



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дан П.к. проведена арифметическая система уравнений

$$\begin{cases} a + 3d = 6 - 9x & (1) \\ a + 5d = (x^2 - 2x)^2 & (2) \\ a + 9d = 9x^2 & (3) \end{cases}$$

~~уравнения~~

из (3) выразим (1) $6d = 9x^2 + 9x - 6$
 $d = 1,5x^2 + 1,5x - 1$

$$a + 3d + d = 1,5x^2 - 7,5x + 5 \quad (**)$$

$$a + 9d - 3d = 4,5x^2 - 4,5x + 3 \quad (***)$$

$$2a + 4d = 6x^2 - 12x + 8$$

$$a + 5d = 3x^2 - 6x + 4$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = 3x^2 - 6x + 4$$

$$x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0$$

По м. Безу выписываем делители: $\pm 4; \pm 2; \pm 1$

Находим: $x = 1$

$$1 - 4 \cdot 1 + 1 + 6 \cdot 1 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

$$(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) / (x - 1) = 0$$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 4x^2 + x^2 + 6x - 4 & x - 1 \\ \hline x^3 - x^2 & \\ \hline -3x^2 + x & \\ -3x^2 + 3x & \\ \hline -2x^2 + 6x & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline -4x + 4 & \\ -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

легко заметить, что $x = 1$ это корень и кубическое уравнение

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 & x - 1 \\ \hline x^3 - x^2 & \\ \hline -2x^2 - 2x & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline -4x + 4 & \\ -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(x - 1)^2 (x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$x = 1$$

$$(**): D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{5}$$

$$x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{2 - 2\sqrt{5}}{2} = 1 - \sqrt{5}$$

Ответ: $1; 1 + \sqrt{5}; 1 - \sqrt{5}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 - 2y \leq 2 & (1) \\ 2 - 2y \geq -2 & (3) \\ 2x - y \leq 1 & (4) \\ 2x - y \geq -1 & (2) \end{cases}$$

$$(1): x - 2y \leq 2 \quad x \leq 2y + 2 \quad 6x \leq 12y + 12$$

$$(2): 2x + 1 \geq y \quad 3y \leq 6x + 3$$

$$6x + 3y \leq 12y + 6x + 15$$

$$-9y \leq 15$$

$$y \geq -\frac{5}{3}$$

$$(3): \begin{cases} x \geq 2y - 2 \\ 6x \geq 12y - 12 \end{cases}$$

$$(4): \begin{cases} y \geq 2x - 1 \\ 3y \geq 6x - 3 \end{cases}$$

$$6x + 3y \geq 12y + 6x - 15$$

$$15 \geq 9y$$

$$\frac{5}{3} \geq y$$

$$\frac{5}{3} \geq y \geq -\frac{5}{3}$$

(1) и (4)

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 2 + 2y \\ x \leq \frac{2+y}{2} \end{cases}$$

$$x_{\max}, \text{ when } y_{\max}, \begin{cases} x \leq \frac{16}{3} \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow x \leq \frac{7}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}$$

$$6x + 3y \leq 6 \cdot \frac{7}{3} + 3 \cdot \frac{5}{3}$$

$$6x + 3y \leq 17$$

$$6x + 3y \leq 15 \Rightarrow \text{правильное значение } (3)$$

Ответ: 13.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

Число A состоит из двух множителей $(m+2n)$ и $m+2n-7$

Заметим, что они разной четности. $Ч$ - четности, $НЧ$ - нечетности

$$\begin{array}{l} \text{Пусть } m+2n-4 \\ m+2n- \\ \text{"7" - НЧ} \end{array} \Rightarrow m+2n-7 - НЧ$$

$$Ч \cdot НЧ = Ч$$

Получается, что число A - четное, а ~~каждый~~ ^{это может} равняется либо $11p^2$, либо $75q^2$, а они могут быть четными для

p или q - четные. А p и q - кратные 2 или 5. А единственное простое четное число - "2" \Rightarrow или

$$A = 44$$

или

$$A = 300$$

Число B состоит из 2-х множителей mn и $(m+2n+9)$

Если множитель $mn = 4$, то ~~каждый~~ и само число B - 4.

Если множитель $mn = НЧ$, то m и n - нечетные числа.

$$\text{Тогда } m+2n+9 = \underbrace{НЧ + 2 \cdot НЧ + НЧ}_{4} = 4 - \text{будет четным} \Rightarrow$$

$$B = 44$$

или $B = 300$

И тогда у нас получится 2 пары уравнений

$$\begin{cases} A = 44 & (1) \\ B = 300 & (1) \\ B = 44 & (2) \\ A = 300 & (2) \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Решение (1)

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 44; \\ mn(m+2n+9) = 300; \quad (2) \end{cases}$$

Пусть $m+2n = x$

$$x(x-7) = 44$$

$$x^2 - 7x - 44 = 0; \quad D = 49 + 4 \cdot 44 = 176 + 176 = 352 \quad \sqrt{D} = 18$$

$$x_1 = \frac{7+18}{2} = 12.5$$

$$x_2 = \frac{7-18}{2} = -5.5$$

$$\begin{cases} m+2n=12.5 \\ m+2n=-5.5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=12.5-2n \\ m=-5.5-2n \end{cases} \text{ не подходит в (2)}$$

$$\begin{cases} (12.5-2n) \cdot n \cdot 20 = 300; \\ (-5.5-2n) \cdot n \cdot 5 = 300; \end{cases} \begin{cases} 12.5n - 2n^2 = 15; \\ -4n - 2n^2 = 60; \end{cases} \begin{cases} 2n^2 - 12.5n + 15 = 0 \quad (1) \\ 2n^2 + 4n + 60 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1): D = 121 - 120 = 1, \quad \sqrt{D} = 1$$

$$\begin{cases} n = \frac{12.5 \pm 1}{2 \cdot 2} = 3 \\ n = \frac{12.5 - 1}{2} = 5.75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -6 \end{cases} \Rightarrow (6, 2.5) \rightarrow (5, 3)$$

- не подходит, m, n - натуральные

$$(2): D = 16 - 2 \cdot 4 \cdot 60 < 0, \Rightarrow \text{нет корней}$$

Решение (2)

$$\begin{cases} (m+2n)(m+2n-7) = 300; \\ mn(m+2n+9) = 44; \end{cases} \begin{cases} \text{Пусть } m+2n = y \\ y(y-7) = 300 \end{cases} \begin{cases} \text{Программа} \\ \text{на след. стр.} \\ y^2 - 7y - 300 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Продолж. 3 задач

$$D = 49 + 300 \cdot 7 = 1249, \quad \sqrt{D} = \sqrt{1249} \text{ — не целое}$$

$$1249 \notin \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{1249} \text{ — число иррациональное} \Rightarrow$$

$$y_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ — тоже число иррациональное} \Rightarrow m + kn \text{ — тоже иррациональное, а оно состоит из } 2 \cdot x \text{ — целых и } 1 \text{ — целого} \Rightarrow$$

нет решений

Ответ: (5; 3)

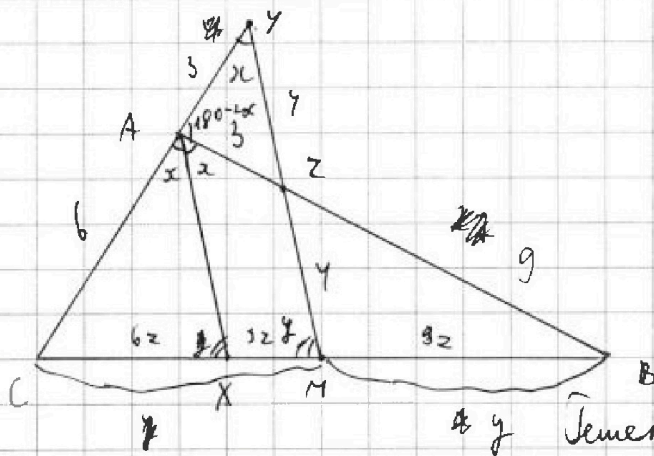


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано: $\triangle ABC$, AX — биссектриса, $MY \parallel AX$, $\angle YAZ = 2$
 M — середина BC , $AC = 6$,
 Найти: BC , $AZ = 3$, $YZ = 4$

Решение:

1. По условию $\angle CAX = 2x$, $\angle CAX = \angle BAX = x$ (AX — биссектриса)
2. $AX \parallel YM$, секущая CY , $\angle CAX = \angle CYM$ (как соответственные)
 \Rightarrow стороны $1 \neq 0$
3. $\triangle AYZ$, $\angle YAZ = 180 - 2x$ ($\angle ZAC$ — внешний)
 $\angle YZA = 180 - (180 - 2x) - x = x \Rightarrow \triangle AYZ$ — равнобедренный $\Rightarrow AY = YZ = 4$
4. По т. Менелая $\triangle CYM$, секущая AB ,

$$\frac{CA}{AY} \cdot \frac{YM}{ZM} \cdot \frac{MB}{BC} = 1$$
 $ZM = 4$
5. По т. Менелая $\triangle CBA$, секущая YM ,

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{AC} = 1$$
 $BZ = 9$
6. $S_{AYZ} = \sqrt{5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1} = 2\sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$7. \frac{S_{ABYZ}}{S_{AYM}} = \frac{AY \cdot YZ}{CY \cdot YM} = \frac{3 \cdot \pi}{8 \cdot 82} \Rightarrow S_{ABYZ} = 12\sqrt{5}$$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \quad (1) \\ x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \quad (1)$$

$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$ - в этом ур-нии, если мы x за-

меним на y и наоборот, то ничего не изменился \Rightarrow

$x = y$, \Rightarrow подставим в (1)

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} - 7$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 7 \\ 14+5x-x^2 \geq 0 \end{cases}$$

$$x+2 - 2\sqrt{14+5x-x^2} + 7-x = 56 + 20x - 4x^2 + 49 - 28\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\text{Положим } \sqrt{14+5x-x^2} = t, \quad t \geq 0$$

$$2 - 2t + 7 = 105 + 20x - 4x^2 - 28t$$

$$4x^2 - 20x - 96 = 30t$$

$$2x^2 - 10x - 48 = 15\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$4x^4 + 100x^3 + 250x^2 - 40x^3 - 192x^2 + 960x = 5150 + 1125x - 225x^2$$

$$4x^4 - 40x^3 + 133x^2 - 165x - 846 = 0$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Упрощение

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{z}$$

$$x + y = c$$

$$BM^2 = AB \cdot AM + MC \cdot BC$$

$$BZ \cdot XM + BZ \cdot BM = 3BM$$

$$BZ \cdot XM = 3BM$$

$$\frac{6}{9} = \frac{X}{8} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{X}{8} \Rightarrow X = \frac{16}{3}$$

$$AZ = 3$$

$$YZ = y$$

$$Ab = 18 - 2 \cdot 9 \cdot \cos \alpha$$

$$\frac{x}{3} \cdot \frac{5}{9} = 1 \Rightarrow x = \frac{16}{3}$$

$$\frac{CA}{AY} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{BZ}{AB} = \frac{BM}{BX}$$

$$\frac{AC}{CX} = \frac{AB}{BX}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{AX}{4+2M} = \frac{CX}{CM}$$

$$\frac{2M}{AX} = \frac{BZ}{3+BZ}$$

$$8 + 22M = 3AX$$

$$32M + 2M \cdot BZ = AX \cdot BZ$$

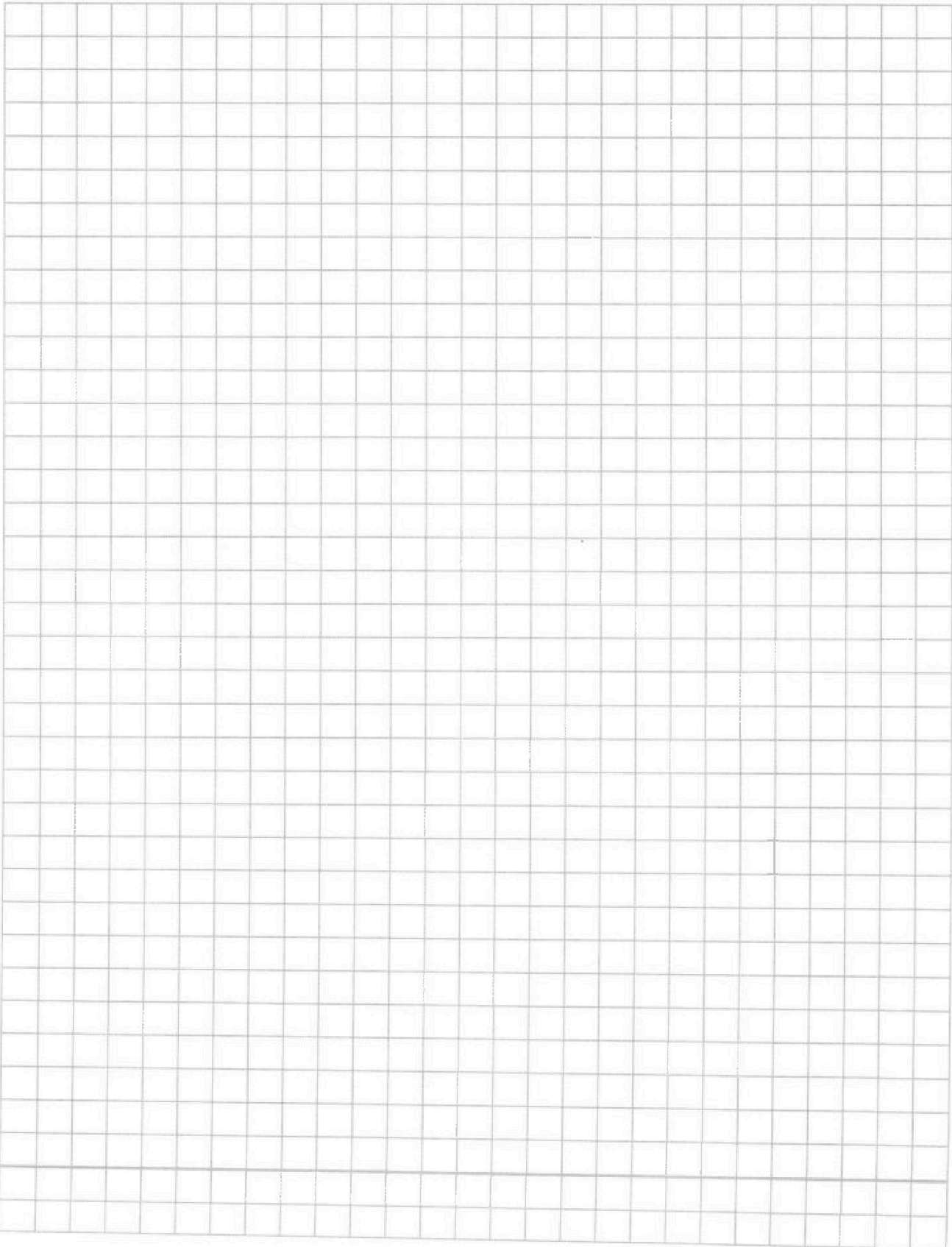


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



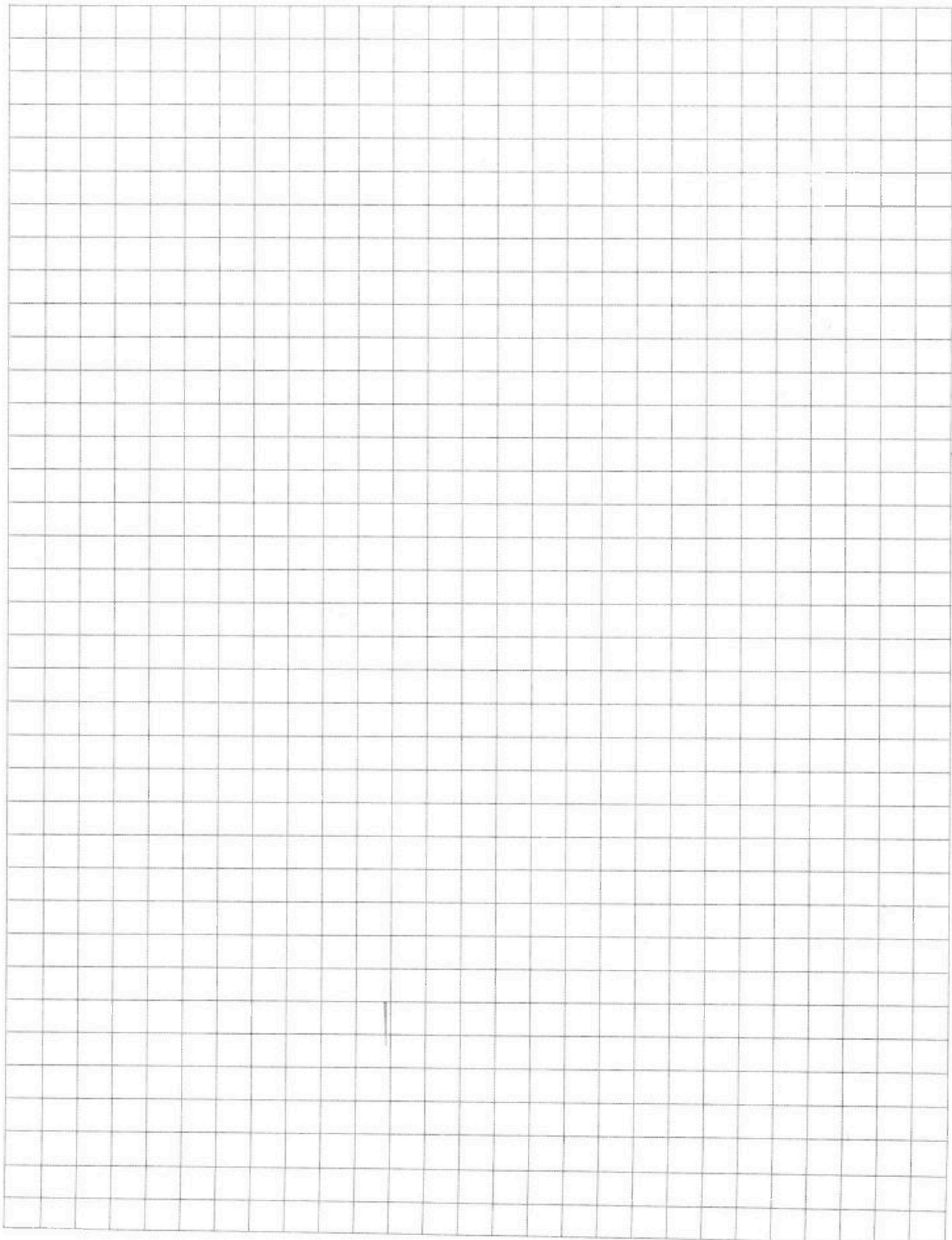


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



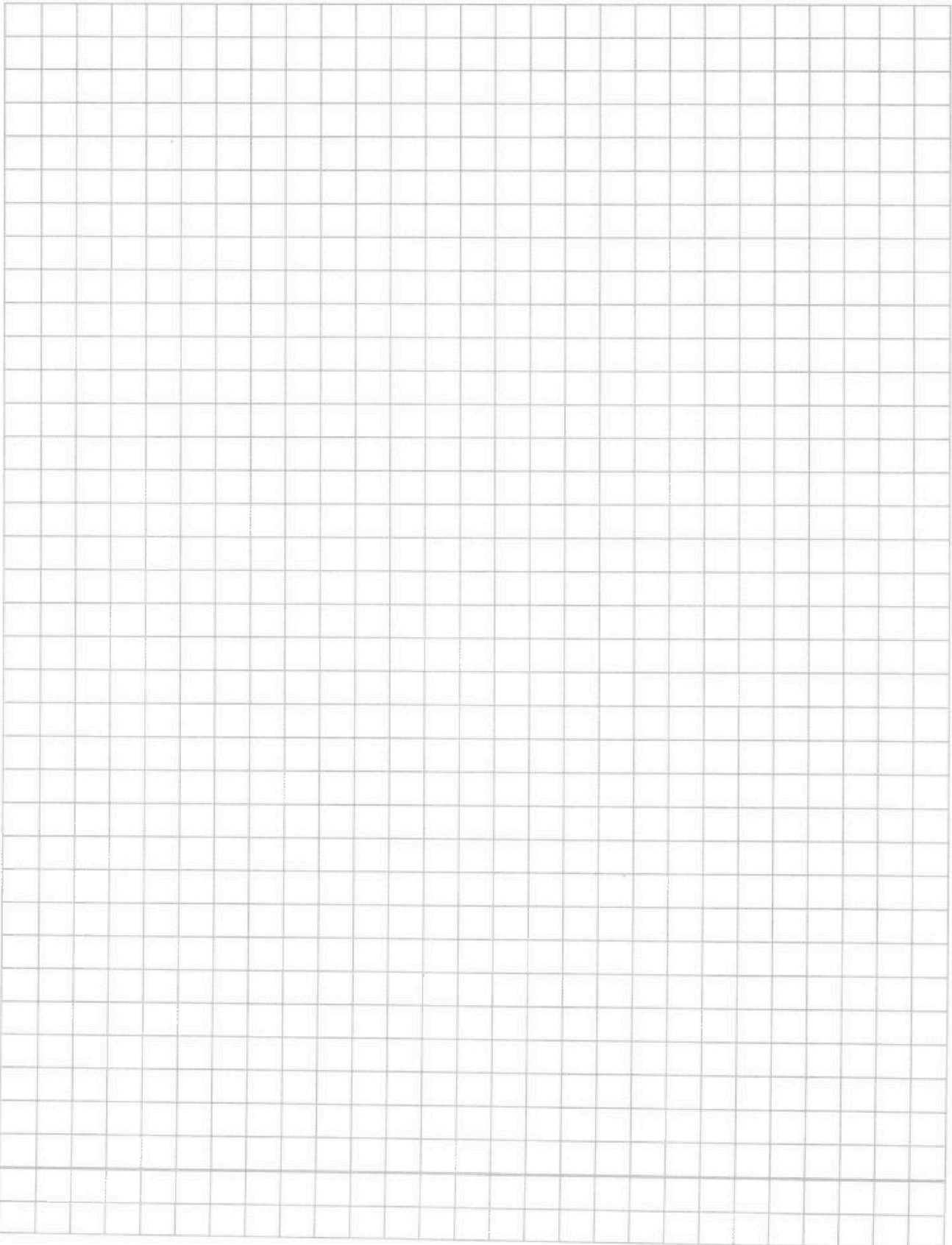


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



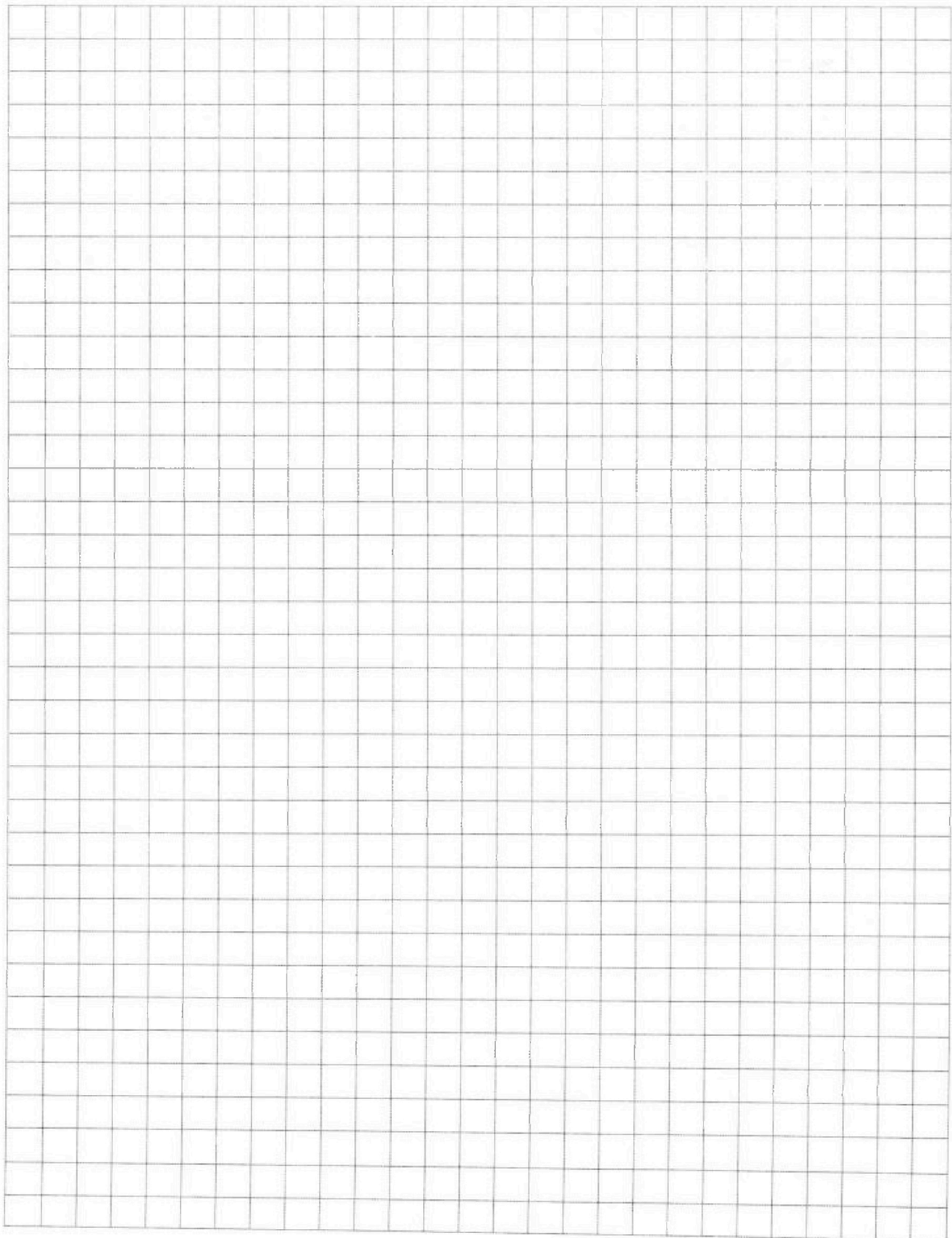


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Угроз

$b = 9x$ $3y + 6x$ $|x - 2y| \leq 2$

$a_1 = a$
 $a_4 = a + 3d = b = 9x$
 $a_6 = a + 5d$
 $a_{10} = a + 9d$
 $a + 3d = 9x$
 $a + 5d = (x^2 - 2x)^2$
 $a + 9d = 9x^2$

$F(x) \leq a$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2 & x - 2y \leq 2 \\ x - 2y \geq -2 & 4x - 2y \leq 2 \\ 2x - y \leq 1 & \\ 2x - y \geq -1 & \\ x - y \leq 1 & \\ x - y \geq -1 & \end{cases}$$

$(a - b - c)(a - b - c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

$bd = 9x^2 + 9x - 6$
 $d = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 1,5x^2 + 1,5x - 1$

$4d = 9x^2 - x^4 + 4x^3 - 4x^2$
 $d = \frac{9}{4}x^2 - \frac{x^4}{4} + x^3 - x^2$

$bd = 9x^2 + 9x - 6$
 $d = 1,5x^2 + 1,5x - 1$

$a + 4d = \dots$
 $1,5x^2 - 7,5x + 5$

$a + 6d = 1,5x^2 - 4,5x + 3$

$a + 5d = 3x^2 - 6x + 4 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 7mn + 7n^2 - 7m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

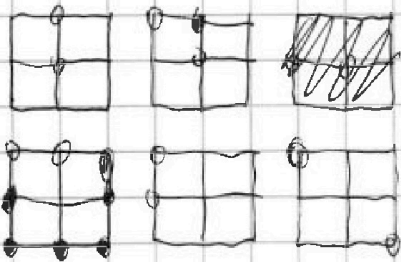
$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

$$p = 2$$

$N = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$
No: 6

44
300

1x1 1
2x2 4



$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 37 \\ \hline 214 \\ 968 \\ \hline 1184 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times 33 \\ \hline 99 \\ 99 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6x \geq 12y + 12 \\ 3y \geq 6x - 3 \\ 6x + 3y \geq 12y + 6x - 15 \\ 15 \geq 9y \\ 5 \geq 3y \\ \frac{5}{3} \geq y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x - 2y \leq 2 \\ x - 2y \geq -2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6x \leq 12 + 12y \\ 6x \geq 12y - 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x + 1 \leq y \\ 2x + 1 \geq y \end{array}$$

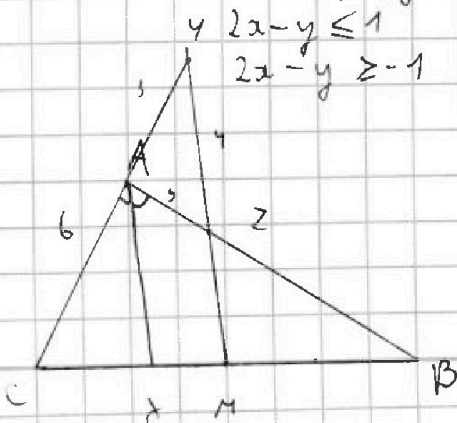
$$\begin{array}{l} x + y \leq 2x + 2y + 3 \\ x + y \geq 2x + 2y - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6x + 3y \leq 12y + 6x + 15 \\ -9y \leq 15 \\ y \leq \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \geq -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x - 1 \leq y \\ 2x + 1 \geq y \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6x - 3 \leq 3y \\ 6x + 3y \leq 6x + 3y \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

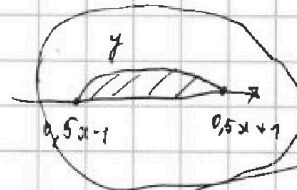
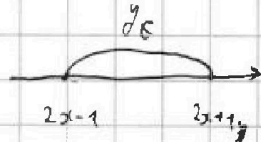
$$\{x - 2y \in \mathbb{Z}\}$$

$$\begin{cases} x - 2y \leq 2; \\ x - 2y \geq -2; \\ 2x - y \leq 1; \\ 2x - y \geq -1; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x - 2 &\leq 2y \\ x + 2 &\geq 2y \\ 0,5x & \\ 0,5x - 1 &\leq y \\ 0,5x + 1 &\geq y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &\leq 2 + 2y \\ x &\geq 2y - 2 \\ x &\leq 0,5y + 0,5 \\ x &\geq 0,5y - 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 1 &\leq y \\ 2x + 1 &\geq y \end{aligned}$$



$$6x - 3 \leq 3y \leq 6x + 3$$

$$x \geq -2$$

$$\sqrt{x+2} - 2\sqrt{14+5x-y} + \sqrt{7-y} = -7$$

$$x(y+2)(7-y) = 7y - y^2 + 14 - 2y$$

$$x \geq -2$$

$$y \leq 7$$

$$14 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$2x + 2 \quad x + 2 - 2\sqrt{(x+2)(7-y)} + 7 - y = 7$$

$$2^2 + 3x + \sqrt{2x} = y^2 + 23y + \sqrt{2y}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} - 2\sqrt{(x+2)(7-y)} = -7$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = -7$$

$$a - b - 2ab = -7$$

$$a(1-2b) = \frac{b-7}{1-2b}$$

$$\frac{5}{3} \geq y \geq -\frac{5}{3}$$

$$x \leq 2 + 2y$$

$$\leq \frac{10}{3}$$

$$\frac{16}{3}$$

$$x \geq 2y - 2$$

$$x \leq \frac{y+1}{2} \quad \frac{y}{3}$$