



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 5

1. [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен $3x + 3$, пятый член равен $(x^2 + 2x)^2$, а девятый равен $3x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $4y + 8x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$ и $B = m^2n + mn^2 - 3mn$ равно $13p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 8×8 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 10$, $AN = 8$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

ищет q -различную прогрессию. Тогда

$$a_3 = a + 2q = 3x + 3$$

$$a_5 = a + 4q = (x^2 + 2x)^2 \quad 2.(a_5 - a_3) = a_9 - a_5$$

$$a_9 = a + 8q = 3x^2$$

$$2(x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) = 3x^2 - (x^2 + 2x)^2$$

$$2x^4 + 8x^3 + 8x^2 - 6x - 6 = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0 \quad | :3$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr|r} & 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ \cdots & 1 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{array}$$

Проверка: $-1 - \cancel{2\sqrt{3}} \oplus$

$$-1 - \sqrt{3}$$

$$a_3 = -3 - 3\sqrt{3} + 3 = -3\sqrt{3}$$

$$a_5 = (1 + 2\sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3})^2 = 4$$

$$a_9 = 3 \cdot (-1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$a_3 = -1 + \sqrt{3}; a_9 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = 4$$

$$a_9 = 6 + 6\sqrt{3}$$

$$\text{Ответ: } -1, -1 \pm \sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases} \stackrel{x=3}{\Rightarrow} \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \stackrel{y=3x}{\Rightarrow} \begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -3 \leq 9x-3y \leq 3 \end{cases}$$

~~запись, что~~ ~~8x+4y~~ $8x+4y \leq ?$

$$\begin{cases} -3 \leq x-3y \leq 3 \\ -1 \leq 3x-y \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3 \leq 3y-x \leq 3 \\ -1 \leq y-3x \leq 1 \end{cases}$$

$$1) -4 \leq 3x - y + 3y - x \leq 4$$

$$-4 \leq 2(x+y) \leq 4$$

$$-2 \leq x+y \leq 2$$

$$2) -3 \leq 3x - y + x + y \leq 3$$

$$-3 \leq 4x \leq 3$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$3) -5 \leq 4y \leq 5$$

$$-\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4}$$

$$4) \max(8x+4y) = 8 \cdot \frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{5}{4} = 11$$

Проверка: $x = \frac{3}{4}; y = \frac{5}{4}$ убедиться, что все
представления единицы верны.

Ответ: 11



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$m, n \in \mathbb{N}, A = (m+n)^2 - 9(m+n) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = m^2n + mn^2 - 3mn = mn(m+n-3)$$

$$1) (m+n)(m+n-9) = 13p^2 \quad (1)$$

$$mn \cdot (m+n-3) = 75 \cdot q^2 \quad (2)$$

$$1. m+n = 1$$

подставим 6 (1)

$$mn \cdot (-2)^2 = 75q^2$$

N
∅

$$2. \cancel{m+n=1} \quad \text{исследовали } 6 \quad p=2$$

$$mn \cdot 10 = 75q^2$$

$$mn \cdot 2 = 15q^2$$

$$q=2, \text{ но } q \text{ прост}$$

$$q=2$$

$$(mn = \frac{15-4}{2} = 30)$$

$$m(13-m) = 30$$

$$m^2 - 13m + 30 = 0$$

$$(m-3)(m-10) = 0$$

$$(3, 10); (10, 3)$$

$$3. m+n = 13p$$

$$m+n-9 = p$$

$$m+n = 13p + 9$$

$$12p = 9$$

$$\emptyset$$

$$4. mn = 13p^2$$

$$m+n-9 = 1$$

$$m+n = 10$$

$$10 = 13p^2$$

$$\emptyset$$

$$5. m+n = p$$

$$m+n-9 = 13p$$

$$m+n = p = 13p + 9$$

$$\emptyset$$

$$6. mn = p^2$$

$$m+n-9 = 13$$

$$m+n = 22$$

$$\emptyset$$

Значит 6 I случае у нас только $(10, 3); (3, 10)$.

$$2) (m+n)(m+n-9) = 75q^2 \quad (1)$$

$$\textcircled{1} \textcircled{13} \textcircled{13p^2}$$

$$\textcircled{p} \textcircled{13p} \textcircled{p^2}$$

$$\cancel{(m+n)} mn(m+n-3) = 13p^2 \quad (2)$$

$$1) m+n-3 = 1$$

$$m+n = 4$$

подст. 6 (1)

$$4 \cdot (-9) = 75q^2$$

$$\emptyset$$

$$2) m+n-3 = 13$$

$$m+n = 16$$

$$16 \cdot 25 = 75q^2$$

$$q=5, \text{ но } q \text{ прост}$$

$$16 \cdot 7 = 75q^2$$

$$\emptyset, \text{ т.к. } 16 \cdot 7 \neq 75$$

$$3) m+n-3 = p$$

$$m+n = 13p$$

$$m+n = p + 3$$

$$m+n = p + 3 \quad (1)$$

$$(p+3)(p-6) = 75q^2$$

$$p(p-3) = 13p^2$$

$$p(p-3) = 13p^2$$

$$p^2 - 2p = 13p^2$$

$$12p^2 + 2p = 0$$

$$p(p+1) = 0$$

$$p_1 = 0, p_2 = -1, p_3 = 1$$

$$p_1 = 0, p_2 = -1, p_3 = 1$$

$$1) p=0, p \text{ прост}$$

$$2) p=-1, p \text{ прост}$$

$$3) p=1, p \text{ прост}$$

$$\text{см следующую страницу}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$5) \quad u + u - 3 = 13p^2 \quad 6) \quad u + u - 3 = p^2$$

$$u + u = 1$$

↓

$$u_1 = u_2 = 1$$

$$1 + 1 - 3 = 13p^2$$

∅

$$u + u = 13$$

т.к. $u, u \in \mathbb{N}$

↓

$$u_1 = 13, u_2 = 1$$

$$u_1 = 1, u_2 = 13$$

$$(13+1) \cdot (13+1-3) = 13p^2$$

$$14 \cdot 11 = 13p^2$$

$$(13+1)(13+1-3) = 75q^2$$

$$14 \cdot 5 = 75q^2$$

$$14 \neq 15$$

∅

∅

ногходит ~~∅~~

$$\begin{cases} u_1 = 10, u_2 = 3 \\ u_1 = 10, u_2 = 3 \end{cases}$$

Ответ: $(3, 10); (10, 3)$.



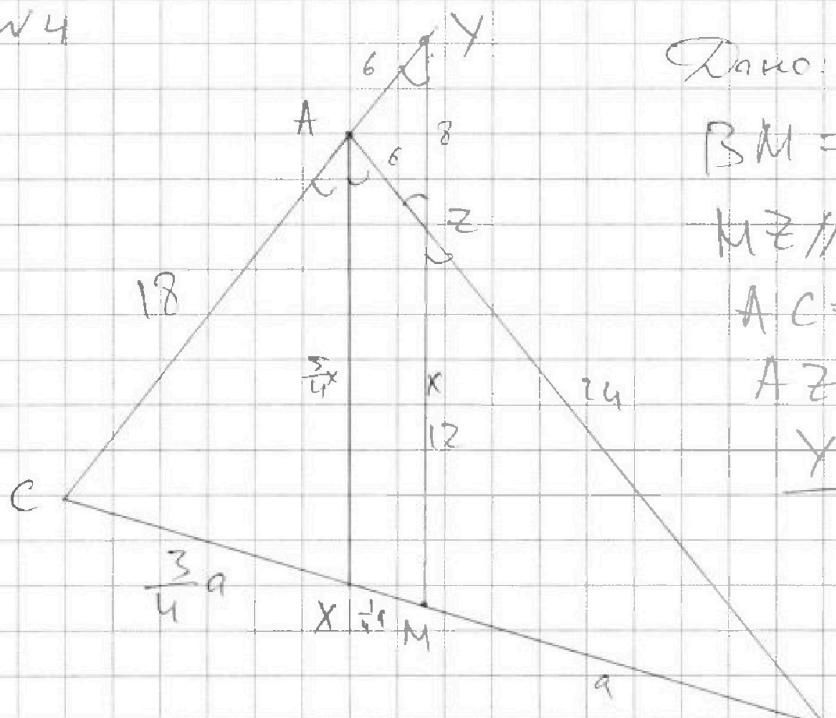
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



Дано: $AX \parallel YM$

$$BM = CM$$

$$MC \geq MAZ$$

$$AC = 18$$

$$AZ = 6$$

$$YZ = 8$$

$$BC = ?$$

$$\begin{aligned} 1) \quad AX \parallel YM \Rightarrow & \angle CAX = \angle CYM = \alpha \\ & \angle XAZ = \angle AZY = \alpha \Rightarrow \angle AZY = 15^\circ \Rightarrow \angle AXY = \angle AZ = 6^\circ \end{aligned}$$

$$2) \text{ Т.к. } \cos \angle AXY: \cos \angle AZ = \frac{6^2 + 9^2 - 8^2}{2 \cdot 6 \cdot 9} = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$3) \sin \angle X = \sqrt{1 - \cos^2 \angle X} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$4) \triangle CAX \sim \triangle CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CY} = \frac{XA}{YM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

$$CX = \frac{3}{4} \cdot 9, XM = \frac{1}{4} \cdot 9, MB = 9 \text{ (т.к. } CM = MB)$$

$$5) \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow ZM = X, AX = \frac{5}{4}X$$

$$\frac{CA}{AX} = \frac{CY}{YM} \Leftrightarrow \frac{18}{\frac{5}{4}X} = \frac{24}{8+X} \Leftrightarrow 18 \cdot 8 + 18X = 24 \cdot \frac{5}{4}X \Leftrightarrow X = \frac{18 \cdot 8}{12} = 12$$

см. след. стр.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 4. Продолжение

Таким образом мы получим ~~$\sqrt{24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \cos 120^\circ}$~~ $\sqrt{24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \cos 120^\circ} = 20$.

Тогда т. кос. гр. с CYM :

$$CM^2 = CY^2 + YM^2 - 2 \cdot CY \cdot YM \cdot \cos \alpha$$

$$CM^2 = 24^2 + 20^2 - 2 \cdot 24 \cdot 20 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= 576 + 400 - 640 = 336 = 56 \cdot 6 =$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 7$$

т. о.

$$CM = 4\sqrt{21}$$

6) $\angle MZB = \alpha$ т. кос. гр. MZB .

$$MB^2 = MZ^2 + ZB^2 - 2 \cdot MZ \cdot ZB \cdot \cos \alpha$$

$$MB^2 = 12^2 + 24^2 - 2 \cdot 12 \cdot 24 \cdot \frac{2}{3} = 720 - 384 = 336$$

$$MB = \sqrt{336} = 4\sqrt{21}$$

$$7) BC = 2MB = \cancel{8\sqrt{21}}$$

$$\text{Ответ: } 8\sqrt{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x+y^2} \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2 \end{cases}$$

$$x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 - \sqrt{y} + \sqrt{x} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 5(x^2 - y^2) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0$$

$$(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 1 = 0$$

$$8+7+6+5+4+3+2+1 = \frac{8 \cdot 9}{2}$$

$$8 \geq h_8 - x_8 \geq 8 -$$

$$1 \geq h_1 - x_1 \geq 1 -$$

$$n \geq h_n - x_n \geq n -$$

$$\geq h_n - x_8 \geq$$

$$1 \geq h_1 - x_8 \geq 1 -$$

XOTVA

$$3 \geq h_3 - x_3 \geq 3 -$$

$$\text{d). } 5 \cdot 3 = (5-n+m)(n+m)$$

$$13 = (5-n+m)(n+m)$$

$$A = 13 \quad (1)$$

$$(5-n+m)(n+m) = (n+m)5 - (n+m)^2 = 5n - 5m + n^2 + m^2 - 2nm = 5n - 5m + n^2 + m^2 - 2nm =$$

W, u & W

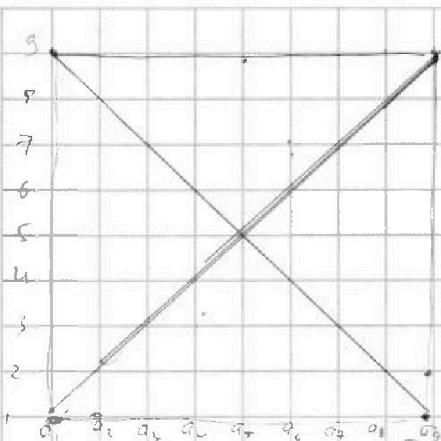


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



~ 6

Всего узлов: $9 \cdot 9 = 81$,
из них $7 \cdot 7 = 49$ вынуты,
 $8 \cdot 4 = 32$ стоят (не вынуты).

Всего способов подсчета 2 узла $C_8^2 = \frac{81 \cdot 80}{2}$,
но некоторые расчёты мы посчитали не правильные. Пронумеруем дуги все в циклическом порядке: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9 \rightarrow$; 1, 2, 3, 4, ..., 9 (нумерация узлов). Тогда по условию $(a_1, 1)$, $(a_2, 1)$ и $(a_9, 1)$, $(a_3, 2)$ — одиноческое распределение. Т.к. поворот 4, такие две дуги мы посчитали 4 раза. Заметим, что любые две дуги, лежащие на одной прямой и на радиусе расстоянии от узла $(a_5, 5)$ посчитаны только 4 раза, а 28. Т.к. после второго поворота то же самое расположение в тех же узлах (т.к. центр симметрии $(a_5, 5)$). Тогда посчитаем количество таких пар (с радиусами расст. на одной прямой через $(a_5, 5)$)

см слд лист



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 Продолжение

Полка № 1, 2-го этажа, в коридоре
сидят 6 человек, 6 сидят
одинаково, на одинаковой промежутке.
Промежуток между (n, 5) =
на одинаковом расстоянии. Всего таких
пар $\frac{81-1}{2} = 40$. Кажется, что можно вычесть
40 пар и в итоге получится на 2 ряда ближе
к 1-му. Тогда добавим сюда к
 C_{81}^2 , таким образом каждую исключим
из ряда и разделим на 4:

$$\frac{C_{81}^2 + 40 \cdot 2}{4} = \frac{\frac{81 \cdot 80}{2} + 80}{4} = \frac{81 \cdot 80 + 80}{8} =$$

$$= 81 \cdot 10 + 20 = 810 + 20 = 830$$

Ответ: 830 способов

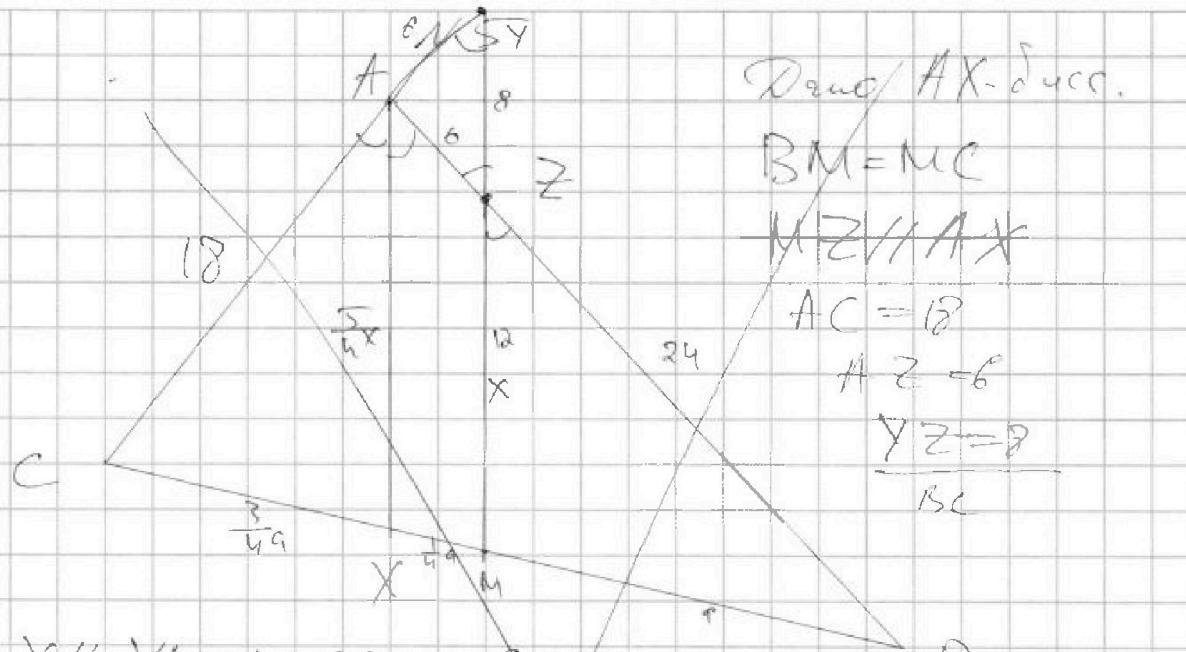


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$1) AX \parallel YM \Rightarrow \angle CAX = \angle CYM = \alpha \quad B$$

$$\{ \angle XAZ = \angle AZX = \angle \xrightarrow{\text{理由} AZYP} \angle AY = 12^\circ$$

$$2) \text{ T. koc g} \circ \text{ o A-zy : } \cos \frac{-6^2 + 8^2 - 4^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{6^2 + 8^2 - 6^2}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$3) \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

~~6. \triangle CYM: $CM = \sqrt{5}$~~

$$= \frac{24\sqrt{5}}{5} - 8\sqrt{5}$$

$$5) CB = 2 \text{ cm} \Rightarrow CR = 16\sqrt{5}$$

$$4) \Delta CA\tilde{=} \Delta CYM \Rightarrow \frac{CA}{CY} = \frac{CX}{CM} = \frac{XA}{YM} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}q, XA = \frac{1}{4}q, YM = q$$

$$\text{Torque} \frac{6}{\frac{a}{4}} = \frac{2B}{a} \Rightarrow 2B = 24$$

$$5) \frac{BZ}{BA} = \frac{MZ}{AX} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow ZM = x, AX = \frac{5}{4}x$$

$$\frac{CA}{AX} = \frac{CY}{YM} \Leftrightarrow \frac{18}{\frac{5}{2}x} = \frac{24}{8+x} \Leftrightarrow 18 \cdot 8 + 18x = 24 \cdot \frac{5}{2}x \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 8}{12} = 12$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-1 + \sqrt{3}$$

$$3 - 2\sqrt{3} + 1$$

$$a_3 = -3 + 3\sqrt{3} + 3 = 3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} a_5 &= (-1 + \sqrt{3})^2 + 2 \cdot (-1 + \sqrt{3})^2 = \\ &= (1 - 2\sqrt{3} + 3 + 2 - 2 + 2\sqrt{3})^2 = \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$3 \cdot (-1 - \sqrt{3})^2 = 3 \cdot (1 + 3 + 2\sqrt{3}) = 3(12 + 6\sqrt{3})$$

728

$$+ 3(12 + 6\sqrt{3})$$

$$3 \cdot (-1 + \sqrt{3})^2 = 3 \cdot (-1 + 2\sqrt{3} + 3) = 3(2 + 2\sqrt{3}) = 6 + 6\sqrt{3}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

50 минч

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times 402 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & 2 + 2x - 2x^2 + 3x^3 + x^4 + 4x^5 = \\ & = 2 - 2x^2 + \{x + x^2 - 2x^3 - x^4\} + x^5 = (2 - 2x^2 + x^5)(1 + x) \\ & 2 + 3x^2 + 2 = \\ & = 2 - x^2 + 2x + x^3 - 2x^4 + x^5 = (2 - x^2 + x^5)(1 + x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 - x^2 - 2x^3 + \cancel{x^4} + x^5 + 4x^6 + 5x^7 = \\ & = 2 - x^3 + x^4 + x^5 - x^6 - x^7 + 4x^8 + 5x^9 = \\ & - x^2 - \cancel{x^3 + x^4} = (2 - x^3 + x^5)(1 + x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 - x^2 + 2x + x^3 + x^4 + 4x^5 + 5x^6 + 6x^7 = \\ & = 2 - x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 + x^7 - 2x^8 + 4x^9 + 5x^{10} + 6x^{11} = \\ & = (2 - x^2 + x^3 + x^4)(1 + x^5 + x^6 + x^7) \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{BZ}{BA} = \frac{24}{40} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Q8} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\frac{18}{5-x} = \frac{24}{8+x}$$

$$18 \cdot 3 + 18x = 24 \cdot \frac{5}{4}x = 30x$$

$$13 \cdot 8 = 12x$$

$$6 \cdot 3 \cdot 8 = 12x$$

$$x = 16$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 18 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$90 + 64 =$$

$$2 + 6 \times (3 + 3) = 6 + 6 \times 6$$

$$a_6 = 3 \cdot (1+3) = 6$$

$$VC = \frac{2}{3} \left(\frac{3}{2}(C - c - \varepsilon + \varepsilon) / (C + b) \right)$$

— 1 —

$$= \left((1-1) \zeta + (1-1) \right) = 0$$

$$\sum_{\text{left}} \sum_{\text{right}} = \sum_{\text{left}} + (\sum_{\text{left}} - 1) \cdot \sum_{\text{right}} = \sum_{\text{left}}$$

C \rightarrow F

$$\sum = 66$$

$$T = \frac{1}{2} \sigma$$

$$0 = \zeta b$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

11	4	3	-2	
1	8	3	0	

$$x^2 \cancel{+ 2x}$$

$$x^4 + 4x^3 + 4x^2 - x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$(x^2 + 2x)^2 = \cancel{x^2} (x+1)^2 + 1$$

$$(x^2 + 2x - x - 1)(x^2 + 2x + 1) = 1$$

$$(x^2 + x - 1)(x^2 + 3x + 1) = 1 \quad (x^2 - 1)(x^2 + 2x - 1) =$$

$$(x-1)(x+1)(x+2)(\cancel{x+3}) =$$

н 2

$$\begin{cases} |x-3y| \leq 3 \\ |3x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\max(4y+8x)$$

1	2	-1	-2
1	3	0	

$$-3 \leq x - 3y \leq 3$$

$$\leq 8x + 4y \leq ?$$

11	2	-1	-2
1	3	2	0

$$-1 \leq 3x - y \leq 1$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$-3 \leq 9x - 3y \leq 3$$

1	4	1	3	-2	-2
-1	4	8	3	0	-2

$$3 \leq 3y - x \leq 3$$

$$(x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) =$$

$$= x^4 + 3x^3 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2 =$$

$$= x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2$$

1	3	0	-2
1	3	0	-2
-1	1	2	

-2

$$\textcircled{D} = 4 + 4 \cdot 2 =$$

$$(x+1)(x^2 + 2x - 2) =$$

$$-8 \quad +12 \quad -2$$

$$-1 + 3 - 1$$

$$= x^3 + 2x^2 - 2x + x^3 + 3x^2 - 2$$

$$= x^3 + 3x^2 - 2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 1

$$a_1 = a; a_2 = a + x, a_n = a + x \cdot (n-1)$$

$$a, a+q, a+2q, \dots, a+(n-1)q$$

$$a+2q = 3x+3 \quad \text{III}$$

$$a+4q = (x^2+2x)^2 \quad \text{IV}$$

$$a+8q = 3x^2 \quad \text{V}$$

$$\begin{cases} a+2q = 3x+3 \\ a+4q = x^4+4x^3+4x^2 \end{cases} \quad \uparrow -2q$$

$$\begin{cases} a+2q = 3x^2 \\ a+4q = x^4+4x^3+4x^2 \end{cases} \quad \uparrow -4q$$

$$(x^4+4x^3+4x^2-3x-3) \cdot 2 = 3x^2 - (x^4+4x^3+4x^2)$$

$$2x^4+8x^3+8x^2-6x-6 = 3x^2-x^4-4x^3-4x^2$$

$$3x^4+12x^3+9x^2-6x-96=0 \quad \div 2(-1-2)$$

$$x^4+4x^3+3x^2-2x-2=0 \quad x^4+4x^3+3x^2-2x-2 : x+1$$

$$x^4+4x^3+4x^2+2x-2x-2=0 \quad \left| \begin{array}{r} 1 & | & 1 & 4 & 3 & -2 & -2 \\ & & 1 & 5 & 9 & 7 & 0 \\ \hline & & 0 & -1 & -6 & -5 & 0 \end{array} \right.$$

$$(x^2+2x)^2 - (x^2+2x+2)=0$$

$$(x^2+2x)^2 = (x+1)^2 \quad (-1 \text{ - корень}) \quad (x+1)(x^2+3x^2-2x)$$

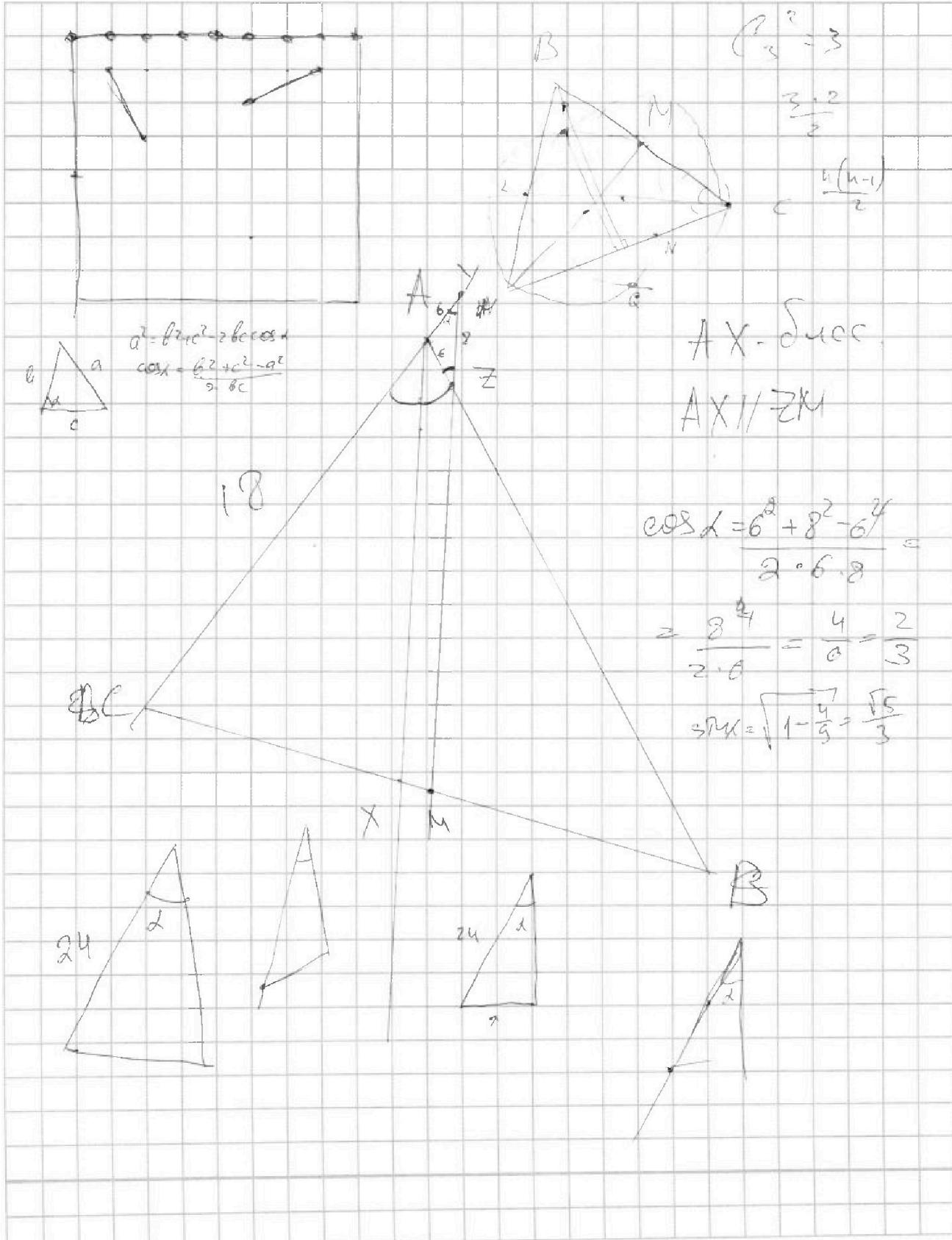
$$\begin{array}{r} x^4+4x^3+3x^2-2x-2 \\ -x^4-x^3 \\ \hline -3x^3-3x^2 \\ -3x^2-3x \\ \hline -2x \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





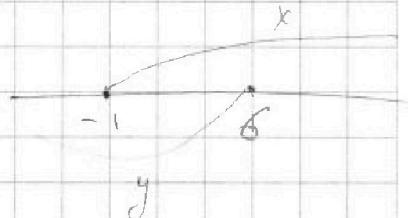
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} \quad x \geq -1 \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x+5y^2} \quad y \leq 6$$



$$6 \overline{)122} \quad 5 \overline{)60} \\ 12 \quad 5 \\ \hline 0$$

$$2 \overline{)6} \quad 0 \\ 4 \quad 0 \\ \hline 2 \quad 0$$

$$7 \cdot 2 \cdot 8 = 82 \cdot 2 = 25$$

$$5 \overline{)60} \quad 5 \overline{)50} \\ 5 \quad 5 \\ \hline 0 \quad 0 \\ + 5 \overline{)50} \quad 5 \overline{)50} \\ \hline 0 \quad 0$$

$$8 \cdot 8$$

$$2$$

$$= 9 \cdot 25 \cdot 8 \cdot 8 = 988$$

$$3 \overline{)838} \\ 6 \quad 3 \\ \hline 28 \\ 28 \\ \hline 0$$

$$9 \overline{)88} \quad 9 \overline{)88} \\ 81 \quad 81 \\ \hline 78 \quad 78 \\ 78 \quad 78 \\ \hline 0$$

$$9 \overline{)988} \\ 9 \quad 8 \\ \hline 88 \\ 88 \\ \hline 0$$

$$9 \overline{)988} \quad 9 \overline{)988} \\ 9 \quad 9 \\ \hline 88 \quad 88 \\ 88 \quad 88 \\ \hline 0 \quad 0$$

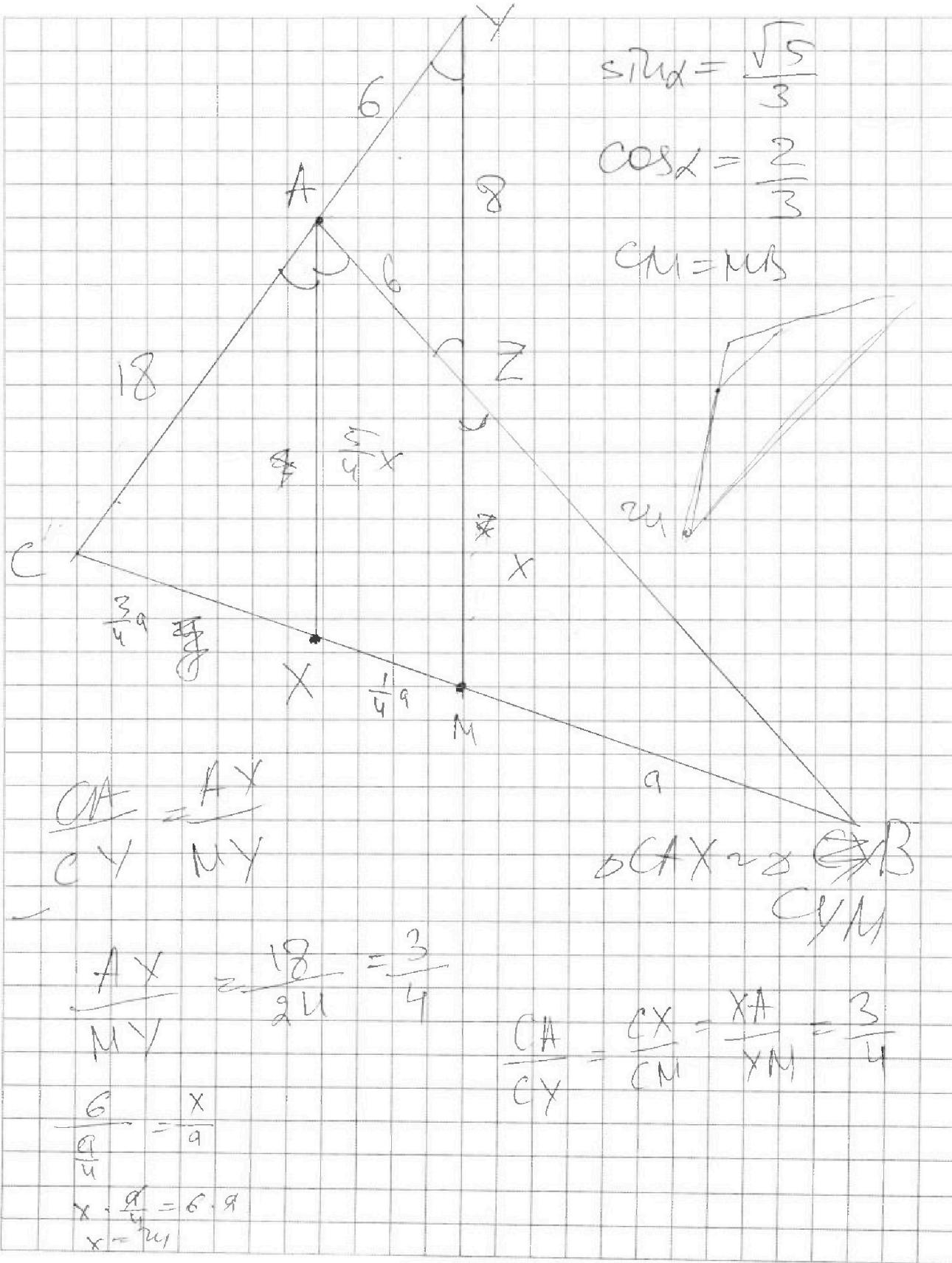


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-3x - 3y \leq 3 \quad -3 < 3y - x \leq 3$$

$$-1 < 3x - y \leq 1 \quad -1 < *y - 3x \leq 1$$

$$ny + 8x?$$

$$y \neq x$$

$$-4 < 3x - y + 3y - x \leq 4$$

$$(21-m)(\varepsilon-m)$$

$$-4 < 2x + 2y \leq 4$$

$$\alpha = 0.8 + m\varepsilon_1 - m$$

$$-2 < x + y \leq 2$$

$$0.8 = (m - \varepsilon_1) \cdot m$$

$$-3 < 3x - y + x + y \leq 3$$

$$-5 < ny \leq 5$$

$$-3 < nx \leq 3$$

$$-\frac{5}{4} \leq y \leq \frac{5}{4}$$

$$-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$$

$$\max(ny + 8x) = 4 \cdot \frac{5}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} =$$

$$(-5+6=1)$$

~~1. b. 51 = 8 · nm~~

$$b. 51 = nm \cdot 8$$

$$b. 51 = 8 \cdot nm$$

$$b. 51 = nm \cdot 10$$

$$b. 51 = 10 \cdot nm$$

$$P = d$$

$$d = g - P$$

$$d = g - P$$

$$d = g - P$$

$$b. 51 = nm \cdot 8$$

$$b. 51 = nm \cdot 10$$

$$1. b. 51 = nm(8) \quad b. 51 = nm(10)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn = p$$

$$p(p-2) = 13p^2$$

$$p^2 - 2p = 13p^2$$

~~$p^2 - 2p$~~

$$12p^2 + 2p = 0$$

$$p(12p+2) = 0$$

$$\begin{cases} p=0 \\ p=-\frac{1}{6} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} = d$$

$$h = g - d$$

$$2 = b < b - \varepsilon \cdot s \cdot s = g_2 \cdot 2m$$

$$b \cdot \varepsilon \cdot s \cdot s = b \cdot g_2 = (g-d)(s+d)$$

$$b \cdot g_2 = (b - \varepsilon + d)(s+d)$$

$$d \cdot \Sigma = nm$$

$$d \leftarrow \Sigma - n + m$$

$$\textcircled{2} g$$

$$h = n + m$$

$$13p$$

$$13$$

$$d$$

$$= \Sigma - n + m$$

$$g = d \cdot \Sigma$$

$$g + d = d \cdot \Sigma$$

$$g + d = nm$$

$$d \cdot \Sigma = nm$$