



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 8



1. [3 балла] Пятый член арифметической прогрессии равен $6x + 18$, седьмой член равен $(x^2 - 4x)^2$, а одиннадцатый равен $(-3x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $14x + 7y$ при условии

$$\begin{cases} |4x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 4y| \leq 8. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n$ и $B = m^2n - mn^2 + 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $3q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 12$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}, \\ 4x^4 + x - 5\sqrt[4]{y} = 4y^4 - 5\sqrt[4]{x} + y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 9×9 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 26$, $AN = 20$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача № 1

для членов арифметической прогрессии a_n верно $a_n = a_1 + (n-1)d$
 d - разность прогрессии, a_1 - первый элемент

$$\begin{cases} 6x+18 = a_1 + 4d & (1) \\ (x^2-4x)^2 = a_1 + 6d & (2) \\ -3x^2 = a_1 + 10d & (3) \end{cases}$$

$$(3)-(1): -3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$d = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$$

$$(2)-(1): (x^2-4x)^2 - (6x+18) = 2d$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

1	1 - 6 + 5 + 6	x	
-1	-1 - 6 \cdot 1 - 5 + 6	x	
2	8 - 6 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6		✓ x = 2
-2			
3			
-3			
6			
-6			

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 & x-2 \\ -x^4 + 2x^3 & \\ \hline -6x^3 + 17x^2 - 4x - 12 & \\ -6x^3 + 12x^2 & \\ \hline 5x^2 - 4x - 12 & \\ -5x^2 + 10x & \\ \hline 6x - 12 & \\ -6x + 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x-2)^2(x^2-4x-3) = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 3 = 16 + 12 = 28$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 6x^2 + 5x + 6 & x-2 \\ -x^3 + 2x^2 & \\ \hline -4x^2 + 5x + 6 & \\ -4x^2 + 8x & \\ \hline -3x + 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{7} \\ x = 2 - \sqrt{7} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 & (1) \\ |3x-4y| \leq 8 & (2) \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} 4x-3y \leq 6 \\ 4x-3y \geq 0 \\ 3x-4y > 0 \\ 3x-4y \leq 8 \\ 4x-3y < 0 \\ 3y-4x \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{4}{3}x - 2 \\ y \leq \frac{4}{3}x \\ y \leq \frac{4}{3}x + 2 \\ y > \frac{3}{4}x \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x-4y \geq 0 \\ 3x-4y \leq 8 \\ 3x-4y < 0 \\ 3x-4y-4y-3x \leq 8 \end{cases}$$

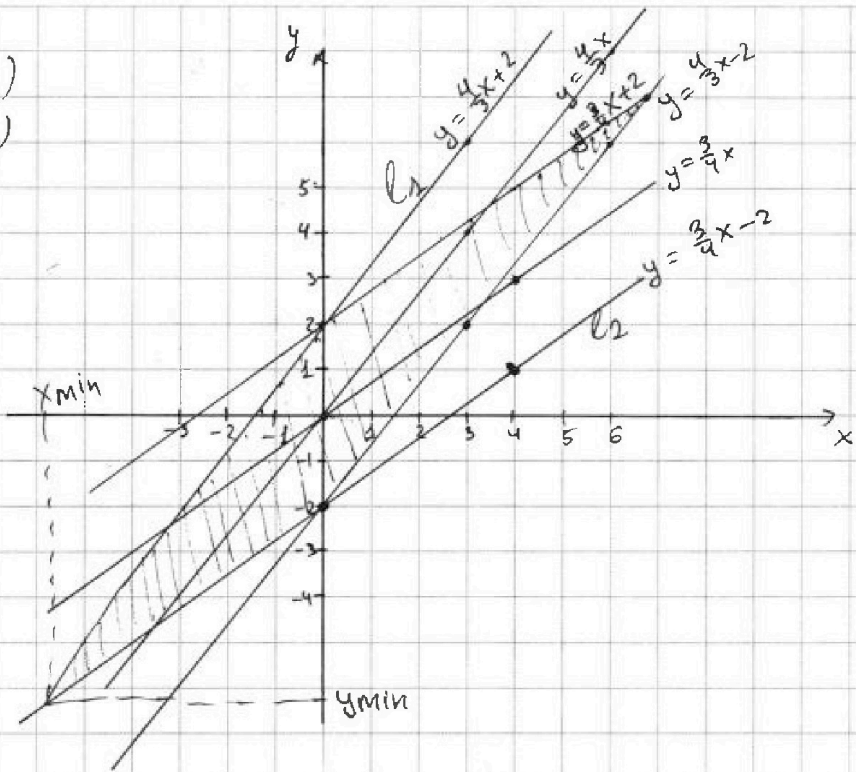
$$\begin{cases} y \leq \frac{3}{4}x \\ y \geq \frac{3}{4}x - 2 \\ y > \frac{3}{4}x \\ y \leq \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$|4 \cdot (-\frac{48}{7}) - 3 \cdot (-\frac{50}{7})| \leq 6$$

$$|3 \cdot (-\frac{48}{7}) - 4 \cdot (-\frac{50}{7})| \leq 8$$

$$\text{Ответ: } -146$$



$$l_1 \cap l_2 = A$$

$$l_1: y = \frac{4}{3}x + 2$$

$$l_2: y = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$x = -\frac{48}{7}$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{48}{7}) - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = -\frac{50}{7}$$

$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2 \quad | \cdot 12$$

$$16x + 24 = 9x - 24$$

$$7x = -48 \quad x = -\frac{48}{7}$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{48}{7}) - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = -\frac{50}{7}$$

$$y = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{48}{7}) - 2 = -\frac{36}{7} - 2 = -\frac{36+14}{7} = -\frac{50}{7}$$

$$-\frac{192}{7} + \frac{150}{7} = -6 \quad y_{\min}; x_{\min} \in \text{области заштриховки.}$$

$$14x + 4y \geq 14 \cdot (-\frac{48}{7}) + 4 \cdot (-\frac{50}{7})$$

$$= -146$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

A = Задача №3

① $A = 13p^2$
 $B = 3q^2$

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9)$$

$$B = m^2n - mn^2 + 3mn = mn(m-n+3)$$

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+9) = 13p^2 & (1) \\ mn(m-n+3) = 3q^2 & (2) \end{cases}$$

(1)

m	n	
чет	чет	→
неч	неч	→
неч	чет	(без оп. обнуло)

л. часть : 2 ⇒ p = 2
(единица четкое простое)

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 2^2$$

пусть $x = m-n$ ⇒

$$\begin{aligned} x(x+9) &= 13 \cdot 4 \\ x^2 + 9x - 52 &= 0 & D &= 81 + 4 \cdot 52 \\ & & &= 289 \\ x_{1,2} &= \frac{-9 \pm 17}{2} \\ x_1 &= -13 \\ x_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m-n = 4 & 1^* \\ m-n = -13 & 2^* \end{cases} \rightarrow \text{в (2)}$$

$$\begin{aligned} mn \cdot (-13+3) &= 3q^2 \\ -10mn &= 3q^2 \\ m > 0 \quad n > 0 \quad q^2 > 0 & \text{невозм.} \end{aligned}$$

⇒ $m = n+4$ 1*

$$\begin{aligned} mn \cdot (m-n+3) &= 3q^2 \\ n(n+4) \cdot (4+3) &= 3q^2 \\ n(n+4) \cdot 7 &= 3q^2 \end{aligned}$$

л. часть : 7 ⇒
прав. часть : 7 ⇒ q = 7

$$\begin{cases} (m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 4 \\ mn(m-n+3) = 3 \cdot 7^2 \end{cases}$$

$m-n=4$ $mn=$

$$n^2 + 4n = 3 \cdot \frac{49}{7}$$

$$n^2 + 4n - 3 \cdot 7 = 0$$

$$n^2 + 4n - 21 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 21 = 100$$

$$n_{1,2} = \frac{-4 \pm 10}{2}$$

$$n_1 = -7; \quad m_1 = -3$$

$$n_2 = 3; \quad m_2 = 7$$

② $A = 3q^2$; $B = 13p^2$

$$(m+n)(m-n+9) = 3q^2$$

по четности четности аналитично

$q = 2$ (простое : 2) $m-n = x$

$$x(x+9) = 3 \cdot 4 \quad x^2 + 9x - 12 = 0$$

нет реш.

~~x~~ - не целое
не погх по усл.
 $m-n \in \mathbb{Z}$

Ответ: ~~(-3; -3)~~ (7; 3)

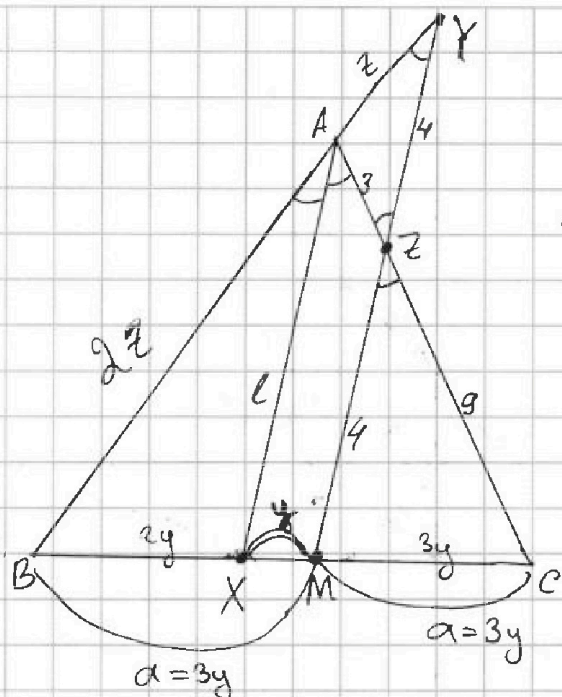


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} AC = 12 \\ AZ = 3 \\ CZ = 4 \\ BC = ? \end{cases}$$

Пусть $BM = MC = a$ (M-середина BC)
 $MX = y$

т. Фалеса $\frac{CZ}{CA} = \frac{CM}{CX}$ ($MZ \parallel AX$)

$$\frac{4}{12} = \frac{a}{a+y} = \frac{a}{a+y}$$

$$\frac{12}{9} = 1 + \frac{y}{a}$$

$$\frac{y}{a} = \frac{12}{9} - \frac{9}{9} = \frac{1}{3}$$

$$3y = a$$

$$\Rightarrow BX = 3y - y = 2y \\ CM = a = 3y$$

Пусть $AY = z$

т. Менелая $\triangle ABC$ секущая MX

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$\frac{a}{a} \cdot \frac{4}{\frac{12}{3}} \cdot \frac{AY}{YB} = 1 \Rightarrow \frac{AY}{YB} = \frac{1}{3}$$

$$YB = 3AY \\ YB = 2z \quad AY = z$$

По свойству биссектрис $\triangle ABC$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} \Rightarrow \frac{2z}{z+3} = \frac{2y}{4y} \Rightarrow z = 3$$

(полезно верно
из $\triangle AYZ$ -
равнобедр.)

$\triangle CMZ \sim \triangle$

т. Менелая $\triangle BYM$ секущая AC

$$\frac{2z}{z} \cdot \frac{4}{zM} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$2 \cdot \frac{4}{Mz} \cdot \frac{3y}{6y} = 1$$

$$Mz = 4$$

$\triangle CMZ \sim \triangle CXA$:

$$\frac{MZ}{z} = \frac{9}{12} \Rightarrow z = 3$$

$$z = 3$$

По формуле для биссектрис $\triangle ABC$

$$\frac{16}{3} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 12 - 2y \cdot 4y} \Rightarrow y = \frac{7}{3}$$

Ответ: $BC = 14$

$$l = \sqrt{AB \cdot AC - BX \cdot XC}$$

$$(y > 0) \quad BC = 6y$$

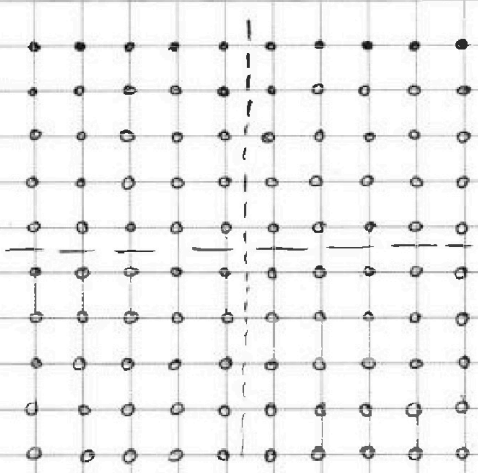
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

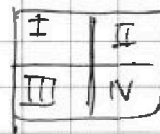


Задача №6

Разобьем квадрат на 4 части, в каждой $5 \times 5 = 25$ точек

Возможны случаи ~~выбор~~ расположения двух взбр. точек

①

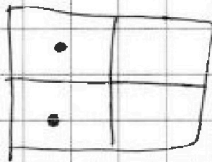


в одной области

~~5/5~~
$$\frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12 = 300$$

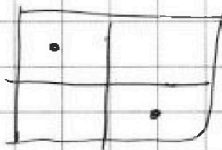
2 варианта взобрать 2 точки

②



в двух областях по одной прямой
 $25 \cdot 25 = 25^2 = 625$ в.

③



по диагонали

$25 \cdot 25 = 625$ в.

Все остальные положения получаются поворотом

данных 3х; ①, ②, ③ клеток не пересекаются

\Rightarrow Всего $300 + 625 + 625 = 1550$ словосовв

Ответ: 1550

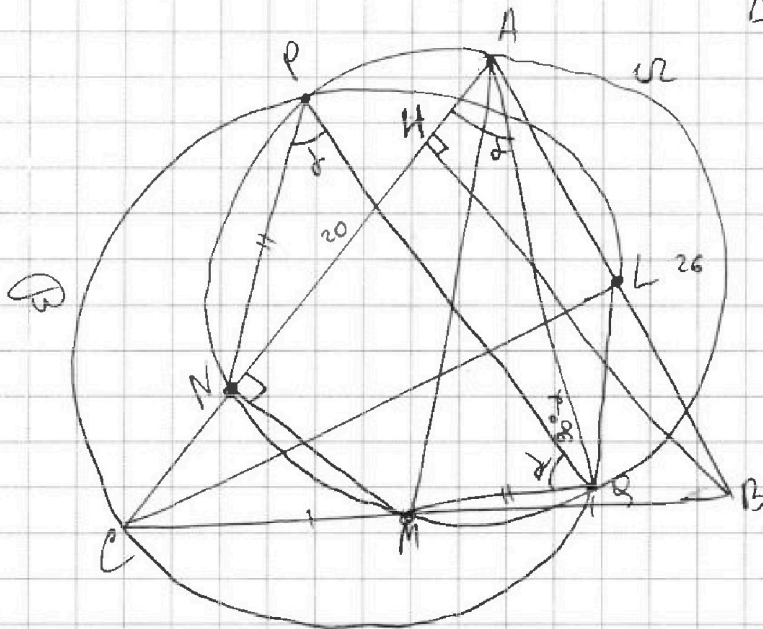


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~~$\angle HNA = 90^\circ$~~
 ~~$\triangle ANA$~~ $\angle MN$

AM диаметр \Rightarrow

$\angle ANM = 90^\circ$

$MN \parallel BH$

$PQ \parallel MN \parallel BH$

$PQMN$ -
равнобедр. трапеция

(впис. в Ω)

$PN = MQ$ хорда
отсекающие \parallel прямыми

степень точки C: $CN \cdot CA$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |4x-3y| \leq 6 \\ |3x-4y| \leq 8 \end{cases}$$

$$0; -2 \quad -14$$

$$14 \cdot 0 + 7(-2) = -14$$

$$4x^2 + 9x^2$$

$$4x - 3y = 6$$

$$y = \frac{4x-6}{3} = \frac{4}{3}x - 2$$

$$y = \frac{3x-8}{4} = \frac{3}{4}x - 2$$

$$4|4x-3y| \leq 24$$

$$3|3x-4y| \leq 24$$

$$4|4x-3y| - 3|3x-4y| \leq$$

$$4|4x-3y| - 3|3x-4y| \leq 0$$

$$4|4x-3y| \leq 3|3x-4y|$$

$$-46(4x$$

x
y

$$4x - 3y \geq 0$$

$$3x - 4y \geq 0$$

$$3y - 4x = 6$$

$$y = \frac{4x+6}{3} = \frac{4}{3}x + 2$$

$$4y - 3x = 8$$

$$y = \frac{3x+8}{4} = \frac{3}{4}x + 2$$

$$3y - 4x \leq 6$$

$$3y \leq 4x + 6$$

$$3x - 4y < 0$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$4y - 3x \leq 8$$

$$4x = 3x$$

$$3y - 4x$$

$$4x - 3y - (4y - 3x) \leq 14$$

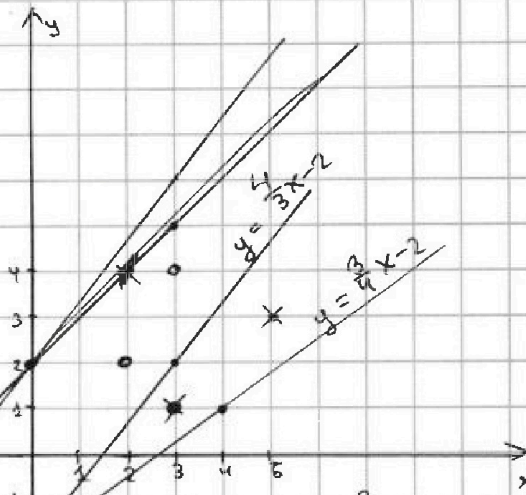
$$4x - 3y - 4y + 3x \leq 14$$

$$7x - 7y \leq 14$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$4x - 6 \leq 3y$$

$$y \geq \frac{4}{3}x - 6$$



$$\frac{4}{3}x + 2 = \frac{3}{4}x - 2$$

$$4x + 6 = \frac{9}{4}x - 6$$

$$16x + 24 = 9x - 24$$

$$17x = -48$$

$$4 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 20 - 9 = 11$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 12 - 12 = 0$$

$$2, 4 \quad 4 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 8 - 12 = -4$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 12 - 3 = 9$$

$$4 \cdot 1 -$$

$$3 \cdot 2 - 4 \cdot 4 = 6 - 16$$

$$3 \cdot 3 - 4 \cdot 4 = 9 - 16 = 7$$

$$4 \cdot 2 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$$

$$3 \cdot 2 - 4 \cdot 7 = 6 - 28 = -22 = 2$$

$$-3 - (-7) = 4 \cdot (4+9) = 13 \cdot 4$$

$$21 \cdot (4+9) = 21 \cdot 7 = 3 \cdot 7^2$$

$$(m-n)(m-n+9) = 3 \cdot 9^2$$

$$mn(m-n+3) = -13 \cdot 9^2$$

$$x(x+9) = 3 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$4 \cdot \frac{(-48)}{7} - \frac{192}{7} + \frac{150}{7} = -\frac{42}{7} = -6$$

$$\frac{48}{96}$$

$$- \frac{144}{7} + \frac{200}{7} = \frac{56}{7} = 8$$

$$-48 \cdot 2 + 1 \cdot (-50) = -96 - 50 = -146$$

$$\sqrt{3+6} - \sqrt{5-1} + 5 = 3 - 2 + 5 = 6$$

$$x=3$$

$$y=1$$

$$2\sqrt{30-3-1}$$

$$27-1=26$$

$$\sqrt{2+6} - \sqrt{5-(-4)} = 2 - 3 = -1$$

$$30 - (-2) - 1 =$$

$$\sqrt{\quad}$$

$$30 - 27 - y^2 = n^2$$

$$27 - 4 = 23$$

$$27 - 9 = 18$$

$$x=3$$

$$27 - 16 = 11$$

$$27 - 25 = 2$$

$$30 - 3 = 27$$

$$x = -2$$

$$6 - 2 = 4$$

$$30 - (-2) - y^2 = n^2$$

$$6 - 5 = 1$$

$$32 - y^2 = n^2$$

$$25 +$$

$$32 - 9 =$$

$$35 - 9$$

$$30 - (-5) = 35$$

$$6 + 10$$

$$30 - 10 - y^2 = 20 - 2^2 = 16$$

$$x=10$$

$$\sqrt{10+6} - \sqrt{5-2} + 5 = 2\sqrt{30-10}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода непустима!

$$A = m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2$$

$$B = mn(m - n + 3) = 3q^2$$

№ 1 ✓

№ 2 - ?

№ 3 ✓

№ 4 ✓

№ 5 ?

№ 6 ✓

№ 7 -

$$A = 13p^2$$

$$A = 13p^2 \quad B = 3q^2$$

$$\begin{cases} (m-n)^2 + 9(m-n) = 13p^2 & \text{ч ч} \\ mn(m-n+3) = 3q^2 & \text{н н} \\ (m-n)(m-n+9) = 13p^2 & \text{н ч} \end{cases} \quad p=2$$

$$\begin{aligned} m &= k & m &= \\ (m-n)(m-n+9) &= 13 \cdot 2^2 = x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x - 3x + 6 \\ mn(m-n+3) &= 3 \cdot q^2 & &= x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ exp } & (m-n)(m-n+9) = 3q^2 \\ & \cancel{(m-n)(m-n+9)} \\ & mn(m-n+3) = 13p^2 \end{aligned}$$

~~н н~~

$$\begin{aligned} \cancel{н н} \quad \cancel{н н} \quad н ч & \\ (m-n)(m-n+9) &= 3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12 \end{aligned}$$

$$\cancel{н н} \quad 2) \quad q=2$$

$$x \cdot (x+9) = 12$$

$$+ \frac{81}{129}$$

$$x \cdot (x+9) = 12$$

$$x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$\cancel{D = 81 + 4 \cdot 12}$$

$$D = 81 + 4 \cdot 12$$

$$mn(m-n+3) = 13p^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{129}}{2}$$

тем же.

$$x(x+9) = 13 \cdot 4 = 40 + 12 = 52$$

$$x^2 + 9x - 52 = 0$$

$$\sqrt{D} = 17$$

$$D = 81 + 4 \cdot 52 = 81 + 208 + 8 = 289 \Rightarrow \sqrt{D} = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{-9 \pm 17}{2}$$

$$x_1 = \frac{-9 - 17}{2} = -\frac{26}{2} = -13$$

$$m-n = -13$$

$$\begin{cases} m-n = 4 \\ m-n = -13 \end{cases}$$

$$4 \cdot (4+9) = 13 \cdot 4$$

$$-13 \cdot (-13+9) = -13 \cdot (-4) = 52$$

$$mn(4+3) = 3q^2$$

$$m > 0 \quad n > 0$$

$$7n(n+4) = 3q^2$$

$$7mn = 3q^2$$

$$m=3 \quad n=3?$$

$$7n^2 + 28n = 3q^2$$

$$q=7$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a+10d - a-4d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$d = -\frac{3}{6}x^2 - \frac{6x}{6} - \frac{18}{6} = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$$

$$= -3x^2 - (x^2 - 4x)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - (-3x^2) = 6d$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 = -3x^2 - 6x - 18$$

$$\cancel{x^4 + 16x^2}$$

$$x^4 - 8x^3 + 19x^2 + 3x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$x^4 - 8x^3 + 22x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$\cancel{x^4}$$

$$\cancel{x^4 - 8x^3}$$

$$\cancel{x^4 - 8x^3}$$

$$x^4 - 8x^3 = -16x^2 + 6x + 18 - x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 = -17x^2 + 4x + 12$$

$$-17x^2 + 4x + 12 + 22x^2 + 6x + 18 = 0$$

$$5x^2 + 10x + 30 = 0$$

1 2 3

$$\cancel{x^2 + 5x}$$

$$x^2 + 2x + 6 = 0$$

$$d_1 = 1$$

$$d_2 = (n-1)d + 1 = (2-1) \cdot 1 + 1$$

$$d_3 = 1 + 2 \cdot 1 = 3 = 2$$

$$D = 4 - 4 \cdot 6 < 0$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 = -4d = -4 \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 3x^2 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$\cancel{x^4 - 8x^3}$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - (6x + 18) = 2d = 2 \left(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3\right)$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 - 8x^3 = -x^2 - 2x - 6 - 16x^2 + 6x + 18 = -17x^2 + 4x + 12$$

$$\cancel{-17x^2 + 4x + 12 + 16x^2 + 3x^2 - 2x^2 - 4x - 12 = 0}$$

$$\cancel{x^4 + 14x^2 - 8x^3} \quad x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0 \quad \begin{matrix} 16 \\ -8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12 = 0 \\ 16 - 64 + 40 + 28 - 24 = 0 \end{matrix}$$

$$x^3 - 6x^2 + 5x + 6$$

$$2^3 - 6 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + 6 = 8 - 6 \cdot 4 + 10 + 6 = 14 + 10 - 24 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 2^2$$

$$mn(m-n-3) = 3q^2$$

m	n	q
чет	чет	$q=2^k$
нечет	нечет	$q \neq 2$
чет	нечет	$q=2$

неч. неч. неч. = чет
чет - чет - чет = чет

$m-n$ $m:3$ $n \neq 3$ \times \times \checkmark
 $m:3$ $n:3$ $3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow q=3$ $3^2 \cdot 3$

$m:3$ $n/3$ 1) $\times \cdot \times =$ не кратно \checkmark
 2) $3 \cdot (1) = 3$ $q \neq 3$ \checkmark

$m:3$ $n:3$ 1) $3 \times$

$m:3$ $n \neq 3$

$$6x+18 = a_1+4d$$

$$(x^2-4x)^2 = a_2+6d = x^4+16x^2-2 \cdot 4x^3$$

$$-3x^2 = a_3+10d$$

2) $3nk(3k-n-3) = 3q^2$

$nk(3k-n-3) = q^2$

$6 \cdot \frac{7}{3} = 2 \cdot 7 = 14$

$$\begin{cases} 6x+18 = a_1+4d \\ x^4+16x^2-8x^3 = a_2+6d \\ -3x^2 = a_3+10d \end{cases}$$

$$-3x^2 - 6x - 18 = 6d$$

$$3x^2+6x+18+6d=0 \quad 3(x^2+2x+1+8d)=0$$

$$x^4+16x^2-8x^3-6x+3x^2 = -4d$$

$$x^4+16x^2-8x^3-(-3x^2) = 6d-10d$$

$$x^4+16x^2-8x^3+3x^2 = -4d$$

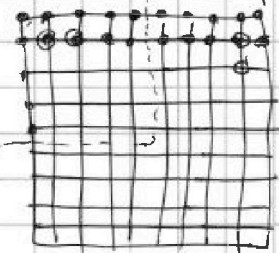
$$x(x^3+16x-8x^2+3x) = -4d$$

$$\frac{16}{3} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 12 - 2y \cdot 4y}$$

$$\frac{16}{3} = \sqrt{72 - 8y^2}$$

$$256 = 9 \cdot (72 - 8y^2)$$

$$256 = 16 \cdot 16 = 9 \cdot 9 \cdot 8 - 9 \cdot 8y^2$$



$5 \cdot 5 = 25$

$\frac{25 \cdot 24}{2} = 25 \cdot 12 = 300$

$25 \cdot 25 = 2 \cdot 5^4$

$25 \cdot 25$

$16 \cdot 2 = 9 \cdot 9 - 4y^2$

$9y^2 = 81 - 32$

$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

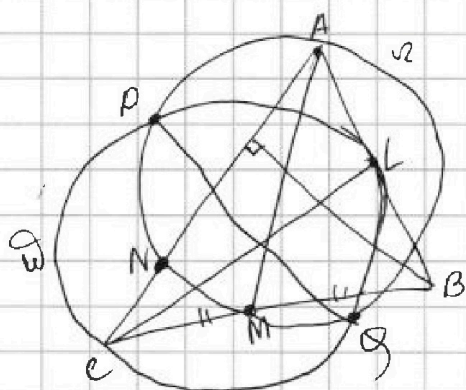


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



AC, BC
AB = 26
AN = 20

$$AC, BC = ? \quad \frac{-8z}{\varepsilon \cdot 8h} = 2 \left(\frac{\varepsilon}{8h} \right) \cdot \frac{h}{\varepsilon} = R$$

$$2 - x \frac{h}{\varepsilon} = R$$

$$2 - x \frac{h}{\varepsilon} = \varepsilon + x \frac{\varepsilon}{h}$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 = 2\sqrt{30-x-y^2}$$

$$4x^4 + x - 5^4 y = 4y^4 - 5^4 \sqrt{x} + y$$

$$4(x^2 - y^4)(x^2 + y^2) + x - y + 5(\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y}) = 0$$

$$\sqrt{x+6} - \sqrt{5-y} + 5 \geq 0$$

$$\frac{3+4+5+5+4+4+6}{14} = \frac{31}{14}$$

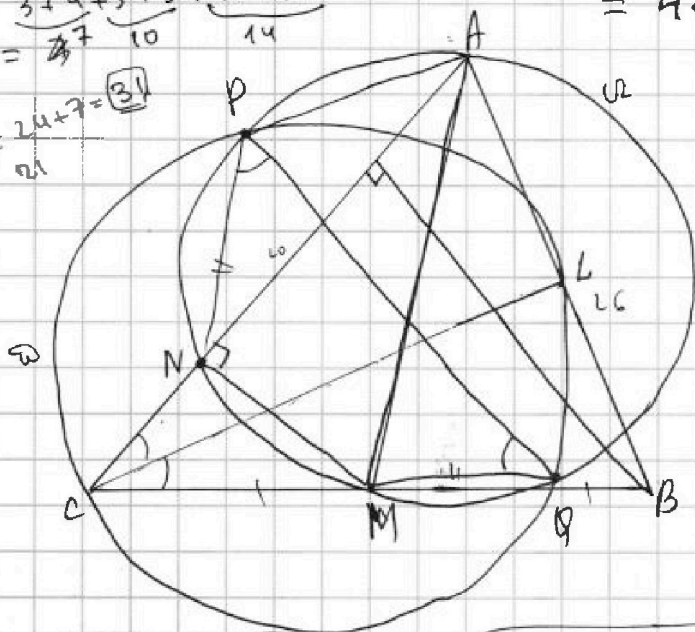
$$2 \cdot 14 + 7 = 31$$

$$4x^4 + x + 5\sqrt[4]{x} =$$

$$= 4 \cdot t^{16} + t^4 + 5t$$

$$\sqrt[4]{x} = t \quad t^4 = x \geq 0$$

$$= t(4t^{15} + t^3 + 5)$$



$$|4x - 3y| = 6a$$

$$4x - 3y = 0$$

$$4x - 3y \geq 0$$

$$a = x + 6$$

$$b = 5 - y$$

$$r = t^2 + 8z -$$

$$8z = \frac{\varepsilon}{h^9} \cdot \varepsilon +$$

$$8z = n \cdot t =$$

$$\frac{\varepsilon}{h \cdot 8h} =$$

$$\left(\frac{\varepsilon}{h^9} \right) \cdot \varepsilon - \left(\frac{\varepsilon}{8h} \right) \cdot h$$

$$= n^9 - 9b =$$

$$n^9 - (8n) \cdot \varepsilon =$$

$$\left(\frac{\varepsilon}{h^9} \right) \cdot \varepsilon + \frac{\varepsilon}{8h} \cdot h$$

$$\frac{\varepsilon}{h^9} + n^9$$

$$n^9 - 9 \cdot h = \frac{\varepsilon}{h^9} \cdot h +$$

$$8z = \varepsilon \cdot \varepsilon =$$

$$2\sqrt{25-y^2} + 5-x = 2\sqrt{(5-y)(5+y) + (6-x)-1}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} + 5 = 2\sqrt{\quad}$$

$$|4x - 3y| \leq 6$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \leq 6$$

$$3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 \leq 8$$

$$9 - 8 = 1$$

$$\frac{\varepsilon}{h^9} = \frac{\varepsilon}{8h} = 2 + \frac{\varepsilon}{8h} = R$$

$$\frac{\varepsilon}{8h} = x$$

$$8h = x \cdot 8$$

$$h^2 - 8x = 8x + x \cdot 8$$

$$2 \cdot 1$$

$$8 - x \frac{h}{\varepsilon} = \varepsilon + x \frac{\varepsilon}{h}$$

$$\left(\frac{\varepsilon}{h^9} \right) \cdot h - \left(\frac{\varepsilon}{8h} \right) \cdot \varepsilon$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ \dots \ a_n$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_5 = 6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$a_7 = (x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$-3x^2 - (x^2 - 4x)^2 = 4d$$

$$6x + 18 = a_1 + 4d$$

$$(x^2 - 4x)^2 = a_1 + 6d$$

$$-3x^2 = a_1 + 10d$$

$$\frac{8}{MZ} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{4}{MZ} = 1$$

$$MZ = 4$$

$$\frac{8 \cdot 3y}{MZ \cdot 6y} = 1$$

$$\frac{8}{2 \cdot MZ} = 1$$

$$\frac{8}{MZ} = 2$$

4

$$6x + 18$$

$$-3x^2 - (6x + 18) = a_1 + 6d$$

$$\frac{2z}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6}z = \frac{1}{2}$$

$$\frac{z}{6} = \frac{1}{2}$$

$$z = 3$$

$$6 = 2z$$

$$\frac{256}{9} = 18 \cdot \frac{9}{4} - 8y^2 = \frac{81}{2} - 8y^2$$

$$AC = 12$$

$$AZ = 3$$

$$YZ = 4$$

$$BC = 2x - ?$$

$$\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

$$\frac{4}{a} \cdot \frac{9}{3} \cdot \frac{AY}{YB} = 1$$

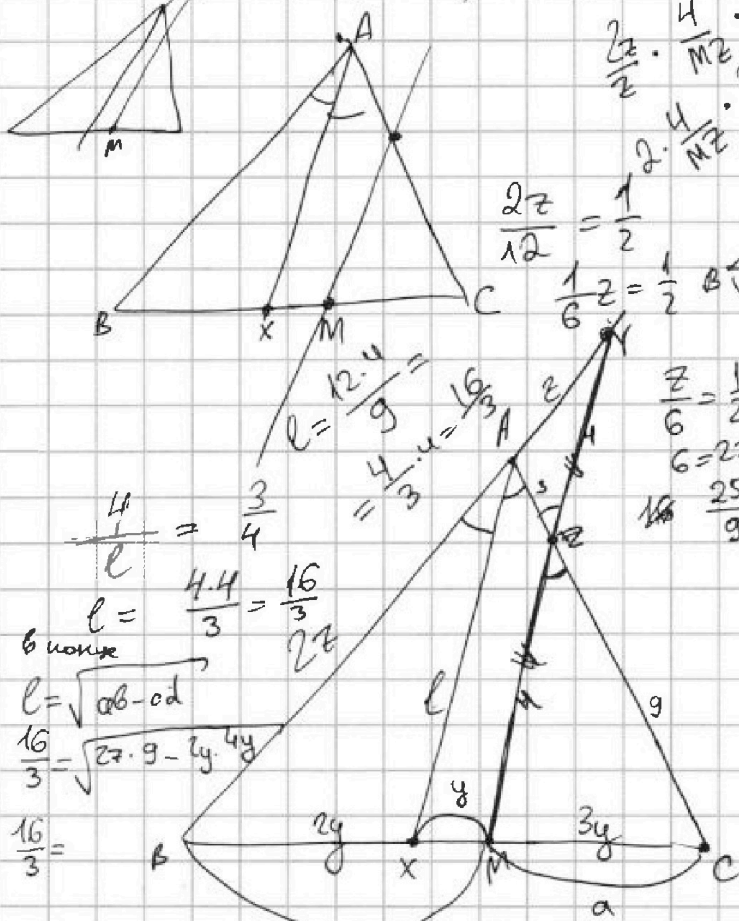
$$\frac{AY}{YB} = \frac{YB}{AY} = 3$$

$$\frac{2z}{3z} = \frac{a-y}{a} =$$

$$\frac{2}{3} = 1 - \frac{y}{a}$$

$$\frac{y}{a} = \frac{1}{3}$$

$$3y = a$$



$$\frac{16}{3} = \sqrt{18 \cdot \frac{9}{4} - 8y^2}$$

$$\frac{2z}{12} \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{MC}{CB} = 1$$

$$2 \cdot \frac{4}{MZ} \cdot \frac{3y}{6y} = 1$$

$$\frac{2z}{9} = \frac{2y}{4y} = \frac{1}{2}$$

$$4z = 9$$

$$\frac{8 \cdot 9y}{MZ \cdot 6y} = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 14x + 7y \leq \\ |4x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 4y| \leq 8 \\ 4x - 3y \geq 0 \end{cases}$$

если $4x - 3y \geq 0$
 $x \geq y$
 $4 \cdot x \geq 4 \cdot y$
 $4x \geq 4y \geq 3y$

$$\begin{aligned} (-3) \cdot 4 &= -12 \\ (-3) \cdot 3 &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (4x - 3y)^2 \leq 36 \\ 16x^2 + 9y^2 - 2 \cdot 4x \cdot 3y \leq 36 \\ 16x^2 + 9y^2 - 24xy \leq 36 \\ 16x^2 + 9y^2 - 24xy \leq 64 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m:3 & n:3 \\ 3kn(3k-n+3) = 3q^2 \\ kn(3k-n+3) = q^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 16x^2 + 9y^2 - \cancel{24xy} - (9x^2 + 16y^2 - 24xy) &\leq 36 - 64 \\ 16x^2 + 9y^2 - 24xy - 9x^2 - 16y^2 + 24xy &\leq 36 - 64 \end{aligned}$$

$$7x^2 - 7y^2 \leq 36 - 64$$

$$\begin{aligned} 36 - 64 \\ \hline 28 \end{aligned}$$

$$7(x-y)(x+y) \leq -28$$

$$7y^2 - 7x^2 \geq 28$$

$$x-y \cdot (y-x)(y+x) \geq 4$$

$$y^2 \geq x^2 + 4$$

$$14x + 7y \geq 4x + 4(x+y)$$

$$\begin{aligned} 25x^2 + 25y^2 - 48xy &\leq 100 \\ 25(x^2 + y^2) - 48xy &\leq 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= m^2 - 2mn + n^2 + 9m - 9n = 13p^2 & A, B? \\ B &= m^2n - mn^2 + 3mn = 3q^2 & p=2 \end{aligned}$$

$$A = (m-n)^2 + 9(m-n) = (m-n)(m-n+9) = 13p^2$$

$$B = mn(m-n+3) = 3q^2$$

если $m-n : 3 \Rightarrow (m-n)(m-n+9) : 3^2 \Rightarrow p=3$

$m-n : 3$
 $p=2$
 $p=2$
 $p=2$
 $p=2^2$
 $p=2$

$$(m-n)(m-n+9) = 13 \cdot 4 = 40 + 12 = 52 = 4 \cdot 13$$

$$mn(m-n+3) = 3q^2$$

$13 \cdot 2^2$ $m:3 \ n:3$ $m-n+3 \nmid 3$ $mn \nmid 3$
 $m:3 \ n:3$ 3^3 нежно



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6x+18 = a + 4d$$

$$(x^2-4x)^2 = a + 6d$$

$$-3x^2 = a + 10d$$

$$6d = -3x^2 - 6x - 18$$

$$x^2(x-4)^2$$

$$d = -\frac{1}{2}x^2 - x - 3$$

$$(x^2-4x)^2 = a - 3x^2 - 6x - 18$$

$$3x^2 = a$$

$$2d = -6d = -3x^2$$

$$\begin{cases} 6(x+3) = a + 4d \\ x^2(x-4)^2 = a + 6d \\ -3x^2 = a + 10d \end{cases}$$

$$2(-\frac{1}{2}x^2 - x - 3)$$

$$\frac{(x^2-4x)^2 - (3x^2)}{(x^2-4x)^2} =$$

$$-3x^2 - \frac{(x^2-4x)^2}{(x^2-4x)^2} = 4d = 4 \cdot (-\frac{1}{2}x^2 - x - 3)$$

$$3x^2 - \frac{x^2(x-4)^2}{x^2(x-4)^2} = -2x^2 - 4x - 12$$

$$\frac{3x^2 + x^2}{x^2}$$

$$x^2$$

$$3x^2 + x^2(x-4)^2 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$x^2(3 + (x-4)^2) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$-3x^2 + x^2(3 + x^2 + 16 - 8x) = 2x^2 + 4x + 12$$

$$19x^2 - 8x^3 + x^4 = 2x^2 + 4x + 12$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 - 6x - 18 = -x^2 - 2x - 6$$

$$x^4 + 16x^2 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$1 - 8 + 17 - 4 - 12$$

$$-7 + 17 - 4 - 12$$

$$1 - 8(-1) + 17 + 4 - 12 = 1 + 8 + 17 + 4 - 12 = 13 + 17 - 12$$

$$8 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12 = 8(1-8) - 56 + 40 + 28 - 12 - 12 - 8 \neq 0$$

$$16 - 8 \cdot 8 + 17 \cdot 4 - 8 - 12 = 16 - 64 + 40 + 28 - 20 =$$

$$= 56 - 64 + 8 = 0$$

$$64 - 6 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 6$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 4x - 12 \\ -x^4 - 2x^3 \\ \hline \end{array}$$

$$-6x^3 + 17x^2 - 4x - 12$$

$$-6x^3 + 12x^2$$

$$5x^2 - 4x - 12$$

$$-5x^2 - 10x$$

$$6x - 12$$

$$-6x - 12$$

$$0$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 27 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x-2 \\ \hline x^3 - 6x^2 + 5x + 6 \\ -27 - 6 \cdot 9 - 5 \cdot 3 + 6 \\ \hline \end{array}$$

$$(x-2)(x^3 - 6x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$1 - 6 + 5 + 6$$

$$-8 - 6 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 6 =$$

$$= -8 - 24 - 10 + 6 =$$

$$27 - 6 \cdot 9 + 5 \cdot 3 + 6 =$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 16x^2 + 9y^2 - 24xy \leq 6 \\ 9x^2 + 16y^2 - 24xy \leq 8 \end{cases}$$

$$14x + 7y \geq 7(2x + y) \geq 7$$

~~$$7x^2$$~~

$$7x^2 - 7y^2 \leq -2$$

$$(2x+y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$7y^2 - 7x^2 \geq 2$$

$$(2x+y)^2 = 4x^2 + y^2 + 4xy \geq$$

$$7(y-x)(y+x) \geq 2$$

$$0 \leq |x-3y| \leq 6$$

$$7y^2 \geq 7x^2 + 2$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} 4x - 3y \geq 0 \\ 3x - 4y \geq 0 \end{cases}$$

$$7x - 7y \geq 0$$

$$y^2 \geq x^2 + \frac{2}{7}$$

$$7(x-y) \geq 0$$

~~$$4x-3$$~~

$$x \geq y$$

$$4x - 3y \leq 6$$

$$14 = 4 \cdot 2 + 6$$

$$3x - 4y \leq 8$$

~~$$7x - 7y \leq 14$$~~

$$7(2x+y) \geq$$

~~$$4x - 3x - 3y + 4y \leq -2$$~~

~~$$7x - 7y \leq 14$$~~

$$4x - 3y = 6$$

$$y = \frac{4x-6}{3} = \frac{4}{3}x - 2$$

$$3x - 4y = 8$$

$$y = \frac{3x-8}{4} = \frac{3}{4}x - 2$$

$$\textcircled{1} \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 3 \\ \hline y & -2 & 2 \end{array}$$

$$\frac{3}{4}x - 2$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{c|c|c} x & 0 & 4 \\ \hline y & -2 & 1 \end{array}$$

$$x=0$$

$$y=-2$$

$$4 \cdot 0 - 3 \cdot (-2) = 0 - 6 = 6$$

$$3 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) = 8$$

$$4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 12 - 6 = 6$$

3.

$$14 \cdot 0 + 7 \cdot (-2) = -14$$

$$m-n = -13$$

$$mn(-13+3) = 3q^2$$

$$-10mn = 3q^2$$

$$m > 0 \quad n > 0$$

на 63м.

~~$$-10mn = -10(\dots)$$~~

