



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач шумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ .

Заметим, что $a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2}$; $a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$; [Наша пр-ша имеет вид:
 $a_3; a_2; a_3; \dots$

$$\Rightarrow 2a_4 = a_2 + a_6;$$

$$2a_4 = a_2 + \frac{a_4 + a_8}{2};$$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8;$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8;$$

Тогда $3(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = 2(12 - 12x) + (-6x^2);$
 $3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 124 = 0;$
 $(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0;$
 $(x+2)^2(x+2+\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6}) = 0;$ $\left[\begin{array}{l} x = -2, \\ x = -2 + \sqrt{6}, \\ x = -2 - \sqrt{6}. \end{array} \right]$

Тогда либо $x = -2$; либо $x = -2 + \sqrt{6}$; либо $x = -2 - \sqrt{6}$;

Ответ: $-2; -2 \pm \sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 6 \geq |2x - 3y| \leq 6, \\ 6 \geq |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

т.к. $|a| + |b| \geq |a+b|$, то.

$$10 \geq |2x - 3y| + |3x - 2y| \geq |5x - 5y|;$$

$$\begin{cases} 36 \geq 4x^2 + 9y^2 - 12xy, \\ 16 \geq 4y^2 + 9x^2 - 12xy. \end{cases}$$

(1) $2x - 3y \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x - 3y \geq 0$

$$3x - 2y \geq 0 \Rightarrow 4 \geq 3x - 2y \geq 0$$

$$\Rightarrow 16 \geq 12x - 8y \geq 0$$

$$6 \geq 2x - 3y \geq 0$$

$$\Rightarrow \boxed{10 \geq 10x - 5y}$$

$10x - 5y = 10$
достигается
при $x = 1; y = 0$.

$$2x - 3y = 2 \geq 0$$

$$3x - 2y = 3 \geq 0$$

грабл.

$$100 + 10x + 10y \geq 0$$

$$30 \geq 10x - 15y.$$

(2) $2x - 3y \geq 0, \quad \Rightarrow 6 \geq 2x - 3y \geq 0$
 $3x - 2y \geq 0 \quad \Rightarrow 4 \geq 2y - 3x \geq 0$

$$\Rightarrow 10 \geq -x - y$$

$$\Rightarrow 10 + x + y \geq 0.$$

Ответ: 10

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 8

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$m, n \in \mathbb{N}$.

ω3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n);$$

решим относительно m : $D = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169$.

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n; \quad m_2 = \frac{4n - 13 - 13}{2} = 2n - 13;$$

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13);$$

Заметим, что одна из скобок обязательно чётна, т.к. значения в этих скобках отличаются на 13 и они являются нат. числами $\Rightarrow A \vdots 2$

$$1\text{чн}) \quad A = 17p^2; B = 15q^2 \Rightarrow 17p^2 \vdots 2, \text{ т.к. } p \text{-простое}$$

\Rightarrow Это может быть только при $p=2$

$\Rightarrow A = 17p^2 = 17 \cdot 4 = 68$. Рассмотрим все делители числа $A: 1; 2; 4; 17; 34; 68$.

Заметим, что делители, отличающиеся на 13 могут быть только 4 и 17 ($17 - 4 = 13$)

$$\Rightarrow A = (m - 2n)(m - 2n + 13) = 4 \cdot 17; \quad \Rightarrow m - 2n = 4.$$

$$\text{Тогда } B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2) = 15q^2$$

$$B = mn(4 - 2) = 2mn = 15q^2$$

т.к. q - простое \Rightarrow Это может быть только при $q = 2$.

$$\Rightarrow B = 4 \cdot 15 = 60. \quad \Rightarrow mn = \frac{B}{2} = 30;$$

$$\begin{cases} m - 2n = 4, \\ mn = 30 \end{cases} \quad m, n \in \mathbb{N} \quad \Rightarrow \begin{aligned} m &= 2n + 4; \\ (2n+4)n &= 30; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n^2 + 2n - 15 &= 0. \\ 2 &= 4 + 60 = 64. \end{aligned}$$

$$n_1 = \frac{-2+8}{2} = 3 \in \mathbb{N} \Rightarrow m = 2n+4 = 10.$$

$$n_2 = \frac{-2-8}{2} = -5 < 0 \Rightarrow n \notin \mathbb{N} - \text{Противоречие.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 (продолжение)

$$\text{дек}) A = 15q^2 ; B = 17p^2 ;$$

$$\Rightarrow A = (m-2n)(m-2n+13) : 2 \Rightarrow A = 15q^2 : 2 \Rightarrow \text{Это может быть только при } q=2 \Rightarrow A = 15 \cdot 4 = 60.$$

Рассмотрим все делители $A = 60: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12; 15; 20; 30; 60$.

Заметим, что делителями, отличающимися на 13, могут быть только 2 и 15 ($15 - 2 = 13$) (т.к. $20 - 13 = 7 \oplus$; $30 - 13 = 17 \ominus$; $60 - 13 = 47 \ominus$)

$$\Rightarrow (m-2n)(m-2n+13) = 2 \cdot 5$$

$$\Rightarrow m-2n=2 ; \text{ Тогда } B = mn(m-2n-2) = mn(2-2)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 17p^2 = 0 \Rightarrow p=0, \text{ но } p \text{- простое} \text{ Противоречие}$$

$\Rightarrow A$ может принимать значение только 60, а $B = 60$

$\Rightarrow \exists$ только одна пара m, n , где $m=10$; $n=3$.

Ответ: $m=10$; $n=3$.

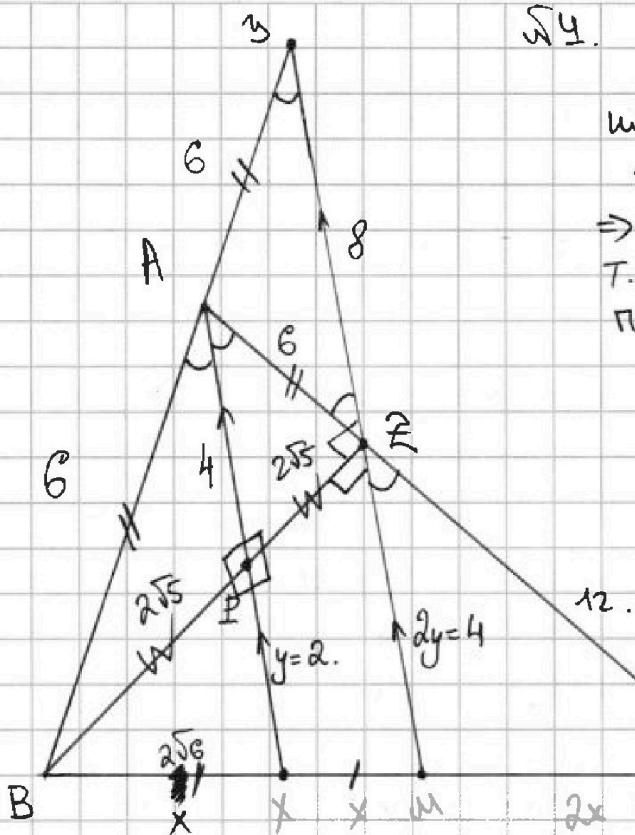
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№ 4.

из $\parallel AX$ и YM
имеем, что $\angle BAX = \angle XAC =$
 $= \angle MZC = \angle AZY = \angle AYZ$.
 $\Rightarrow \triangle YAZ - p/\delta$.
 т.к. $AZ = 6 \Rightarrow AY = 6$
 по условию $AC = 18 \Rightarrow$
 $\Rightarrow ZC = AC - AZ = 18 - 6 = 12$
 $\exists M' = YM = 2x. (x > 0)$
 $\Rightarrow \triangle ZCM \sim \triangle ACX$ по д/з
 ($\angle C$ -общий; $ZM \parallel AX$ ушл.)
 $\Rightarrow \angle AXC = \angle ZMC$
 $\Rightarrow \frac{MC}{XC} = \frac{ZC}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$
 $XC = \frac{3}{2} MC = \frac{3}{2} \cdot 2x = 3x$.
 $\Rightarrow XM = XC - MC = 3x - 2x = x$.
 т.к. YM -сер. $BC \Rightarrow YM = MC$
 $\Rightarrow BX = YM - XM = x$.
 $x = BX = XM$

Заметим, что из сб-ва бис-са AX следует, что:
 $\frac{AB}{AC} = \frac{BX}{XC} = \frac{x}{3x} ; AB = \frac{1}{3} AC = \frac{18}{3} = 6$

Тогда, т.к. $B \in \triangle BZY$: AZ вл. медианой, равной половине стороны к которой она проведена $\Rightarrow \triangle BZY$ -прямоугольный ($AZ = AB = AY = 6$)
 $\Rightarrow \angle YZB = 90^\circ$

Тогда $\angle BZM = 90^\circ$, т.к. смежен с $\angle BZY$.

Тогда, т.к. $B \in \triangle YBM$: $BX = XM = x$; $AB = AY = 6$. $YM \parallel AX \Rightarrow AX$ -еп.шиш.

\Rightarrow 3+P-тождество пер-я BZ и $AX \Rightarrow$ По Т. Фалеса $B \in BZM$:

$BX = XM = x$; $ZM \parallel PX \Rightarrow PX$ -еп.шиш $\triangle BZM \Rightarrow \angle BZM = \angle BPX = \angle APZ = 90^\circ$

Тогда $AP = \frac{1}{2} YZ = 4$; $ZM = 2y (y > 0) \Rightarrow PX = \frac{1}{2} \cdot 2y = y$; Тогда ~~запись~~

~~из подобия $\triangle ZMC \sim \triangle ACX$~~ : $\frac{YB}{YX} = \frac{2}{3} \Rightarrow 4y = 8; y = 2$

По Т. Пифагора для $\triangle APZ (\angle APZ = 90^\circ)$: $PZ^2 = 36 - 16 = 20$; $PZ = BP = 2\sqrt{5}$

По Т. Пифагора для $\triangle BPX (\angle BPX = 90^\circ)$: $X^2 = BX^2 = 20 + 16$; $X = 2\sqrt{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow BC = 4x = 4 \cdot 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$.

Ответ: $BC = 8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

н5.

$$(1) \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2},$$

$$(2) 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2.$$

П.к. x и y определены \Leftrightarrow (присутствует $\sqrt[4]{3y}$ и $\sqrt[4]{3x}$) \Rightarrow
 $\Rightarrow x \geq 0; y \geq 0.$

$$(2) 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2.$$

$$2(x-y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4) + 4(x-y)(x+y) + (\sqrt[4]{3x} - \sqrt[4]{3y}) = 0.$$

домножим обе части на $(\sqrt{x} + \sqrt{y}) \cdot (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0$

$$(x-y)[2(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y}) + 4(x+y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) * \\ * (\sqrt{x} + \sqrt{y}) + \sqrt[4]{3}] = 0.$$

Заметим, что вторая скобка (\square) положительна, т.к.

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq 0; (\sqrt{x} + \sqrt{y}) \geq 0; x+y \geq 0; x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4 \geq 0;$$

$$\sqrt[4]{3} > 0. \Rightarrow \text{Поделим на неё обе части.}$$

$$\Rightarrow x-y=0. \text{ Тогда } (1): \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}; \\ x=y.$$

$$3t = \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x}; \text{ Тогда } t^2 = 7 - 2\sqrt{12-x-x^2}; \\ 2\sqrt{12-x-x^2} = 7-t^2.$$

$$(1): t+5 = 7-t^2;$$

$$t^2 + t - 2 = 0;$$

$$\Delta = 9. \quad t = \frac{-1 \pm 3}{2}.$$

$$(t-1)(t+2)=0.$$

$$\text{то } t=1;$$

$$\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{3-x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+4 = 1+3-x+2\sqrt{3-x} \\ 3-x \geq 0, \\ x+4 \geq 0. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x = 2\sqrt{3-x} \geq 0, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4. \\ x \geq 0. \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x^2 = 12-4x \\ 3 \geq x \\ x \geq -4 \\ x \geq 0. \end{array} \right.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 = 3 - x, \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$x^2 + x - 3 = 0.$$

$$\Delta = 1 + 12 = 13.$$

$$y_1 = x_1 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \quad -\text{удобл.}$$

$$y_2 = x_2 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad \text{неудобл.}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \sqrt{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{13}} < \cancel{\frac{1}{2}} \quad \text{①}$$

$$2c) t = -2.$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + 2 = \sqrt{3-x} \\ 3 \geq x, \\ x \geq -4, \\ x \geq 0. \end{cases}$$

$$x + 4 + 4 + 4\sqrt{x+4} = 3 - x.$$

$$4\sqrt{x+4} = -2x - 5; \quad (4\sqrt{x+4} \geq 0)$$

$$16(x+4) = 4x^2 + 20x + 25;$$

$$4x^2 + 4x - 39 = 0.$$

$$\Delta = 16 + 16 \cdot 39 = 16 \cdot 40.$$

$$y_3 = x_3 = \frac{-4 + 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} + \sqrt{10}$$

$$-\frac{1}{2} + \sqrt{10} \sqrt{3}$$

$$\sqrt{10} \sqrt{\frac{7}{2}}$$

$$10 \sqrt{\frac{49}{4}}$$

$$40 \sqrt{49}$$

$$\Rightarrow 3 \geq -\frac{1}{2} + \sqrt{10} \geq \cancel{0} \Rightarrow \text{удобл.} \quad 3 \geq x \geq 0;$$

$$y_4 = x_4 = \frac{-4 - 8\sqrt{10}}{8} = -\frac{1}{2} - \sqrt{10} < 0$$

не удобл.

$$-\frac{1}{2} - \sqrt{10} \sqrt{-4}$$

$$-\frac{1}{2} - \sqrt{10} \sqrt{\frac{7}{2}}$$

Ответ:

Таким образом все решения: $(-\frac{1}{2} + \sqrt{10}; -\frac{1}{2} + \sqrt{10});$

$$(-\frac{1 + \sqrt{13}}{2}; -\frac{1 + \sqrt{13}}{2});$$

~~решения~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

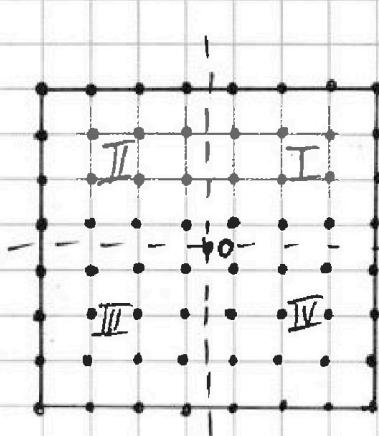
6

7

СТРАНИЦА

1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№6.

Заметим, что всего узлов $8^2 = 64$. Разделим "узловой" квадрат на 4 четверти.

Не учитывая 0-узлы симметрии "узлового" кв-та.
общим Рассмотрим случаи для четверти I

Тогда возможны 3 случая:

1) Когда выбранные 2 белых узла находятся в одной четверти:

$$\text{Тогда кол-во способов} = C_{16}^2 = \frac{16 \cdot 15}{2} = 8 \cdot 15 = 120.$$

2)а) Когда 2 белых узла находятся в соседних по стороне четвертях: кол-во способов $= 16^2 = 256$.

3)а) Когда 2 белых узла находятся в противоположных четвертях (симметричных относительно 0): кол-во способов $= 16^2 = 256$.

Заметим, что в 1 сп. в каждой из оставшихся трёх четвертей новых способов не будет, т.к. они все будут образовываться из поворота эти бел. узлов во II четв.

Аналогично для пар узлов в соседн. четв-ях (2 сп.)

Все будут получаться из поворота для I-II четв-ей.

В 3 сп. для всех выбор. пар белых узлов четвертей

I-III сопоставляется пара для четв-ей II-IV \Rightarrow

Новых способов не появится \Rightarrow Всего кол-во способов перекрасить 2 узла $= 120 + 2 \cdot 256 = 512 + 120 = 632$

Ответ: 632.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$m^2 + m(13 - 4n) + (4n^2 - 26n)$$

$$D = 169 - 104n + 16n^2 - 16n^2 + 104n = 169$$

$$m_1 = \frac{4n - 13 + 13}{2} = 2n$$

$$m_2 = \frac{4n + 13 - 13}{2} = 2n - 13$$

$$A = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = mn(m - 2n - 2)$$

$$1\text{чн}) A = 17p^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13) - 2\pi r^2.$$

$$\Rightarrow p = \pi r^2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow A = 68.$$

Делим на А: 1; 2; 4; 17; 34; 68.

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ m - 2n + 13 = 17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = mn(m - 2n - 2) = 2mn = 15g^2$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow B = 60 = 2mn$$

$$\begin{cases} mn = 30 \\ m - 2n = 4 \\ m = 2n + 4 \end{cases}$$

$$n = 3 \Rightarrow m = 10$$

$$2n^2 + 4n - 30 = 0$$

$$n^2 + 2n - 15 = 0$$

$$D = 4 + 60 = 64$$

$$n_1 = \frac{-2+8}{2} = 3$$

$$n_2 = \frac{-2-8}{2} < 0$$

$$2\text{чн}) A = 15g^2 = (m - 2n)(m - 2n + 13) - 2\pi r^2$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow A = 60.$$

$$3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$$

\Rightarrow

$$\text{Orf. } \begin{cases} m = 10 \\ n = 3 \end{cases}$$

Делим на А: 1; 2; 3; 4; 5; 6;

10; 12; 15; 20; 30; 60;

$$3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

2; 15

$$m - 2n = 2 \Rightarrow B = 0 - \text{против.}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

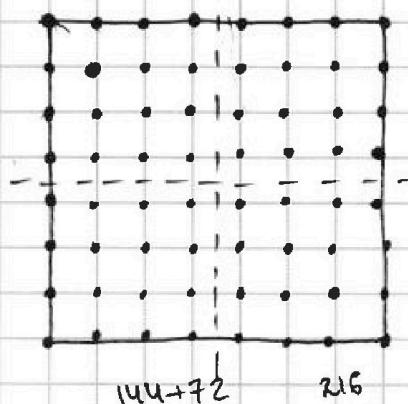
5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



3 Они не симметричны относительно центра центрального квадрата.

$$16 + 16 + 10$$

$$36 \cdot$$

$$C_3^2$$

$$C_{36}^2$$

$$\frac{36 \cdot 35}{2}$$

$$\frac{C_6^2 - C_{32}^1}{4}$$

$$+ \frac{C_{32}^1}{2}$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - \frac{16 \cdot 2}{4}$$

$$+ 32$$

$$\frac{x^8}{536}$$

$$518$$

$$\frac{32 \cdot 64 + 3 \cdot 32}{4} - \frac{36 \cdot 34}{2} + 32$$

$$67 \cdot 8$$

$$\frac{64 \cdot 63 - 36 \cdot 34}{2} + 32$$

$$536$$

$$(x^2 + 4x + 4)(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$3x^4 + 12x^3 - 6x^2 + 12x^3 + 48x^2 - 24x + 12x^2 + 48x - 24$$

$$256 \cdot 2 + 120 \quad 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24$$

$$512 + 120 \quad 632$$

$$12 - 12x \geq 0$$

$$(x^2 + 4x) \geq 0$$

$$-6x^2 < 0 \quad 4 - 8$$

$$-2 + \sqrt{6}$$

$$622$$

$$16 \cdot 31$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + 36$$

$$-12 + 6\sqrt{6}$$

$$-2 \pm \sqrt{6}$$

$$12 + 24 - 12\sqrt{6}$$

$$36 - 12\sqrt{6}$$

$$20 - 6\sqrt{6}$$

$$a_2$$

$$a_5 6\sqrt{6} - 12$$

$$12\sqrt{6} - 284 + 6 - 4\sqrt{6}$$

$$a_4$$

$$a_6 12\sqrt{6} - 44$$

$$-60 + 24\sqrt{6}$$

$$a_8$$

$$-60 + 24\sqrt{6}$$

$$36 \text{ } 16 \text{ } 6 \text{ } - 24$$

$$a_2 \text{ } a_3 \text{ } a_4 \text{ } a_5 \text{ } a_6 \text{ } a_7 \text{ } a_8$$

$$4 - 4\sqrt{6} + 6 - 8 + 4\sqrt{6}$$

$$\frac{12\sqrt{6} - 32}{2}$$

$$\text{[scratches]}$$

$$6\sqrt{6} - 16$$

$$2$$

$$\frac{32 \cdot 31}{2} + \frac{32 \cdot 30}{2}$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16(61)$$

$$\frac{64 \cdot 63}{2} - 32$$

$$+ 16$$

$$\frac{32 \cdot 63}{4} - 8 + 16$$

$$16 \cdot 63 + 8$$

$$16 \cdot 31 + 16 \cdot 30$$

$$16 \cdot 61 =$$

$$976$$

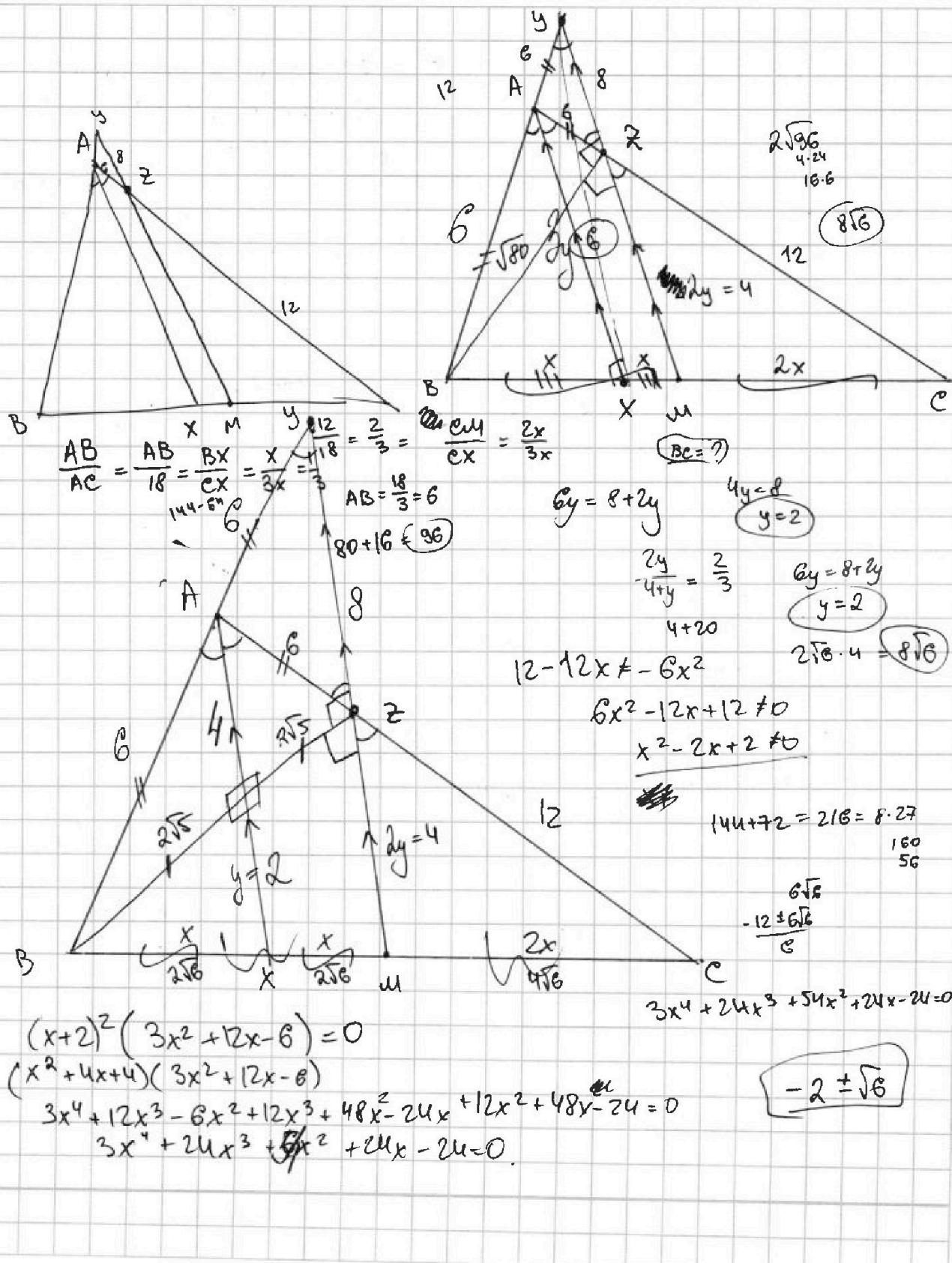


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_2 = 12 - 12x;$$

$$a_4 = (x^2 + 4x)^2;$$

$$a_8 = -6x^2$$

$$a_1 + 3d$$

$$x = ?$$

$$(x+2)^4(x+2\sqrt{6})(x+2-\sqrt{6})$$

$$a_1 + d = a_2 = 12 - 2x$$

$$a_1 + 3d = (x^2 + 4x)^2 = x^4 + 8x^3 + 16x^2$$

$$a_1 + 7d = -6x^2.$$

$$2a_1 + 8d$$

$$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 6x^2}{2} =$$

$$a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2} = \frac{12 - 2x + \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2}}{2} = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{4} - 4x + 24$$

~~$$2(x^4 + 8x^3 + 16x^2) = \frac{x^4 + 8x^3 + 10x^2}{2} - 2x + 12; 8 \cdot 24 = 192$$~~

$$-12 \quad 4x^4 + 32x^3 + 84x^2 = x^4 + 8x^3 + 10x^2 - 4x + 24;$$

$$144 \quad 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 4x - 24 = 0; \quad \begin{matrix} 36 \\ 10 \\ 16 \\ -24 \end{matrix}$$

$$48 - 192 + 216 - 8 - 24 =$$

$$-24 \quad 243 - 648 + 486 - 12 - 24$$

$$a_6 = \frac{a_4 + a_8}{2} \quad a_4 = \frac{a_2 + a_6}{2}$$

$$4a_4 = 2a_2 + a_4 + a_8$$

$$3a_4 = 2a_2 + a_8;$$

$$3x^4 + 24x^3 + 48x^2 = 24 - 24x - 6x^2$$

$$3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 = 0;$$

$$48 - 192 + 216 - 8 - 24 \\ 243 - 648 + 486 - 12 - 24 \\ 723 - 96 - 648$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 3x^4 + 3x^3 \\ \hline 21x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 21x^3 + 21x^2 \\ \hline 33x^2 + 24x - 24 \\ - 33x^2 + 33x \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^4 + 24x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 3x^4 + 6x^3 \\ \hline 18x^3 + 54x^2 + 24x - 24 \\ - 18x^3 + 36x^2 \\ \hline 18x^2 + 24x - 24 \\ - 18x^2 + 36x \\ \hline - 12x - 24 \\ - \\ - 24 + 72 - 36 - 12 \\ \hline \end{array}$$

$$(x+2)(3x^3 + 18x^2 + 18x - 12) = 0$$

$$(x+2)^2(3x^2 + 12x - 6) = 0$$

$$x_1 = \frac{-12 + 6\sqrt{6}}{6} = -2 + \sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r} 3x^3 + 18x^2 + 18x - 12 \\ - 3x^3 + 6x^2 \\ \hline 12x^2 + 18x - 12 \\ - 12x^2 + 24x \\ \hline - 6x - 12 \\ - \\ - 24 + 72 - 36 - 12 \\ \hline \end{array}$$

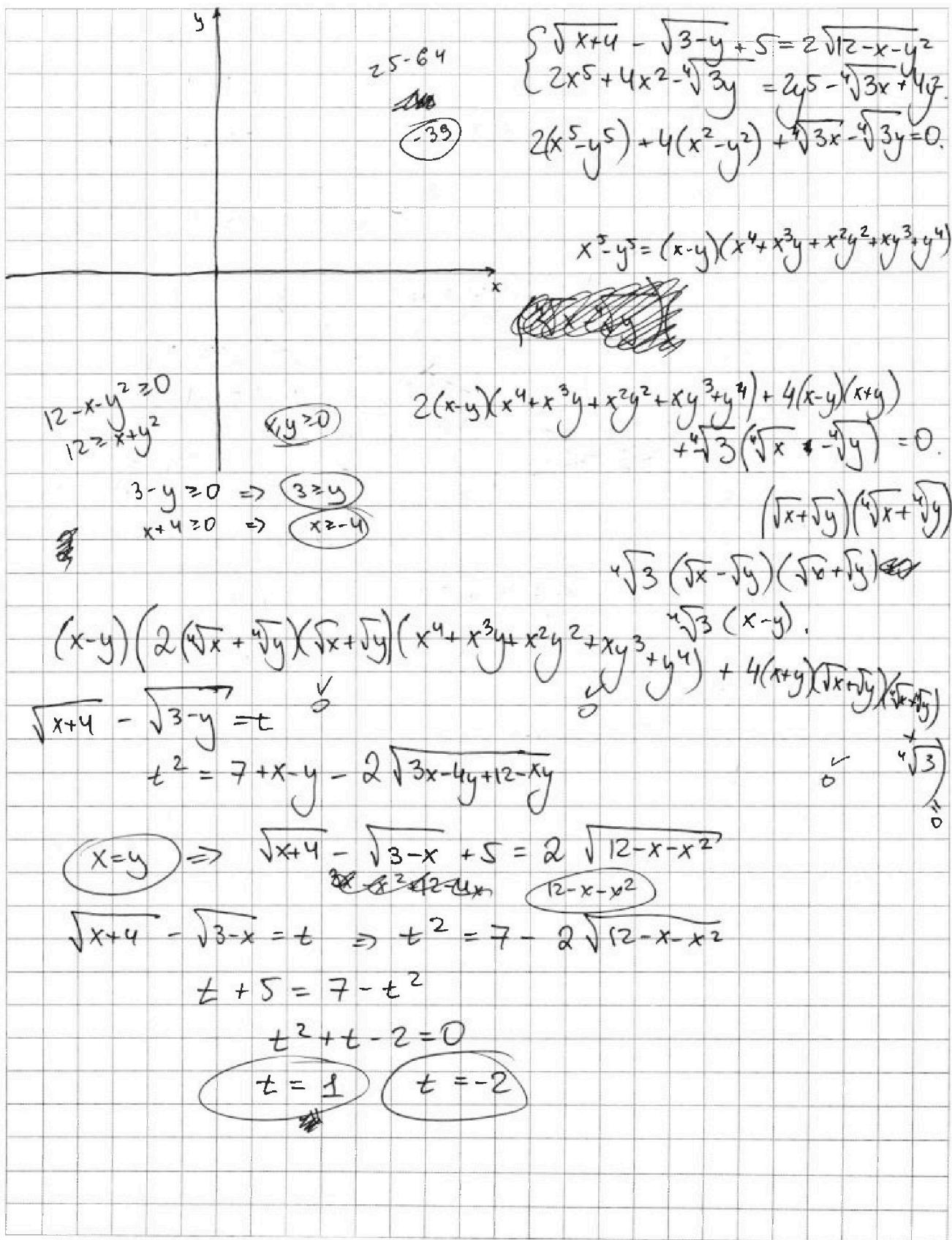
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



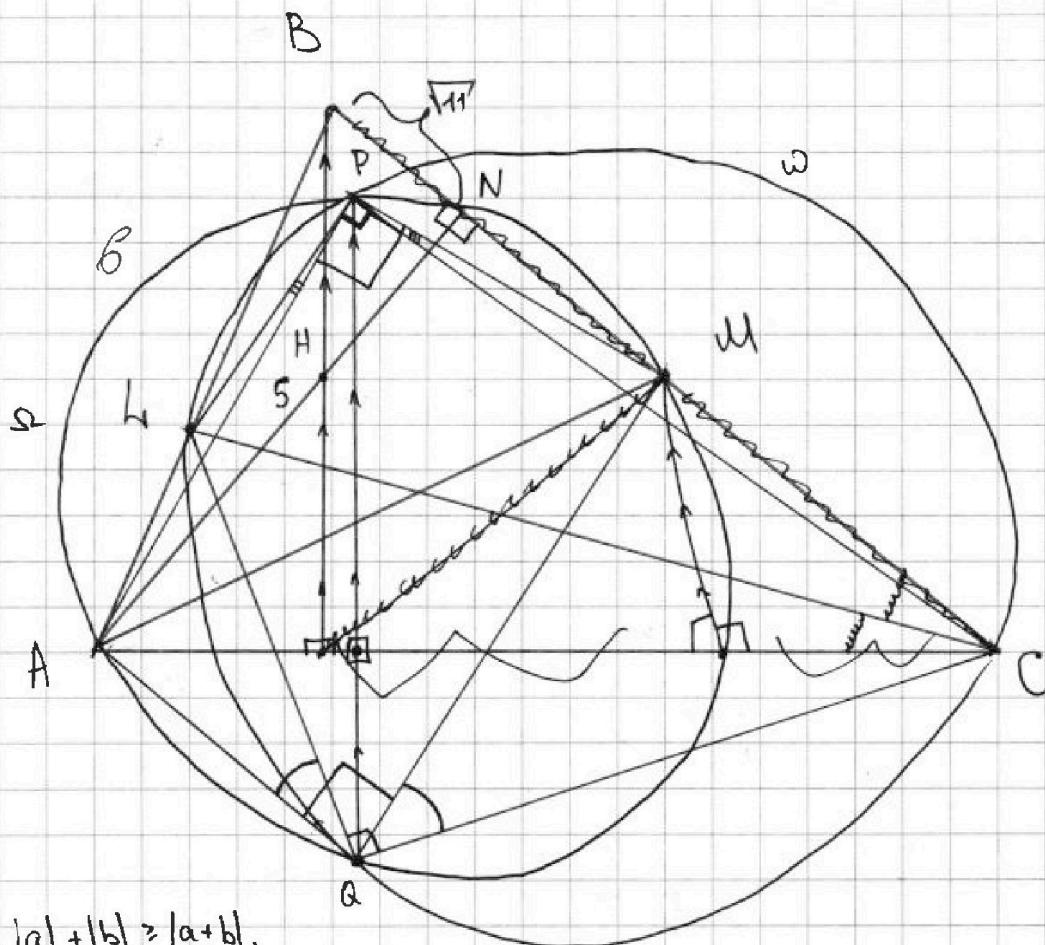


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$|a| + |b| \geq |a+b|.$$

$$|a-b| \geq |a|-|b|.$$

$$6 \geq |2x-3y|. \geq 0$$

$$4 \geq |3x-2y|. \geq 0$$

$$(1) 6 \geq 2x-3y \geq 0$$

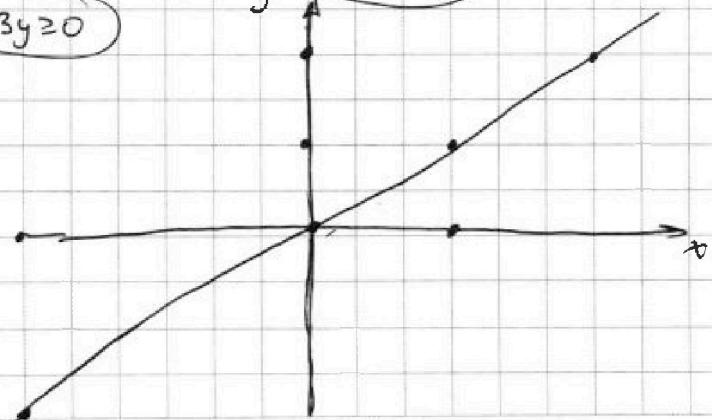
$$10 \geq |2x-3y| + |3x-2y| \geq |5x-5y| \geq 0.$$

$$(1) 5x-5y \geq 0 \Rightarrow 10 \geq 5x-5y$$

$$y \quad 2 \geq x-y$$

$$2+y \geq x$$

$$2x-3y \geq 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

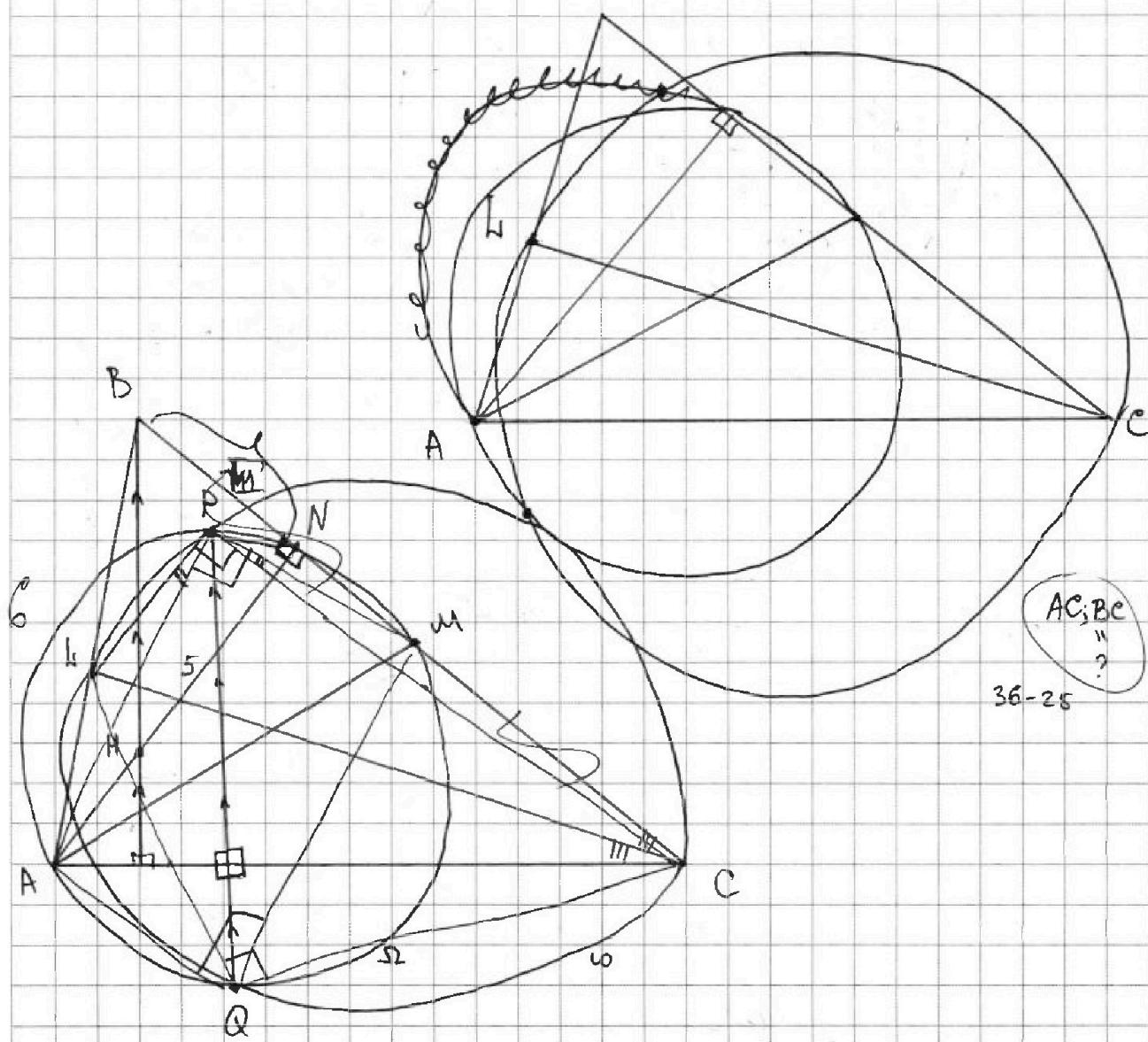
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 = \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \\ 2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \cancel{2\sqrt{3x} - \cancel{4y^2}} \\ (3x)^{\frac{1}{4}} - (3y)^{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & x + 7 - y \\ & 2\sqrt{3x - xy + 12 - 4y^2} \\ & 9 + 6y + y^2 - y^2 = 9 \end{aligned}$$

B





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

