



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N9

Задача (a_n) - ар. прогр., $a_2 = 12 - 12x$; $a_4 = (x^2 + 4x)^2$
 $a_8 = (-6x^2)$. $x = ?$

$$\begin{cases} a_4 = a_2 + 2d \quad | \cdot 3 \\ a_8 = a_2 + 6d \end{cases}; \quad \begin{cases} 3a_4 = 3a_2 + 6d \\ a_8 = a_2 + 6d \end{cases} \quad \textcircled{-}$$

$$3a_4 - a_8 = 2a_2; \quad 3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 = 24 - 24x;$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6(x^2 + 4x) - 24 = 0. \quad t = x^2 + 4x;$$

$$3t^2 + 6t - 24 = 0 \quad | : 3; \quad t^2 + 2t - 8 = 0. \quad \begin{cases} t = -4 \\ t = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = -4 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = 2 \\ x^2 + 4x - 2 = 0 \end{cases}; \quad D = 16 + 8 = 4 \cdot 6; \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{56}}{2} =$$

$$= -2 \pm \sqrt{14}; \quad \begin{cases} x = -2 - \sqrt{14} \\ x = -2 + \sqrt{14} \end{cases}$$

Ответ: $-2 - \sqrt{14}; -2; -2 + \sqrt{14}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

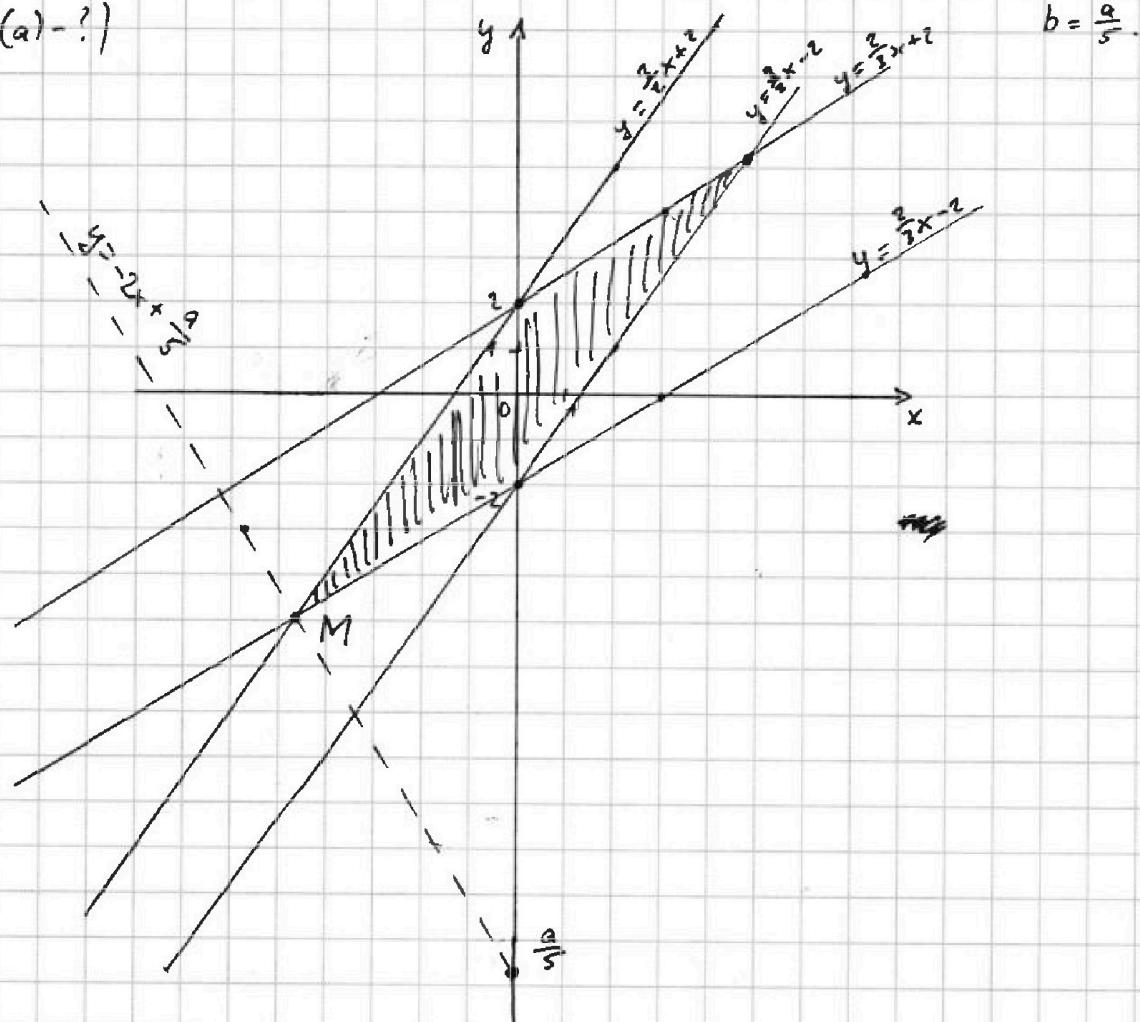
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 2x-3y \leq 6 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x-2 \leq y \leq \frac{2}{3}x+2 \\ \frac{3}{2}x-2 \leq y \leq \frac{3}{2}x+2 \end{cases} .$$

$$\min(10x+5y) = ?$$

Пусть $10x+5y=a \Rightarrow 5y=a-10x \Rightarrow y=-2x+\frac{a}{5}$ — прямая, $k=-2$,
 $(\min(a)=?)$



$$\frac{2}{3}x-2 = \frac{3}{2}x+2 \quad | \cdot 6; \quad 4x-12 = 9x+12; \quad 5x = -24 \Rightarrow x = -\frac{24}{5} = -\frac{24}{5}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{5} \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) - 2 = -\frac{48}{25} - 2 = -\frac{78}{25}. \text{ Обозначим } M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{78}{25}\right)$$

извест. $\frac{a}{5} \Rightarrow$ извест. a будет мин., когда пр. $y = -2x + \frac{a}{5}$
 будет пр. через т. M . $-\frac{24}{5} = \frac{48}{25} + \frac{a}{5} \cdot 1.5; a + 48 = -24 \Rightarrow a = -74$.

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$(m, n) \in \mathbb{N} - ?$$

$$\begin{cases} A = 17p^2 \\ B = 15q^2 \end{cases} \quad p, q - \text{простые}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13).$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2).$$

I случай: $A = 17p^2$, $B = 15q^2$. Пусть $mn = y \in \mathbb{N}$, $m-2n = x \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} x(x+13) = 17p^2 \quad (1) \\ y(x-2) = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow x, y \in \mathbb{N}, x > 2.$$

$$(1): \begin{cases} x = 17 \Rightarrow x+13 = p^2, \text{ но } 30 \text{ - не квадратичное число} \Rightarrow \text{не } 49. \\ x = p^2 \Rightarrow x+13 = 49 \Rightarrow x = 4 \xrightarrow{(2)} y = 30 \end{cases}$$

$$x = p^2 \Rightarrow x+13 = 17p^2 ; 16p^2 = 13 \xrightarrow{p \in \mathbb{N}} p \in \emptyset.$$

$$x = 17p^2 \Rightarrow x+13 = p^2 \Rightarrow 16p^2 = -13 \xrightarrow{p \in \mathbb{N}} p \in \emptyset. \quad (\text{Случай } x=1 \text{ - не подходит}).$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-2n = 4 \Rightarrow m = 2n+4 \\ mn = 30 \end{cases}; \quad \begin{aligned} n(2n+4) = 30; \quad 2n^2 + 4n = 30 \mid :2; \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} n = -5 - \text{не целое} \\ n = 3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{m = 10}$$

II случай: $A = 15q^2$, $B = 17p^2$. Аналогично $mn = y \in \mathbb{N}$, $m-2n = x \in \mathbb{Z}$

$$\begin{cases} y(x-2) = 17 \cdot p^2 \quad (3) \\ x(x+13) = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \quad (4) \end{cases} \Rightarrow x, y \in \mathbb{N}, x > 2.$$

$$(3): \begin{cases} y = 17 \Rightarrow x-2 = p^2; x = p^2 + 2 \quad (1') \\ y = p^2 \Rightarrow x-2 = 17p^2; x = 17p^2 + 2 \quad (2') \end{cases}$$

$$y = p^2 \Rightarrow x-2 = 17; x = 19; 19 \cdot 32 = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q \in \emptyset$$

$$y = 17p^2 \Rightarrow x-2 = p^2 \Rightarrow x = p^2 + 2 \quad (3')$$

$$(1'): \xrightarrow{(4)} (p^2+2)(p^2+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \quad \text{Если } p=2: 6 \cdot 19 = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q \in \emptyset$$

$$\text{Если } p \neq 2: p^2+2 - \text{нечет.}; p^2+15 - \text{четн.} \Rightarrow (p^2+2)(p^2+15) - \text{четн.} \Rightarrow q^2 - \text{четн.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 2 \Rightarrow (p^2+2)(p^2+15) = 60; \quad p^4 + 17p^2 + 30 = 60; \quad p^4 + 17p^2 - 30 = 0$$

$$\Delta = 289 + 120 = 409 \notin \text{квадратичные числа} \Rightarrow p \in \emptyset.$$

$$\Rightarrow p, q \in \emptyset \quad (1').$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (продолжение)

$$(2'): x = 17p + 2 \xrightarrow{(4)} (17p+2)(17p+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2. \text{ Если } p=2:$$

$$36 \cdot 49 = 15 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q \in \emptyset. \text{ Если } p \neq 2:$$

$$(17p+2)(17p+15) = 15 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q = 2; 17p = f;$$

нечет. $f^2 + 17f + 30 = 60$ аналогично ч. п. (1') $f \in \emptyset \Rightarrow p \in \emptyset$.

$$(3'): x = p+2 \xrightarrow{(4)} (p+2)(p+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2. \text{ Если } p=2:$$

$$4 \cdot 17 = 15 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q \in \emptyset. \text{ Если } p \neq 2: (p+2)(p+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$\left(q = \frac{4 \cdot 17}{15} \right)$$

$$\Rightarrow q^2 - 4 \text{ чет.} \Rightarrow q = 2; p^2 + 17p + 30 = 60; \text{ аналогично (2')} p \in \emptyset.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 10 \\ n = 3 \end{cases}$$

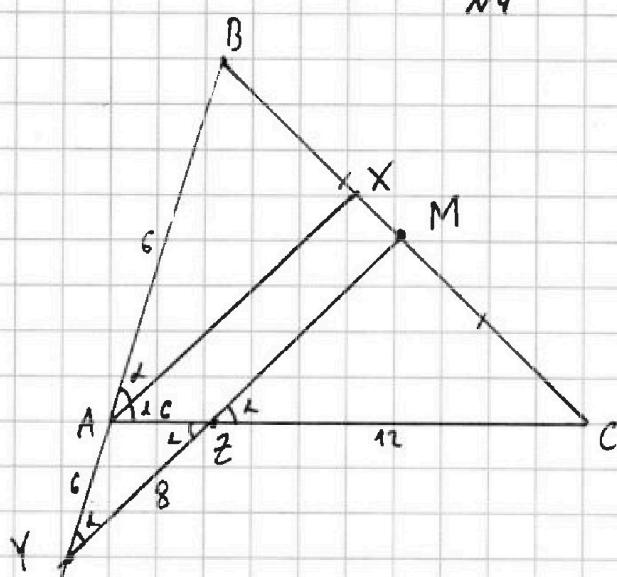
Ответ: (10; 3).



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№4

Дано:

$$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8,$$

~~BM = MC~~, $MY \parallel AX$,

AX - бисс.

Найти: $BC = ?$

$$\begin{array}{r} 8 \\ 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ 36 \\ + 12 \\ \hline 48 \\ 48 \\ + 12 \\ \hline 60 \\ 60 \\ + 12 \\ \hline 72 \\ 72 \\ + 12 \\ \hline 84 \\ 84 \\ + 12 \\ \hline 96 \\ 96 \\ + 12 \\ \hline 108 \\ 108 \\ + 12 \\ \hline 120 \\ 120 \\ + 12 \\ \hline 132 \\ 132 \\ + 12 \\ \hline 144 \\ 144 \\ + 12 \\ \hline 156 \\ 156 \\ + 12 \\ \hline 168 \\ 168 \\ + 12 \\ \hline 180 \\ 180 \\ + 12 \\ \hline 192 \\ 192 \\ + 12 \\ \hline 204 \\ 204 \\ + 12 \\ \hline 216 \\ 216 \\ + 12 \\ \hline 228 \\ 228 \\ + 12 \\ \hline 240 \\ 240 \\ + 12 \\ \hline 252 \\ 252 \\ + 12 \\ \hline 264 \\ 264 \\ + 12 \\ \hline 276 \\ 276 \\ + 12 \\ \hline 288 \\ 288 \\ + 12 \\ \hline 300 \\ 300 \\ + 12 \\ \hline 312 \\ 312 \\ + 12 \\ \hline 324 \\ 324 \end{array}$$

Решение: Пусть $\angle BAX = \angle XAC = L$. Тогда $\angle MZC = \angle XAZ = L$, как соотв. углы. $\Rightarrow \angle AZY = L$. $\angle BAX = \angle BYZ = L$, как соотв. углы.
 $\Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедрн. $\Rightarrow AY = AZ = 6$. $ZC = 18 - 6 = 12$. По т. Менелая для $\triangle ABC$ и сec. MY : $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{AB+6} = 1$; $\frac{12}{AB+6} = 1 \Rightarrow AB+6 = 12 \Rightarrow AB = 6$. Уз $\triangle AYZ$ $\cos L = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. $\Rightarrow \cos 2L = 2\cos^2 L - 1 = 2 \cdot \frac{4}{9} - \frac{8}{9} = \frac{8}{9} - \frac{8}{9} = -\frac{1}{9}$. По т. кос.: $BC^2 = 360 + 36 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) = 360 + 12 \cdot 2 = 360 + 24 = 384 = 24 \cdot 16 = 4 \cdot 18 \cdot 6 \Rightarrow BC = 2 \cdot 4\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$.

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$t = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \quad (1).$$

№5 (продолжение)

$$(2): D = 1 + 12 = 13; \quad t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}, \quad \begin{cases} t_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \text{не } yg. \quad t \geq 0 \\ t_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \end{cases} \quad (2).$$

$$\left[t = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \Rightarrow \sqrt{x+4} = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \right] (1')$$

$$\left[t = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{x+4} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \right] (2')$$

$$(1'): 2\sqrt{x+4} = -2\sqrt{5} - 2 \quad |^2; \quad 4x + 16 = 14 - 4\sqrt{5}; \quad 4x = -4\sqrt{5} - 2 - \text{не } yg. \quad x \in [0; 12].$$

$$(2'): 2\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{13} \quad |^2; \quad 4x + 16 = 14 + 2\sqrt{13}; \quad 4x = 2\sqrt{13} - 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{13} - 2}{4} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \Rightarrow y = x = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\sqrt{13} - 1}{2}; \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \right).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{5}$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \quad (1) \\ 2(x^2-y^2) + 4(x^2-y^2) + \sqrt{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 \quad (2) \end{cases}$$

(2): $(x-y)(2x^2+2x^2y+\dots+y^2+4x+4y+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x^2+2x^2y+\dots+y^2}})=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x=y \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

~~$a = \sqrt{x+4}$~~ ~~$b = \sqrt{3-x}$~~ ~~$a-b+5 = 2ab$~~

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{-x^2+x+12} + \sqrt{3-x}$$

~~$x+23+10\sqrt{x+4} = (3-x)(4(x+4)+1+4\sqrt{x+4})$~~ ; $x+23+10\sqrt{x+4} = (3-x)(4x+17+4\sqrt{x+4})$

$$x+23+10\sqrt{x+4} = 4x(3-x) + 17(3-x) + 4\sqrt{x+4}(3-x)$$

$$x+23+10\sqrt{x+4} = -4x^2 - 5x + 12\sqrt{x+4} - 4x\sqrt{x+4} + 57$$

$$4x^2 + 6x - 2\sqrt{x+4} + 4x\sqrt{x+4} - 22 = 0 \quad | :2$$

$$2x^2 + 3x - \sqrt{x+4} + 2x\sqrt{x+4} - 11 = 0; \quad t = \sqrt{x+4}, \quad t \geq 0.$$

$$2t^4 - 16t^2 + 32 + (2t+3)(t^2-4) - t - 11 = 0;$$

$$2t^4 + 2t^3 - 13t^2 - 9t + 9 = 0 = (2t^2 + qt + b)(t^2 + ct + d).$$

$$(2t^2 + 4t - 3)(t^2 - t - 3) = 0;$$

$$\begin{cases} 2t^2 + 4t - 3 = 0 \quad (1) \\ t^2 - t - 3 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1): D = 16 + 8 \cdot 3 = 8 \cdot 5 = 4 \cdot 10$$

$$t_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}; \quad t_1 = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \quad \text{не год. } t \geq 0$$

$$t_2 = \boxed{\frac{-2 + \sqrt{10}}{2}}$$

$\left\{ \begin{array}{l} a+2c=2 \\ b+2d+ac=-13 \\ ad+bc=-3 \\ bd=5 \end{array} \right. \Rightarrow a=4, b=-3, c=-1, d=-3 - \text{реш.}$

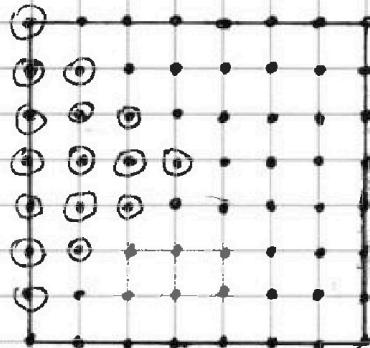


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



№

Если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми, то имеет смысл рассматривать только такие, выделенные на „рисунке“ в кружок.

(далее, после поворота квадрата, все способы, ~~из которых~~ из которых мы определим, будут „получающиеся“ в одинаковые способы). Их 16 шт. $\Rightarrow C_{16}^2$ - кол-во способов покраски двух точек в белый. $C_{16}^2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 15 \cdot 8 = 120$.

Ответ: 120.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

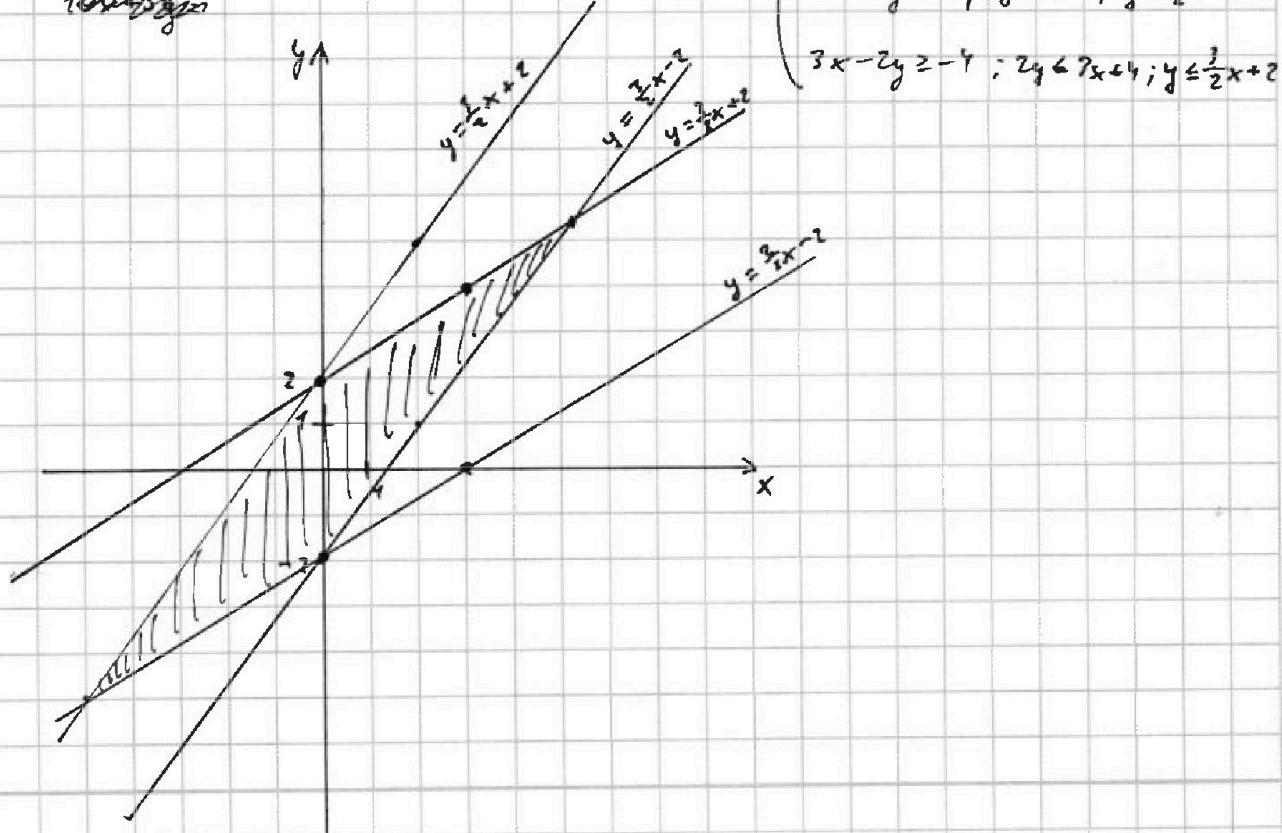
№1 Черновик

$$(a_7) - \text{ap. np.} \\ a_2 = 12 - 12x; a_4 = (x^2 + 4x)^2; a_8 = (-6x^2). \quad x = ?$$

$$\begin{aligned} a_4 &= a_2 + 2d \quad | \cdot 3; \quad 3a_4 = 3a_2 + 6d \\ a_8 &= a_4 + 4d = a_2 + 6d \quad \left. \begin{aligned} a_4 &= a_2 + 2d \\ a_8 &= a_2 + 6d \end{aligned} \right\} \quad a_8 = a_2 + 6d \\ &3a_4 - a_8 = 2a_2 \end{aligned}$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 = 24 - 24x; \quad 3(x^2 + 4x)^2 + 6(x^2 + 4x) = 24$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \end{cases} \quad \min(10x + 5y) = ? \\ &10x + 5y = 9 \\ &y = \frac{9 - 10x}{5} = -2x + \frac{9}{5} \\ &2x - 3y \geq -6; \quad 3y \leq 2x + 6; \quad y \leq \frac{2}{3}x + 2 \\ &2x - 3y \leq 6; \quad 3y \geq 2x - 6; \quad y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ &3x - 2y \leq 4; \quad 2y \geq 3x - 4; \quad y \geq \frac{3}{2}x - 2 \\ &3x - 2y \geq -4; \quad 2y \leq 3x + 4; \quad y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$a_2 = 12 + 24 = 36$$

$$a_1 = 16$$

$$a_3 = -24$$

$$16 - 40 = -24$$

$$Q_1 = 12 + 24 + 12\sqrt{6} = 36 + 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = a_1 + 2d \quad ; \quad 2d = 16 - 36 = -20$$

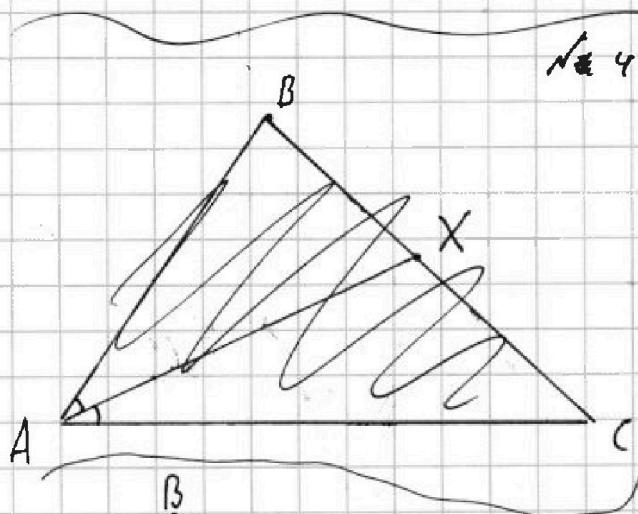
$$d = -10$$

$$\begin{array}{r} 384 \mid 16 \\ -32 \\ \hline 64 \\ -60 \\ \hline 4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a_8 = a_1 + 7d \quad ; \quad a_8 = -6(2 + 5\sqrt{6}) = -6(10 + 4\sqrt{6}) = -60 - 24\sqrt{6}$$

$$a_8 = a_1 + 6d \quad ; \quad 6d = -60 - 24\sqrt{6} - 36 - 12\sqrt{6} = -96 - 36\sqrt{6}$$

$$d =$$



$$BM = MC \quad ; \quad BC = ?$$

$$AC = 18, \quad AZ = 6, \quad YZ = 8$$

$MZ \parallel AX$ AX -бисс.

$$\frac{MC}{XM+MC} = \frac{12}{18} = \frac{MZ}{AX}$$

$$\frac{XM+MC}{18} = \frac{BX}{AB} = \frac{MC}{12}$$

~~$$\cos L = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$~~

$$\cos(\pi - L) = -\cos L = -\frac{1}{2}$$

$\sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{144 + 64} = \sqrt{208}$

$$YC^2 = 64 + 144 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) =$$

$$= 208 + 16 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 208 + 16 \cdot 8 =$$

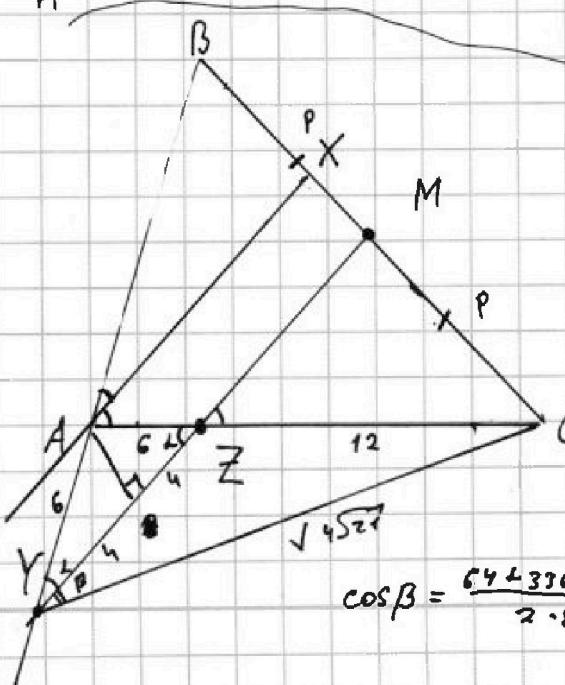
$$= 208 + 128 =$$

$$= 336 = ?$$

$$\Rightarrow YC = \sqrt{336} =$$

$$= \sqrt{16 \cdot 21} = \sqrt{16 \cdot 21} = 4\sqrt{21}$$

$$= 4\sqrt{21}$$



$$\cos \beta = \frac{64 + 336 - 144}{2 \cdot 8 \cdot \sqrt{4521}} = \frac{256}{16 \cdot \sqrt{4521}} = \frac{256}{16 \cdot 4\sqrt{21}} = \frac{16}{4\sqrt{21}} = \frac{4}{\sqrt{21}} = \frac{4\sqrt{21}}{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

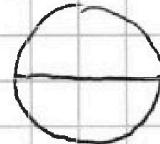
СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик ($MC = p$)

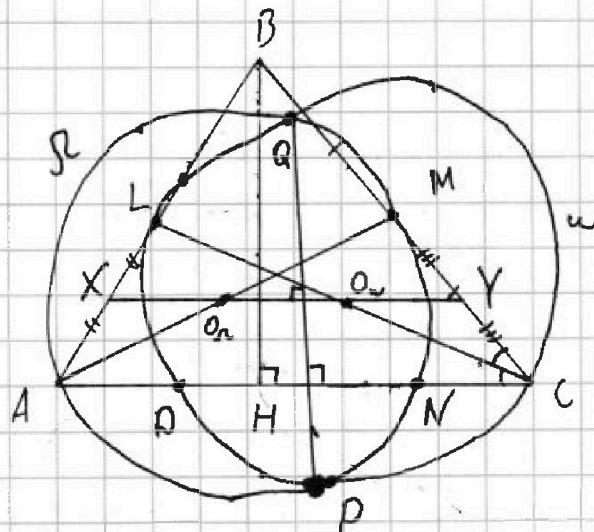
н. Меняющая ($AABc$):

$$\frac{p}{\rho} \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{AB+6} = 1 ; \quad 2 \cdot \frac{6}{AB+6} = 1$$



$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{7-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} = 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

$$AC, BC = ?$$



$$AB = 6, AN = 5$$

$$AM = d_w$$

$$CL = d_w$$

$$PQ \parallel BH$$

$$BM = MC$$

$$O_nY = O_wX \Rightarrow O_wY = O_nX$$

$$a_1 = 12 - 12(\sqrt{6}-2) = 12 - 12\sqrt{6} + 24 = 36 - 12\sqrt{6}.$$

$$a_4 = (12(\sqrt{6}-2)^2 + 4(\sqrt{6}-2))^2 = (10 - 4\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 8)^2 = 4.$$

$$a_3 = -6(\sqrt{6}-2)^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$a_4 = a_1 + 2d$$

$$a_8 = a_1 + 6d : \left\{ \begin{array}{l} 3a_4 = 3a_1 + 6d \\ a_8 = a_1 + 6d \end{array} \right. ; \quad 3a_4 - a_1 = 2a_1 ;$$

$$12 + 60 - 24\sqrt{6} = 72 - 24\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

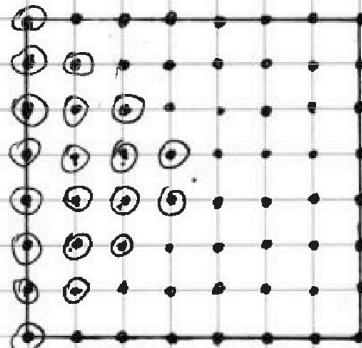


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N_C

$$\frac{C_4^2}{9} ?$$

Черновик

$$16 + 28 = 64 - \text{(всего)}$$

$$C_{12}^2$$

$$C_{16}^2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 60$$

$$C_8^2 = \frac{64!}{2! \cdot 62!} = \frac{63 \cdot 64}{2 \cdot 4} = 63 \cdot 8$$

N_S

$$(2): 2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt[3]{3x^7} - \sqrt[3]{3y^7} = 0$$

~~$2(p^{20}q^{10}) - 4(p^{10}q^{10}) + p^{21}q^{10} - q^{21}$~~

$$x-y)(2x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 2xy^3 + 4x^2y)$$

$$12-x \leq 16$$

~~$x^n + x^{n-1}y^{n-2} \geq 0$~~

$$x = 17p$$

~~$\sqrt[3]{x} = p$~~

~~$\sqrt[3]{y} = q$~~

~~$0 \leq 3$~~

~~$x^2 - 4 ; -x \leq 4 ;$~~

~~$y \leq 3$~~

~~$12 - x - y \geq 0 ; 12 - x \geq y$~~

$$x+13 = p$$

$$x+13 = 17p + 13$$

$$16 \geq 12 - x \geq y^2 \geq 0$$

$$y \in [-4; 3]$$

~~$x \in [4; 12]$~~

$$x \in [4; 12]$$

$$\begin{cases} A = 17p \\ B = 15q^2 \\ D = 17p^2 \\ C = 15q^2 \end{cases}$$

p, q - простые числа

$$(m, n) \in N - ?$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$$

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot p \cdot p$$

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2 = 15 \cdot q \cdot q ; y(x-2) = 3 \cdot 5 \cdot q^2$$

$$x \in \mathbb{N}, x \geq 2$$

$$x(x+1) = 17 \cdot p \cdot p$$

$$y(x-2) = 3 \cdot 5 \cdot q^2$$

$$\begin{aligned} & x \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{17} \\ & x \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 14 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 14 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 14 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 14 \pmod{17} \\ & x \equiv 2 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 15 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 15 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 15 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 15 \pmod{17} \\ & x \equiv 3 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 16 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 16 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 16 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 16 \pmod{17} \\ & x \equiv 4 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 17 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 0 \pmod{17} \end{aligned}$$

$$x = 17 - 16 = 1$$

$$x = 17 - 16 = 1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x = 17p; \quad x + 13 = p - \text{не } sp.$$

Черновик

~~$x = 17p + 13$~~

$$x = p$$

$$x + 13 = 17p; \quad 16p = 13 \quad \text{exp}$$

$$2t^3(t+1) - 18t^2 - 8(t+1) = 0$$

$$(2t^2 + at + b)(t^2 + ct + d)$$

$$(x+4)(x-1) = -x^2 - x + 12$$

$$\begin{cases} a+2c=2 \\ b+2d+ac=-13 \\ ad+bc=-9 \\ bd=8 \end{cases}$$

$$12x - 4x^2 + 51 - 17x + 12\sqrt{x+4} - 4x\sqrt{x+4} =$$

$$= -4x^2 - 5x + 12\sqrt{x+4} - 4x\sqrt{x+4} + 51$$

$$\begin{cases} b=8, d=1 \\ a+2c=2 \\ ac=-22 \\ ad+bc=-9 \end{cases}$$

$$4x^2$$

$$2x^2 + 3x - 11 = \sqrt{x+4} - 2x\sqrt{x+4} = \sqrt{x+4}(1-2x) - 12 + 1 = -9$$

$$a-b+5=2ab$$

$$2x^2 + (2\sqrt{x+4} + 3) + -\sqrt{x+4} - 11 = 0$$

$$a+b=2ab+b$$

$$a+b=b(a+1)$$

~~так~~

$$\sqrt{x+4} = t$$

$$x = t^2 - 4$$

$$x^2 = t^4 - 8t^2 + 16$$

$$2t^4 - 16t^2 + 32 + (2t+3)(t^2-1) - t - 11 = 0$$

$$2t^4 - 16t^2 + 32 + 2t^3 + 3t^2 - 8t - 12 - t - 11 = 0$$

~~$2t^4 - 16t^2 + 32 + 2t^3 + 3t^2 - 13t^2 - 9t + 3 = 0$~~

$$2t^2(2t+3) - \frac{9}{t} + \frac{3}{t^2} - 13 = 0$$

$$(2t - \frac{6}{t})^2 = 4t^2 + \frac{81}{t^2} -$$