



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 5



1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$\{a_n\}$ - арифм. прогрессия

d - разность арифм. прогрессии

Тогда по определению прогрессии

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

каждый элемент прогрессии

Тогда

$$a_3 \leq a_1 + 2d \leq 3x + 3$$

$$a_5 \leq a_1 + 4d \leq (x^2 + 2x)^2$$

$$a_9 \leq a_1 + 8d \leq 3x^2$$

Составим и решим систему уравнений:

$$\begin{cases} a_1 + 2d \leq 3x + 3 \\ a_1 + 4d \leq x^2 + 2x + 4x^2 \\ a_1 + 8d \leq 3x^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$6d \leq 3x^2 - 3x - 3$$

$$2d \leq x^2 - x - 1$$

$$a_1 \leq 3x + 3 - 2d \leq 3x + 3 - x^2 + x + 1 \leq -x^2 + 4x + 4$$

$$-x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 2x - 2 \leq x^4 + 4x^3 + 4x^2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \leq 0 (*)$$

$$-1 \mid \begin{array}{ccc|cc} 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{array} \Rightarrow$$

$$x^3 + 3x^2 - 2 \leq 0$$

$$-1 \mid \begin{array}{ccc|cc} 1 & 3 & 0 & -2 & \\ 1 & 2 & -2 & 0 & \end{array} \Rightarrow \boxed{x \leq -1} \text{ - корень}$$

$$(*) \Rightarrow (x+1)^2 (x^2 + 2x - 2) \leq 0$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}}$$

Если $x \leq -1$:

$$d \leq 0,5$$

$$a_1 \leq -1$$

$$x \leq -1 + \sqrt{3}$$

$$d \leq \frac{4 - 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - 1}{2} = 2 - 1,5\sqrt{3}$$

$$a_1 \leq$$

Следовательно $x \in \{-1 - \sqrt{3}; -1 + \sqrt{3}\}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

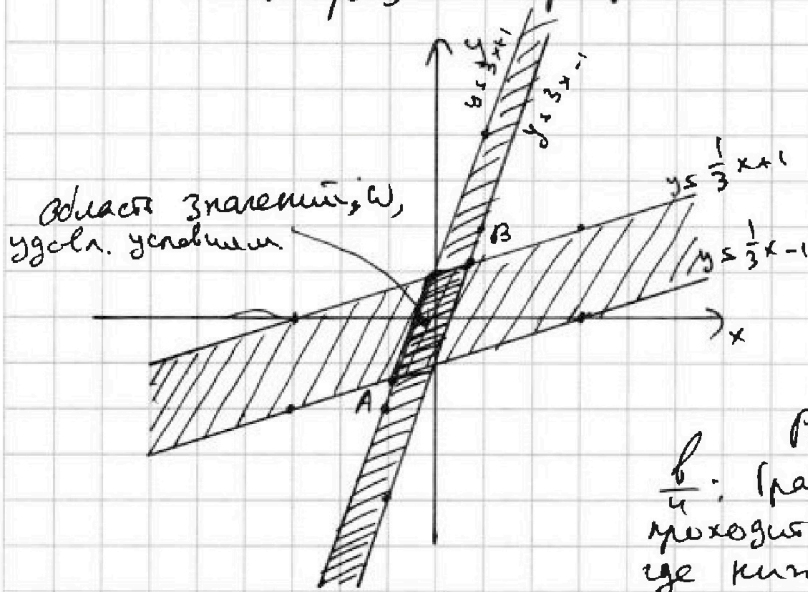
n2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y \leq 3 \\ x-3y \geq -3 \\ 3x-y \leq 1 \\ 3x-y \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{1}{3}x - 1 \\ y \leq \frac{1}{3}x + 1 \\ y \geq 3x - 1 \\ y \leq 3x + 1 \end{cases} \quad 4y + 8x \leq 6$$

Изобразим графиками:



Пусть $4y + 8x \leq 6$

$$y \leq \frac{6}{4} - 2x \quad (*)$$

$\frac{6}{4}$ — y координата пересечения в области с осью Oy. $y \leq \frac{6}{4} - 2x$ — линия допустимых значений $\frac{6}{4}$, если x допустимые значения $4y + 8x \leq 6$.

Рассм. область значений $\frac{6}{4}$: график $y \leq \frac{6}{4} - 2x$ (*) проходит через область S , где кишем точка A, график B \Rightarrow максимальные

значения $\frac{6}{4}$ будет, если (*) пройдет через B, т.е. это каноническая форма области с каноническими координатами x, y . Найдем x_B, y_B — пересек.

$$y \leq \frac{1}{3}x + 1 \quad \text{и} \quad y \geq 3x - 1;$$

$$\begin{cases} y \leq \frac{1}{3}x + 1 \\ y \geq 3x - 1 \end{cases} \Rightarrow 3x - 1 \leq \frac{1}{3}x + 1$$

$$\frac{8}{3}x \leq 2 \quad x \leq \frac{3}{4} \Rightarrow y \leq \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$4y + 8x \leq 6 \Rightarrow \sqrt{5 + 6 \geq 11}$ — это и есть максим. значение выражения.

Область S каноническая область значений выражения $4y + 8x + 6$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

1) Пусть $A = 13p^2$: $(m+n)(m+n-9) = 13p^2$, p - простое

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ m+n-9 = p^2 \quad (1) \\ m+n \leq p^2 \\ m+n-9 \leq 13 \quad (2) \\ m+n = 13p \quad (3) \\ m+n-9 = p \quad (4) \\ m+n = p \\ m+n-9 = 13p \end{cases}$$

а) Пусть (1):

$$\begin{cases} m+n = 13 \\ 4 \leq p^2 \Rightarrow p \geq 2 \text{ - простое} \\ \text{найти } m, n: \text{ пары} \end{cases}$$

(12; 1)	(6; 7)
(11; 2)	(5; 8)
(10; 3)	(4; 9)
(9; 4)	(3; 10)
(8; 5)	(2; 11)
(7; 6)	(1; 12)

б) $\begin{cases} m+n = p^2 \\ m+n = 22 \end{cases}$ $p^2 \leq 22$
 $p = 4, 5$
 $m, n \in \mathbb{N}$

в) $\begin{cases} m+n = 13p \\ m+n-9 = p \end{cases}$
 $13m = 12n + 117 \Rightarrow$

$$\begin{array}{r} 12m = 12n + 117 \\ :12 \quad :12 \quad /:12 \\ m = n + 9 \frac{9}{4} \\ \underline{m, n \notin \mathbb{N}} \end{array}$$

г) $\begin{cases} m+n \leq p \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases}$

$$m+n-9 \leq 13m + 13n \Rightarrow 12m + 12n \leq -9$$

г) Пусть $B =$ $m, n \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \in \mathbb{N}$

Если $A = 13p^2$, то $B = 75q^2$, p, q - простые.

$$B = mn(m+n-3) = 75q^2$$

Проверим пары m, n (в.ч. $B = mn(m+n-3)$, со значением B пар $(12; 1)$ и $(1; 12)$ не имеют разности.)

$(12; 1) \Rightarrow B = 12 \cdot 10 = 120 \neq 75q^2$

$$q \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \notin \mathbb{N}$$

$(11; 2) \Rightarrow B = 22 \cdot 10 = 220 \neq 75q^2$

$$q \in \mathbb{N} \Rightarrow m, n \notin \mathbb{N}$$

$(10; 3) \Rightarrow B = 30 \cdot 10 = 300 \neq 75q^2$

$q = 2$ - простое \Rightarrow пара $(10; 3)$ и $(3; 10)$ является решением.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(9; 4) \Rightarrow B \leq 36 \cdot 10 \leq 360 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

$$(8; 5) \Rightarrow B \leq 40 \cdot 10 \leq 400 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

$$(7; 6) \Rightarrow B \leq 42 \cdot 10 \leq 420 \Rightarrow 75q^2 \Rightarrow q \in \emptyset, \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

2) $A \leq 75q^2$, тогда $B \leq 13p^2$, p, q — простые, тогда:

$$mn(m+n-3) \leq 13p^2 \quad (*)$$

$$(m+n)(m+n-9)$$

а) Найдем корни m, n , углов (!):

$$\begin{cases} mn \leq 13 & \text{1} \\ m+n-9 \leq p^2 & \text{1} \\ mn \leq p^2 & \text{2} \\ m+n-9 \leq 13 & \text{2} \\ mn \leq 13p & \text{3} \\ m+n-9 \leq p & \text{3} \\ mn \leq p & \text{4} \\ m+n-9 \leq 13p & \text{4} \end{cases}$$

б) Рассм 1): $mn \leq 13 \Rightarrow$ m — простое, n — делитель 13 .
 $(13; 1), (1; 13), 1 \cdot 13$.
 13 — простое

$$m+n \leq 14$$

$$14 - 9 \leq p^2$$

$$\Rightarrow p^2 \Rightarrow p \in \emptyset; \underline{m, n \in \mathbb{K}}$$

в) Рассм 2):

$$\begin{cases} mn \leq p^2 \Rightarrow \text{либо } m \leq n \leq p^2 \\ \text{либо } m \leq n \leq p \end{cases}$$

$$m+n \leq 22$$

$$\begin{cases} m \leq p^2 & m \leq 1 \text{ — аналог.} \\ n \leq 1 & n \leq p^2 \end{cases}$$

$$p^2 + 1 \leq 22$$

$$m+n \leq p$$

$$2p \leq 22$$

$$m, n \in \mathbb{K}$$

$$p \in \emptyset$$

$$\begin{cases} m \leq n \leq p \\ p \leq 11 \Rightarrow \underline{m \leq n \leq 11} \end{cases}$$

2) Рассм 3):

$$\begin{cases} mn \leq 13p \\ m+n \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq 13p & m \leq 1, n \leq 13p \text{ — аналогично.} \\ n \leq 1 & \\ 13p+1 \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq 13 & m \leq p, n \leq 13 \text{ — аналогично.} \\ n \leq p & \\ 13+p \leq p+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \in \mathbb{K} \\ n \in \mathbb{K} \\ p \leq \frac{2}{3} \Rightarrow p \in \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \leq 0 \Rightarrow m, n, p \in \emptyset \end{cases}$$

г) Рассм 4):

$$\begin{cases} mn \leq p^2 \Rightarrow \\ m+n-9 \leq 13p \end{cases}$$

$$\begin{cases} m \leq p & \text{и.к. } p \text{ — простое, } m \leq 1, hsp \text{ — аналог.} \\ n \leq 1 & \\ p+1-9 \leq 13p \end{cases}$$

е) $A \leq 75q^2 \leq (m+n)(m+n-9)$ $m \leq 11, n \leq 11$
 $75q^2 \leq 22 \cdot 13 \leq 286 \Rightarrow q \in \emptyset, m, n \in \mathbb{K}$

Вним рассмотрели

$$p \leq \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{m, n, p \in \emptyset}$$

используя все грани, что p и q — простые, а если поменяем местами m и n , то ничего не будет изменено.

Ответы $(10; 3), (3; 10), (1; 10), (10; 1)$

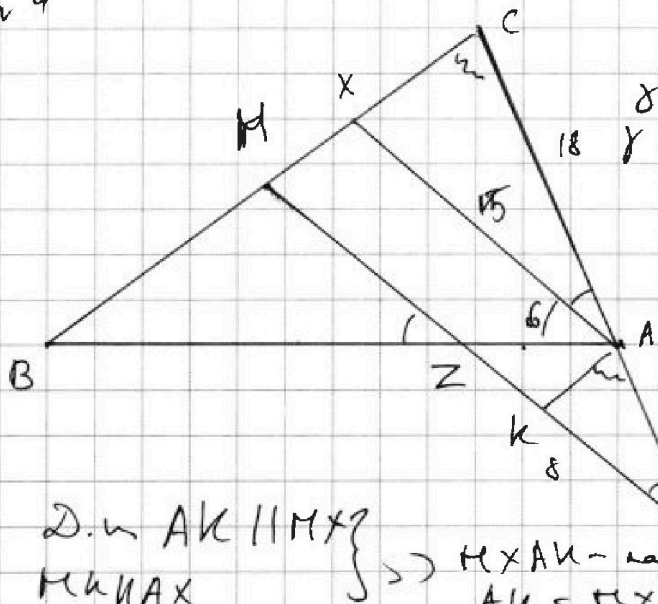


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



$\angle AYZ \leq \angle MZB$ (верш.) $\Rightarrow \delta$
 $\delta \leq \angle XAZ \leq \angle CAZ$ (общ.)
 $\gamma \leq \angle XAZ \leq \angle MZB$ (сооб.)
 от парал. прямых)
 $\angle CAB \leq 2\delta \leq \angle AYZ \leq \angle AYZ$
 $\Rightarrow \gamma \leq \angle AYZ$
 $\triangle AYZ \sim \triangle$
 $\triangle AYZ \sim \triangle$
 $AY \leq AZ \leq$

Д.ч. $AK \parallel MX$
 $MK \parallel AX$

$\Rightarrow MK \parallel AX$ - параллельно
 $AK \leq MX, MK \leq AX$. \Rightarrow
 $\angle KAY \leq \angle MZY$ (сооб.), $\angle BMZ \leq \angle ZKA$ (сооб.).

$\triangle AKY \sim \triangle CAZ$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{XA}{KY} \Rightarrow KY \leq \frac{X}{3}$
 $\triangle ZKA \sim \triangle BZM$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{AC}{AY} = \frac{XC}{KA} \Rightarrow KA \leq \frac{1}{3} XC \leq MX$
 Пусть X ($\leq a$) $MX \leq \frac{1}{3}a$
 M - сеп. $BC \Rightarrow BM \leq MC \leq \frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a = a$
 $\triangle ZKA \sim \triangle BZM$ (по 2 углам) $\Rightarrow \frac{BM}{KA} = \frac{BZ}{ZA} = \frac{MZ}{ZK} \Rightarrow \frac{1}{1} \leq \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2} \leq \frac{1}{1}$

По определению суммы чисел: $BA \leq 30$ $MZ \leq 42K$
 $AX^2 \leq AB \cdot AC - BX \cdot XC$

$MZ + 2K \leq X \Rightarrow 2K \leq \frac{1}{5}X$
 $MZ \leq 42K$
 $2K + 42K \leq \frac{1}{5}X + \frac{1}{3}X \Rightarrow \frac{8}{15}X \leq \delta, X \leq 15 \leq AX$

По определению суммы чисел:
 $AX^2 \leq AB \cdot AC - BX \cdot XC$
 $225 \leq 540 - (\frac{4}{3} + \frac{1}{3})a \cdot a$
 $\frac{5}{3}a^2 \leq 315 \Rightarrow a \leq \sqrt{\frac{3 \cdot 315}{5}} = 9\sqrt{21} \Rightarrow BC \leq MB + MC = \frac{8}{3}a = 8\sqrt{21}$

Ответ: $BC \leq 8\sqrt{21}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$^{\wedge 5} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad (1) \\ x^4 + 5x^2 - (y^4) \leq y^4 - (x^4) + 5y^2 \end{array} \right.$$

$$x^4 + 5x^2 - (y^4) \leq y^4 - (x^4) + 5y^2$$

$$\sqrt{x+1} - 2\sqrt{6+5x-y^2} + \sqrt{x+1} + \sqrt{6-y} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 0$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 + 5y^2 + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x-y)(x+y) + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x-y)(x+y) + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$(x-y)(x+y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(x+y)(x-y) + \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (x-y)(x+y)(x+y)(x^2 + y^2) + 5(x+y)(x+y)(x-y) + 1 \geq 0 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} \leq 0$$

единственный вариант:

$$x \leq y$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq y \\ x, y \geq 0 \end{array} \right. \rightarrow (1):$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-y^2} \\ x \leq y \\ x, y \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6+5x-x^2} \quad (1) \\ x \leq y \\ x, y \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{array} \right.$$

1) Разм (1):

Замена $a = \sqrt{x+1}$, $b = \sqrt{6-x} \Rightarrow a^2 + b^2 = 7$

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} - 5 \quad |^2 \quad a - b + 5 \leq 2ab$$

$$7 - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 25 \leq 4(6-x)(x+1) - 20\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 25$$

Замена $t = \sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$:

$$4t^2 - 18t + 18 \leq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} t \leq 3 \\ t \geq 3 \end{array} \right. \text{ нос. одн. с. числа}$$

Сдл замена:

a) $\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 3 \quad |^2$

a) $6+5x-y^2 \leq 9$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 6 \\ x^2 - 5x + 3 \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 6 \\ x \leq \frac{5+\sqrt{13}}{2} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$x \leq \frac{5+\sqrt{13}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$b) \sqrt{6+5x-x^2} \leq 1,5 \sqrt{2}$$

$$6+5x-x^2 \leq 2,25$$

$$x^2-5x-3,75 \leq 0$$

$$D \leq 25 + 15 \leq 40 > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{1,2} \leq \frac{5 \pm \sqrt{40}}{2}, 2,5 \pm \sqrt{10} \\ x \leq 6 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{x \leq 2,5 + \sqrt{10}}$$

2) Вернемся к началу:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq 0, y \geq 0 \\ x \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ x \leq 2,5 - \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 - \sqrt{10} \\ x, y \geq 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ y \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \\ x \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ y \geq \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \\ x \leq 2,5 + \sqrt{10} \\ y \leq 2,5 + \sqrt{10} \end{array} \right.$$

Ответ: $\left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \right), \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}; \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right),$

$(2,5 + \sqrt{10}; 2,5 + \sqrt{10}), \left(\frac{5 - \sqrt{13}}{2}; \frac{5 - \sqrt{13}}{2} \right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

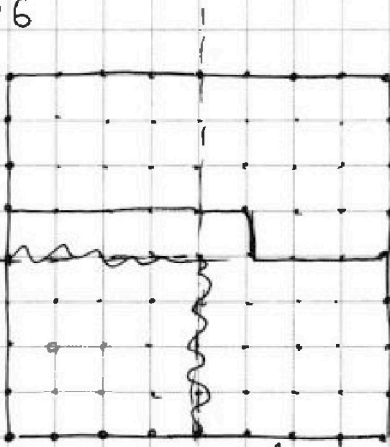


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



можно возврат в нем гла узла;
всего в ок состоит из 25 узлов;
 $a \leq 25 \cdot 24$.

Расши в лауре, в меньшей
 $\frac{1}{4}$ долиmero, в лауре.
(сильней, больше, меньше)
Евсем в лауре на
нем нами - в гла
узла и покрасить, в
тм некоторых дуга еще 3
там же не всегда раскрасит.
Каждый, с помощью способов

Видеет одну точку в 20 и лауре
и другие в фигу, обведенной сплошной
линией - она состоит из 40 узлов, в лауре
различна вариант выбора; $b \leq 25 \cdot 40$.
Так тм других вариантах раскраски
дво изобразили будут возможны те же
самые комбинации, но тм уже вариантов
а в не дан проанализировать узлы, как комбинации
а на обеих симметри: ^{траектория} ~~туда~~ обрат
много вариант, тм узлы, как комбинации
по осей симметрии, ~~варианты~~ могут
дво возможны и способами а не 2,
или все остальные в узлы в вариантах,
значит нужно внаес таме варианты
из общего количества. Мест где узлы
на лауре - 9, мест где узлы на фигу,
слежения сплошной линией - $8 \Rightarrow c \leq 8 \cdot 9$
Тогда, поперкий цвет:

$N \leq a \cdot b - c \leq 600 \times 1000 - 72 \leq 1528$ (вариантов)

Всего $N \leq 1528$ вариантов.

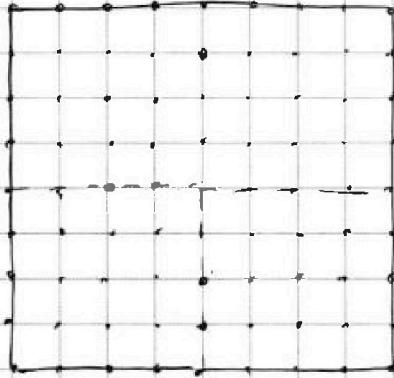


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$25 \cdot 24 + 25 \cdot 40 = 9.8$$

$$9.8$$

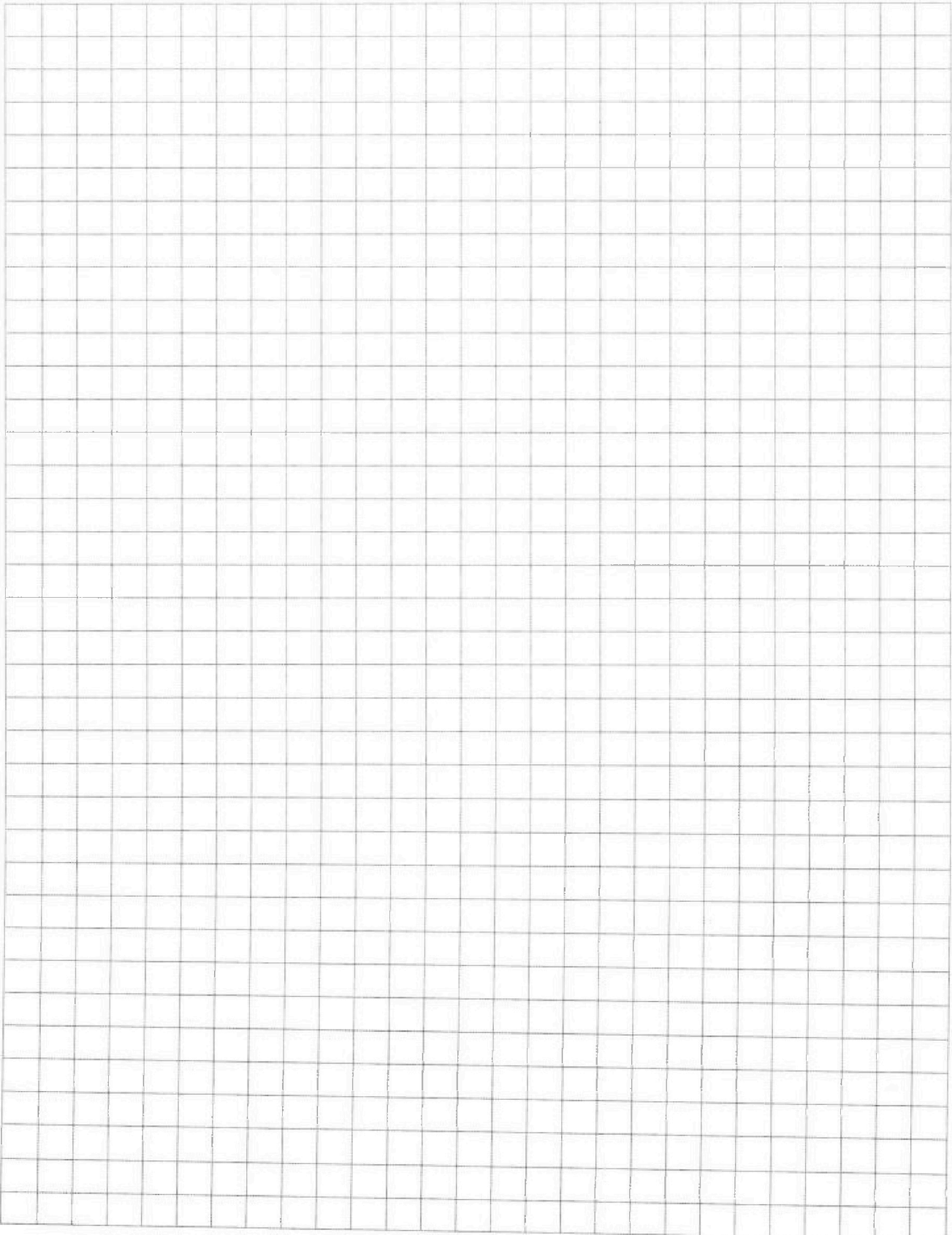


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



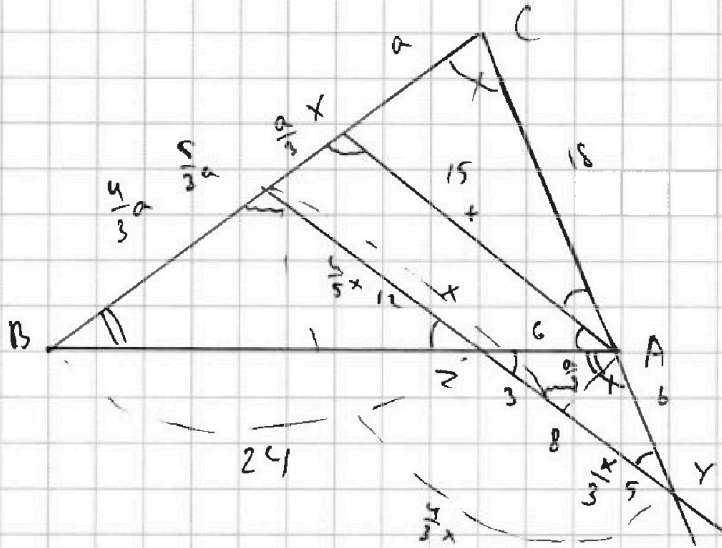


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

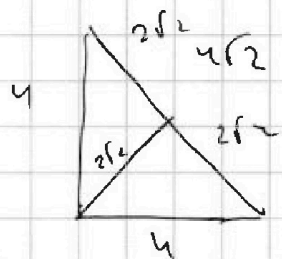
СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

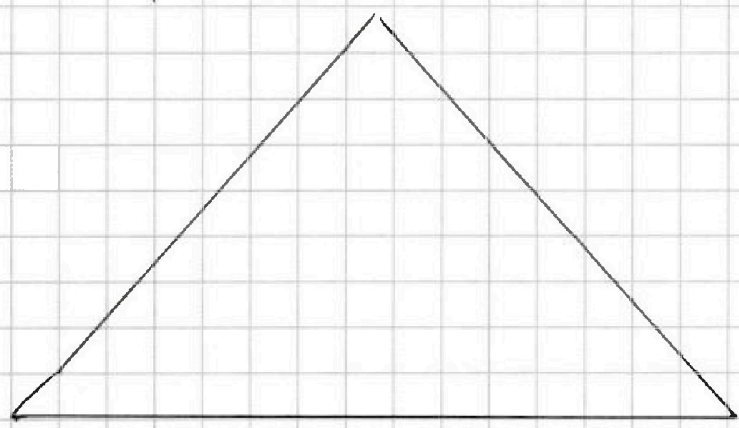


$$\begin{array}{r} \frac{15}{3} \cdot a \\ 5 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} x \\ 5 \\ \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline x \end{array}$$
$$\frac{1}{3}x + \frac{x}{3} = 8$$
$$\frac{8}{15}x = 8$$
$$x = 15$$

$$15^2 = 30 \cdot 18 - \frac{5}{3}a \cdot a$$
$$225 = 540 - \frac{5}{3}a^2$$
$$315 = \frac{5}{3}a^2$$
$$189 = a^2$$



$$8 = 16 - 8$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-x} + 5 \leq 2\sqrt{6-x} \cdot \sqrt{x+1} - 5 \sqrt{x+1}$$

$$x+1 + 6-x - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$$

$$7 - 2\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} \leq 4 \cdot (6-x)(x+1) + 25 - 20\sqrt{6-x}\sqrt{x+1}$$

$$4(6-x)(x+1) - 18\sqrt{6-x}\sqrt{x+1} + 18 \leq 0$$

$$4t^2 - 18t + 18 \leq 0$$

$$2t^2 - 9t + 9 \leq 0$$

$$t \leq 81 - 72 = 9 \Rightarrow$$

$$t, 2 \leq \frac{9 \pm 3}{4} \Rightarrow t \leq 3 \Rightarrow t \leq 3, 5$$

$$x^2 - 5x + 3 \leq 0$$

$$D = 25 - 12 = 13$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$3,5 \quad 8,5$$

$$2,5 \leq \sqrt{10} - 1$$

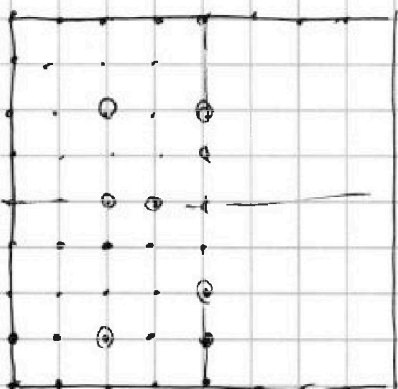
$$3,5 > \sqrt{10} - 1$$

$$1,5 > 10$$

$$4,5 \quad 2,5 + \sqrt{10} < 6$$

$$3,5 + \sqrt{10} < 3,5$$

$$5 + \sqrt{13} \quad 12$$



16 десок

$$25 \cdot 24 \cdot \frac{1}{4}$$

$$52 \times 21 = 21 \times 7 \leq 81$$

$$81 \cdot 80$$

$$16 \cdot 75 + 16 \cdot 16$$

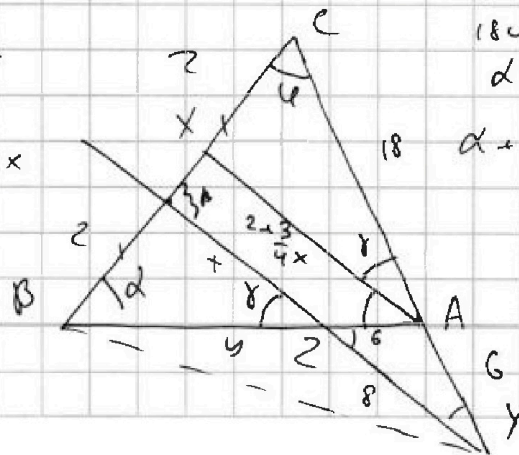
$$25 \cdot 24 + 25 \cdot 16$$



Ω Ω Ω

$$\frac{2 + \frac{3}{4}x}{x} = \frac{5 + 6}{y}$$

$$2y + \frac{3}{4}xy \leq xy + 6x$$



$$x + y \leq 18$$

$$18 - 13 \leq y + 4$$

$$x + 4 \leq 18 - 2y$$

$$x + y - 18 \leq 2 \Rightarrow y - 2 \geq 16 - x$$

$$\frac{24}{18} \leq \frac{8 + x}{5}$$

$$y \leq \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{3}{4}x$$

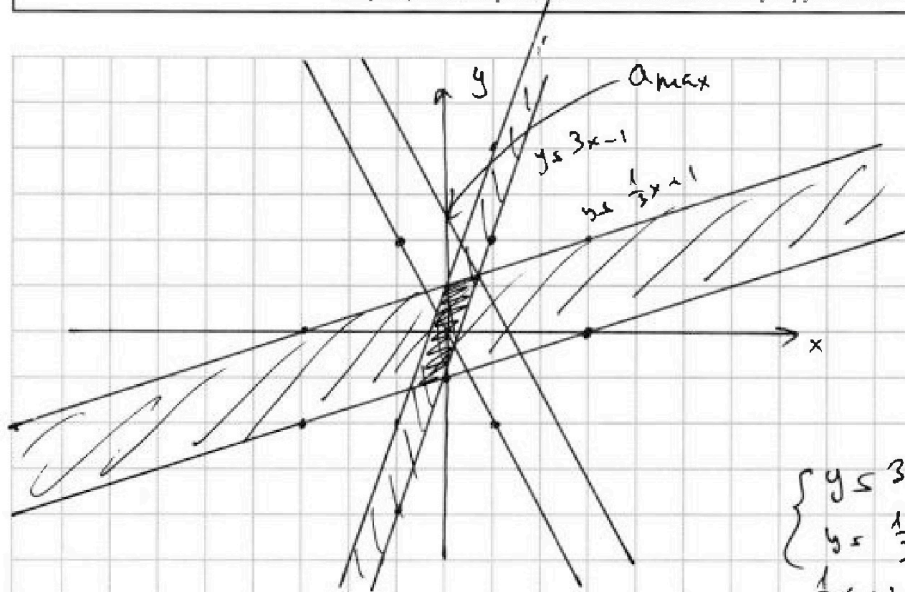


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$4y + 8x = a$$

$$y = \frac{a}{4} - 2x$$

$$a \leq 0$$

$$\leq$$

$$y \leq -2x$$

$$\begin{cases} y \leq 3x - 1 \\ y \leq \frac{1}{3}x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 3 \\ 4 \end{cases} \quad 5 - 6 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + 1 &\leq 3x - 1 \\ \frac{2}{3}x &\leq 2 \\ x &\leq 3,75 = \frac{15}{4} \\ y &\leq \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$A = m^2 + 2mn + n^2 - 9n - 9m$$

$$(m+n)^2 - 9(m+n)$$

$$A \leq (m+n)(m+n-9) \leq (13)p^2$$

$$B \leq (n^2 + mn^2 - 3mn)$$

$$B \leq mn(m+n-3)$$

$$75q^2 \quad 25 \cdot 3q^2$$

$$15 \cdot 5q^2$$

$$mn \leq 15$$

$$m+n-3 \leq 5q^2$$

$$mn \leq q^2$$

$$m+n-3 \leq 75$$

$$2q \leq 78$$

$$1 \quad 75$$

$$q \leq 39 \quad X$$

$$3 \quad 25$$

$$mn \leq 75$$

$$5 \quad 15$$

$$75 \leq 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1$$

$$m+n-3 \leq 9q^2$$

$$mn \leq 25 \quad 5 \quad 5$$

$$73 \neq 9q^2$$

$$m+n-3 \leq 3q^2 \quad 25 \quad X$$

$$25 \leq 9q^2$$

$$mn \leq 3q^2 \quad \frac{3q}{3} \quad \frac{q}{q^2}$$

$$d = 2 - 4\sqrt{3}$$

$$a \leq -4 + 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 4 + 4$$

$$6\sqrt{3} - 4$$

$$4\sqrt{3} - 2(\sqrt{3} + 2 + 2\sqrt{3}) \quad 3\sqrt{3}$$

$$6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 4 \quad 2^2 \leq 4$$

$$m+n=28$$

$$4q \leq 21 \quad (9 \leq 5)$$

$$q \leq 7$$

$$p \leq 13 \quad 13p \cdot p$$

$$13 \cdot p^2$$

$$m+n \leq 13$$

$$m+n-9 \leq 4 \quad \checkmark$$

$$m+n-9 \leq 13 \quad X$$

$$m+n \leq 22 \quad X$$

$$mn \leq 13p$$

$$m+n \leq p$$

$$m+n \leq 13m + 13n - 117$$

$$12m + 12n \leq 117 \quad X$$

$$\begin{aligned} m &\leq 75 \\ n &\leq 25 \text{ with number.} \\ n &\leq 3 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$a_1 = a$$

$$a_3 = a + 2d = 3x + 3$$

$$a_5 = (x^2 + 2x)^2 = a + 4d \quad Gd = 3x^2 - 3x - 3$$

$$a_9 = 3x^2 = a + 8d \quad 2d = x^2 - x - 1$$

β

$$x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 2 = a + 2x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 = a$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 2x + 2 + 4x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

1	1	6	-2	-2
2	1	3	12	
1	1	2	8	4
-1	1	0	6	
-2	1	-1	8	

1	4	3	-2	-2
1	1	5	8	6
-1	1	3	0	-2
16	-32	+12	+4	-2

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

$$(-2)^4 + 4 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 2(-2) - 2$$

$$16 - 32 + 12 + 4$$

$$3x^2 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 2x - 2$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$1 \quad 4 \quad 3 \quad -2 \quad -2$$

$$-1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad -2 \quad 0$$

$$(x+1)(x+1)(x^3+3x^2-2)$$

$$(x+1)^2(x^2+2x-2)$$

$$D = 4 + 8 = 12$$

$$x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} x & | & 3 & | & -3 \\ y & | & 0 & | & -2 \end{matrix}$$

$$x - 3y \leq 3$$

$$3y \geq x - 3$$

$$y \geq \frac{1}{3}x - 1$$

$$y \leq \frac{1}{3}x + 1$$

$$3x - 3y \leq 3$$

$$x - 3y \leq 1$$

$$3x - y \leq 1$$

$$y \geq 3x - 1$$

$$y \leq 3x + 1$$

$$\begin{matrix} x & | & 1 & | & -1 \\ y & | & 2 & | & -4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 & 0 & x \end{matrix}$$

$$|x-3y| \leq 3$$

$$x-3y \leq 3$$

$$x-3y \geq -3$$

$$3x-y \leq 1-3$$

$$3x-y \geq -1$$

