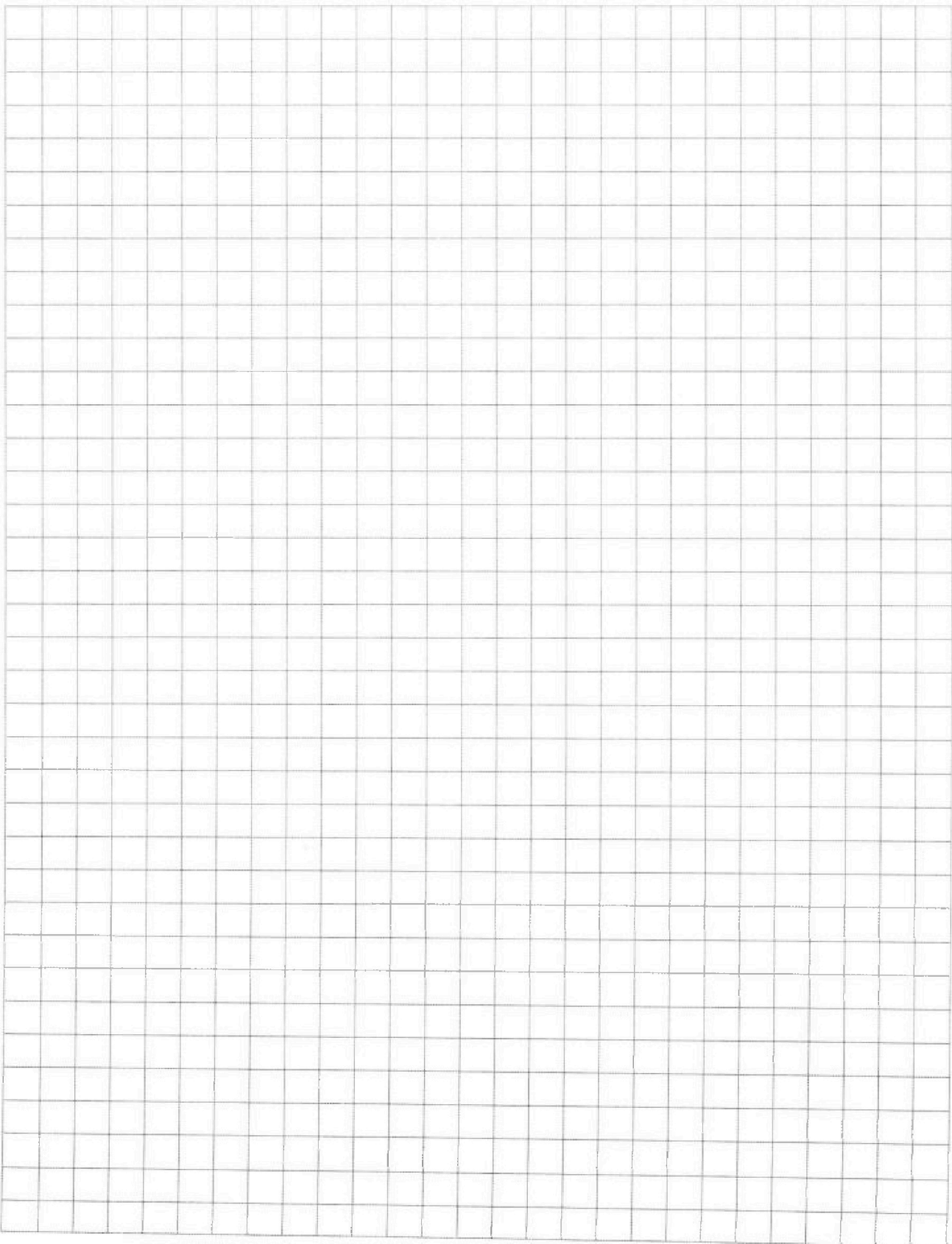
5

6

7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



100  
BC  
CM  
M2  
25

$$2x^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos \alpha$$

$$= 12^2 + \left(\frac{3}{2}y\right)^2 - 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$$

$$\frac{1}{4}y^2 = x^2 + 6^2 - 2 \cdot x \cdot 6 \cos \alpha$$

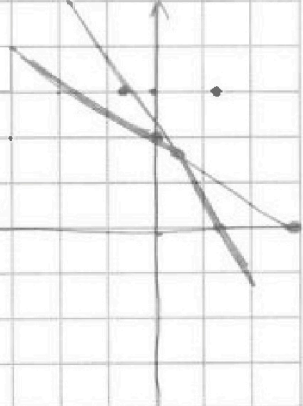
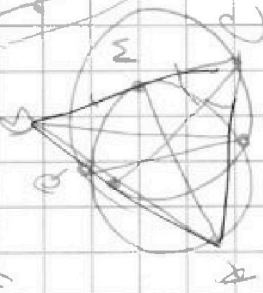
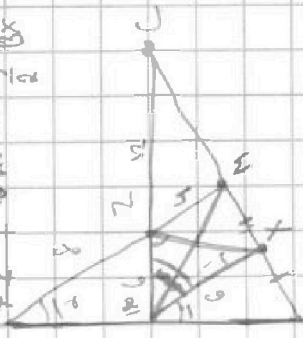
$$\frac{60+x^2}{4} = x^2 + 6^2 - 12x \cos \alpha$$

$$60+x^2 = 4x^2 + 144 - 48x \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{3x^2 + 144 - 60}{48x} = \frac{3x^2 + 84}{48x}$$

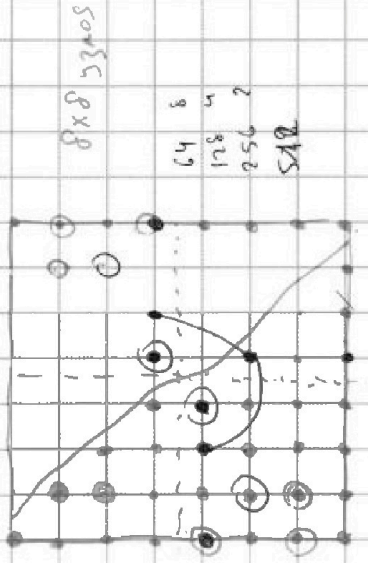
$$72 - 72 \cdot \frac{3x^2 + 84}{48x} = 144 + \frac{9}{4}(60+x^2) - 2 \cdot 12 \cdot \frac{3}{2}y \cos \alpha$$

$$72 + 144 - \frac{3x^2 + 84}{2} = \frac{9}{4}(60+x^2) - 36y \cos \alpha$$



10/31

$$\sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7}}$$



8x8  
33x05

64  
128  
256  
512

64 способа выбрать 1 путь  
63 способа выбрать 2 пути

$$\frac{64 \cdot 63}{2} + 16 \cdot 16 \cdot 2$$

64 \cdot 63 = 32 диаметров или  
выпусков

$$\frac{16 \cdot 16}{2} + 16 \cdot 16$$

$$16 \cdot 32 + 16 \cdot 7,5$$

$$16 \cdot 39,5$$

$$x < \frac{2}{3} \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}$$

$$x < \frac{2}{3} \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$x \in \left[ \frac{2}{3}y - \frac{4}{3}; \frac{2}{3}y + \frac{4}{3} \right]$$

100





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
\_ ИЗ \_

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m^2 - 2n^2 - 2)$   
 $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$

$25 - 18 - 2 = 5 \quad 225 - 2 - 2 = 221$   
 $39 \mid 9^2 - 18 - 2 \mid 9^2 - 20 = 59$   
 $9^2 - 59 \quad 20 = 0$   
 $17 \cdot 9^2 \quad D = 25 + 80 = 105$

$m$	$n$	$q$	$g$
$17^2 - 4$	$35$	$99$	$35$
$18^2 - 2 - 2 = 221$			
$9^2 - 2 - 2 = 77$			
$4n^2 + 6n + 14$			

$\frac{25}{3} - \frac{4}{3} = \frac{3}{2} y + 3$   
 $4y - 8 = 9y + 18$   
 $8y = -26 \Rightarrow y = -\frac{26}{8} = -\frac{13}{4}$   
 $-\frac{15}{4} + 3 = -\frac{15}{4} + \frac{12}{4} = -\frac{3}{4}$   
 $-\frac{10+4}{3} = -\frac{14}{3} = -4\frac{2}{3}$   
 $3 \cdot 26 = 60 + 18 = 78$

$mn \quad 17 \quad 30$   
 $q^2 \quad 17 \quad 30$   
 $q^2 + 13 = 14$   
 $mn \quad 17 \quad 30$   
 $q^2 \quad 17 \quad 30$   
 $q^2 + 13 = 14$   
 $p^2 - 2p - 2 = 17$   
 $p^2 - 2p - 19 = 0$   
 $D = 4$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$(x^2 + 4x - 2) \cdot \frac{(x^2 + 4x + 4)}{(x+2)^2} + 8x^2 + 8x - 8$   
 $\frac{(x^2 + 4x - 2)(x^2 + 4x + 4)}{(x+2)^2} + 8x^2 + 8x - 8$   
 $\frac{(x^2 + 4x - 2)(x^2 + 4x + 4) + (8x^2 + 8x - 8)(x+2)^2}{(x+2)^2}$   
 $\frac{(x^2 + 4x - 2)(x^2 + 4x + 4) + (8x^2 + 8x - 8)(x^2 + 4x + 4)}{(x+2)^2}$   
 $\frac{(x^2 + 4x - 2 + 8x^2 + 8x - 8)(x^2 + 4x + 4)}{(x+2)^2}$   
 $\frac{(9x^2 + 12x - 10)(x^2 + 4x + 4)}{(x+2)^2}$   
 $\frac{9x^4 + 36x^3 + 36x^2 - 10x^3 - 40x^2 - 40x + 40x^2 + 16x + 40}{(x+2)^2}$   
 $\frac{9x^4 + 26x^3 + 32x^2 - 24x + 40}{(x+2)^2}$   
 $\frac{9x^4 + 26x^3 + 32x^2 - 24x + 40}{(x+2)^2} = 9x^2 + 16 + 4x = (3x+2)^2$   
 $3x+2 = \pm \sqrt{9x^2 + 16 + 4x}$   
 $3x+2 = 3x+2$  or  $3x+2 = -(3x+2)$   
 $3x+2 = -3x-2$   
 $6x = -4$   
 $x = -\frac{2}{3}$

$x^2 = 4y^2 + 18^2 - 2 \cdot 18 \cdot 2y \cdot \cos \angle C$   
 $y^2 = 4^2 + 12^2 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos \angle C$   
 $x^2 = 64 + 8^2 - 2 \cdot 68 \cdot \cos \angle C$   
 $x^2 - y^2 = 6^2 + 8^2 - 12^2 \cdot 4^2 = 36 + 64 - 144 - 16 = 160$   
 $y^2 - x^2 = 60$   
 $y^2 = 60 + x^2$   
 $x^2 = 240 + 4x^2 + 324 - 72y \cdot \cos \angle C$   
 $y \cdot \cos \angle C = \frac{4x^2 + 564}{72}$   
 $16 = \frac{y^2 + 144}{x^2 + 60} - 2 \cdot 12 \cdot y \cdot \cos \angle C$   
 $y \cdot \cos \angle C = \frac{x^2 + 60 + 144 - 16}{24}$   
 $4x^2 = (y^2 + 36) + 2 \cdot 9 \cdot y \cdot \cos \angle C$   
 $4x^2 = (\frac{3}{2}y)^2 + 18^2 + 2 \cdot 18 \cdot \frac{3}{2}y \cdot \cos \angle C$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x + 2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$12 - 12x + 6k = -6x^2 \quad \text{и} \quad 6k = -6x^2 \quad \text{или} \quad k = -x^2$$

$$4k = -x^4 - 8x^3 - 22x^2 \quad 2 \cdot 2x + k = -x^2 \quad k = -x^2 + 2x - 2$$

$$2k = -\frac{1}{2}x^4 - 4x^3 - 11x^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12$$

$$3x^4 - 2x^4 = 1,5x^4 + 12x^3 + 27x^2 + 12x - 12 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0$$

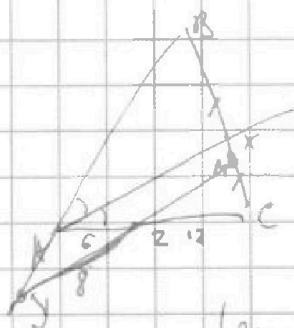
$$2^4 - 8 \cdot 2^3 + 18 \cdot 2^2 - 16 - 8 = 0$$

$$32 - 64 + 72 - 16 - 8 = 0$$

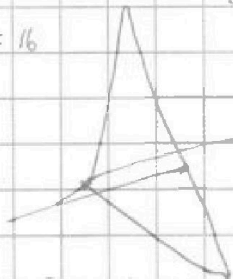
$$4^4 - 8 \cdot 4^3 + 18 \cdot 4^2 - 8 \cdot 4 - 8 = 0$$

$$2k = x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 12x - 12 = -2x^2 + 4x - 4$$

$$3x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8x - 8 = 0$$



$$2^4 = 16$$



$$3 - 8 + 16 - 8 - 8 = 0$$

$$48 - 64 + 64 - 16 - 8 = 0$$

$$3 - 8 \cdot 3 + 16 \cdot 9 - 8 \cdot 27 - 8 = 0$$

$$3 - 144 + 144 - 216 - 8 = 0$$

$$k = 2x - 2 - x^2$$

$$(2x - 3y) \leq 6 \rightarrow \begin{cases} 2x - 3y \leq 6 \\ 2x - 3y \geq -6 \\ 2x - 3y \geq 0 \\ 2x - 3y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}y \\ 2x \geq \frac{3}{2}y - 3 \\ x \geq \frac{3}{4}y \\ x \leq \frac{3}{4}y + 3 \end{cases}$$

$$4k = -6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = -(x^4 + 8x^3 + 22x^2) = -4x^2 + 8x - 8$$

$$12 - 12x + 8x - 4 - 2x^2 =$$

$$= -2x^2 - 8x + 8 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 4x^2 + 8x - 8 + 6x^2 =$$