



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q — простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

~~ар.~~ (a_n) - ариф. прогр. ; $a_2 = 12 - 12x$; $a_4 = (x^2 + 4x)^2$
 $a_8 = (-6x^2)$. $x = ?$

$$\begin{cases} a_4 = a_2 + 2d \quad | \cdot 3 \\ a_8 = a_2 + 6d \end{cases} ; \begin{cases} 3a_4 = 3a_2 + 6d \\ a_8 = a_2 + 6d \end{cases} \quad \ominus$$

$$3a_4 - a_8 = 2a_2 ; \quad 3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 = 24 - 24x ;$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6(x^2 + 4x) - 24 = 0 . \quad t = x^2 + 4x ;$$

$$3t^2 + 6t - 24 = 0 \quad | : 3 ; \quad t^2 + 2t - 8 = 0 . \quad \begin{cases} t = -4 \\ t = 2 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x = -4 ; \quad x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow \boxed{x = -2} \\ x^2 + 4x = 2 ; \quad x^2 + 4x - 2 = 0 ; \quad D = 16 + 8 = 4 \cdot 6 ; \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = \end{cases}$$

$$= -2 \pm \sqrt{6} ; \quad \begin{cases} x = -2 - \sqrt{6} \\ x = -2 + \sqrt{6} \end{cases}$$

Ответ: $-2 - \sqrt{6}$; -2 ; $-2 + \sqrt{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

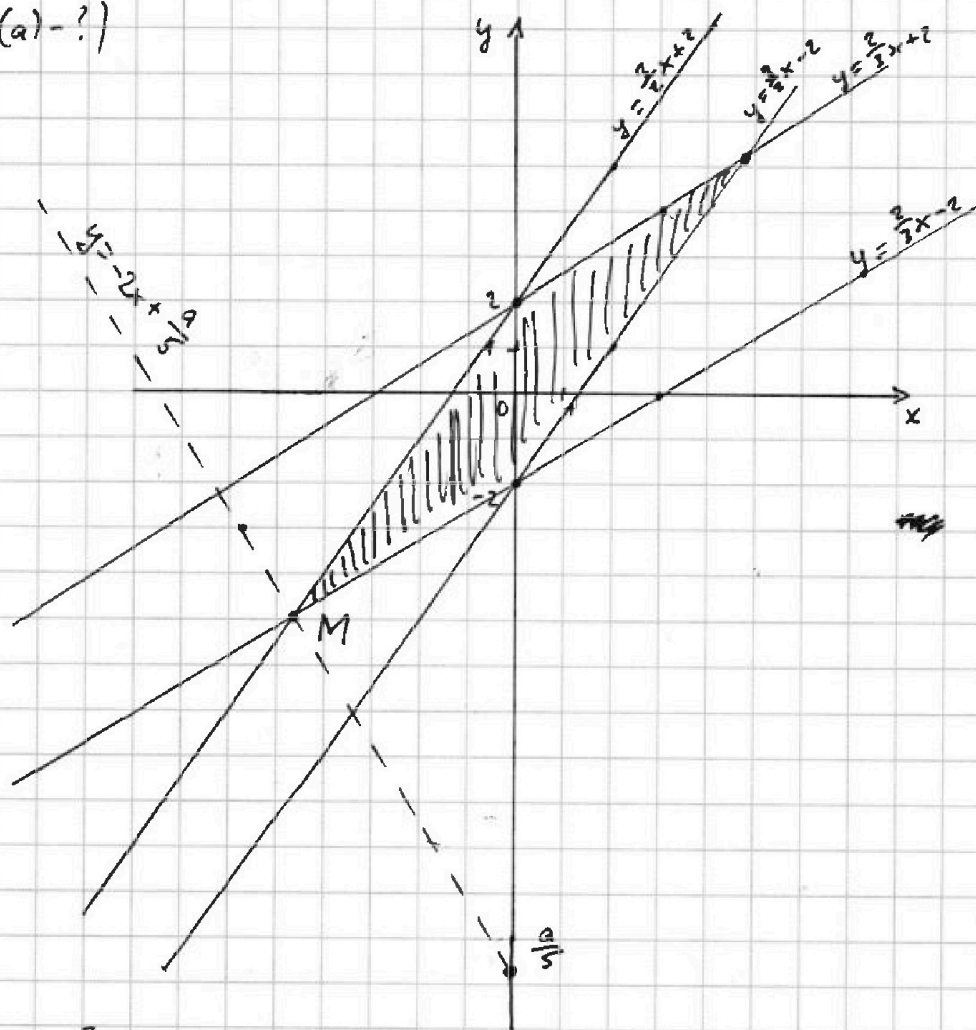
СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq 2x-3y \leq 6 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x-2 \leq y \leq \frac{2}{3}x+2 \\ \frac{3}{2}x-2 \leq y \leq \frac{3}{2}x+2 \end{cases}$$

$$\min(10x+5y) = ?$$

Пусть $10x+5y = a \Rightarrow 5y = a - 10x \Rightarrow y = -2x + \frac{a}{5}$ - прямая, $k = -2$, $b = \frac{a}{5}$.
($\min(a) = ?$)



$$\frac{2}{3}x-2 = \frac{3}{2}x+2 \quad | \cdot 6; \quad 4x-12 = 9x+12; \quad 5x = -24 \Rightarrow x = -\frac{24}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{24}{5}\right) - 2 = -\frac{16}{5} - 2 = -\frac{26}{5}. \text{ Обозначим } M\left(-\frac{24}{5}; -\frac{26}{5}\right)$$

знач. $\frac{a}{5} \Rightarrow$ знач. a будет мин., когда пр. $y = -2x + \frac{a}{5}$ будет пр. через т. M . $-\frac{26}{5} = \frac{48}{5} + \frac{a}{5} \cdot 1.5; \quad a+48 = -26 \Rightarrow a = -74.$

Ответ: -74 .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$

$(m, n) \in \mathbb{N} - ?$

$$\begin{cases} A = 17p^2 \\ B = 15q^2 \\ A = 15q^2 \\ B = 17p^2 \end{cases} \quad p, q - \text{прост.}$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)$$

I случай: $A = 17p^2, B = 15q^2$. Пусть $mn = y \in \mathbb{N}, m-2n = x \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} x(x+13) = 17p^2 & (1) \\ y(x-2) = 5 \cdot 3 \cdot q^2 & (2) \end{cases} \Rightarrow x, y \in \mathbb{N}, x > 2$$

(1): $\begin{cases} x=17 \Rightarrow x+13=p^2, \text{ но } 30 - \text{ не кв. кат. числа } \Rightarrow \text{ не } \text{чл.} \\ x=p^2 \Rightarrow x+13=17 \Rightarrow x=4 \xrightarrow{(2)} y=30 \\ x=p \Rightarrow x+13=17p; 16p=13 \xrightarrow{p \in \mathbb{N}} p \notin \mathbb{N} \\ x=17p \Rightarrow x+13=p \Rightarrow 16p=-13 \xrightarrow{p \in \mathbb{N}} p \notin \mathbb{N} \end{cases}$ (случай $x=1$ - не подходит).

$$\begin{cases} x=4 \\ y=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m-2n=4 \Rightarrow m=2n+4 \\ mn=30 \end{cases}; \quad \begin{cases} n(2n+4)=30; 2n^2+4n=30 | :2; \\ n^2+2n-15=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=-5 - \text{ не чл. } \\ n=3 \Rightarrow m=10 \end{cases}$$

II случай: $A = 15q^2, B = 17p^2$. Аналогично $mn = y \in \mathbb{N}, m-2n = x \in \mathbb{Z}$.

$$\begin{cases} y(x-2) = 17 \cdot p^2 & (3) \\ x(x+13) = 5 \cdot 3 \cdot q^2 & (4) \end{cases} \Rightarrow x, y \in \mathbb{N}, x > 2$$

(3): $\begin{cases} y=17 \Rightarrow x-2=p^2; x=p^2+2 & (1') \\ y=p \Rightarrow x-2=17p; x=17p+2 & (2') \\ y=p^2 \Rightarrow x-2=17; x=19; 19 \cdot 32 = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q \notin \mathbb{N} \\ y=17p \Rightarrow x-2=p \Rightarrow x=p+2 & (3') \end{cases}$

(1'): $(p^2+2)(p^2+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2$ Если $p=2: 6 \cdot 19 = 5 \cdot 3 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{N}} q \notin \mathbb{N}$

Если $p \neq 2: p^2+2 - \text{нечет.}; p^2+15 - \text{чет.} \Rightarrow (p^2+2)(p^2+15) - \text{чет.} \Rightarrow q^2 - \text{чет.} \Rightarrow q=2 \Rightarrow (p^2+2)(p^2+15) = 60; p^4+17p^2+30=60; p^4+17p^2-30=0$

$\Delta = 289+120 = 409 \notin \text{квадратом кат. чисел} \Rightarrow p \notin \mathbb{N} \Rightarrow p, q \notin \mathbb{N} \text{ (1')}.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$ (прямоугольник)

$$(2'): X = 17p + 2 \xrightarrow{(4)} (17p+2)(17p+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2. \text{ Если } p=2:$$

$$36 \cdot 49 = 15 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q \in \emptyset. \text{ Если } p \neq 2:$$

$$(17p+2)(17p+15) = 15 \cdot q^2 \Rightarrow q^2 - \text{чет} \Rightarrow q=2; 17p = f;$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{нечет.} \\ \text{нечет.} \end{array} \right\} f^2 + 17f + 30 = 60 \text{ аналогично из п. (1') } f \in \emptyset \Rightarrow p \in \emptyset.$$

$$(3'): X = p + 2 \xrightarrow{(4)} (p+2)(p+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2. \text{ Если } p=2:$$

$$4 \cdot 17 = 15 \cdot q^2 \xrightarrow{q \in \mathbb{Z}} q \in \emptyset. \text{ Если } p \neq 2: (p+2)(p+15) = 5 \cdot 3 \cdot q^2$$

$$(q = \frac{4 \cdot 17}{15})$$

нечет.

$$\Rightarrow q^2 - \text{чет} \Rightarrow q=2; p^2 + 17p + 30 = 60; \text{ аналогично (2') } p \in \emptyset.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 10 \\ n = 3 \end{cases}.$$

Ответ: (10; 3).

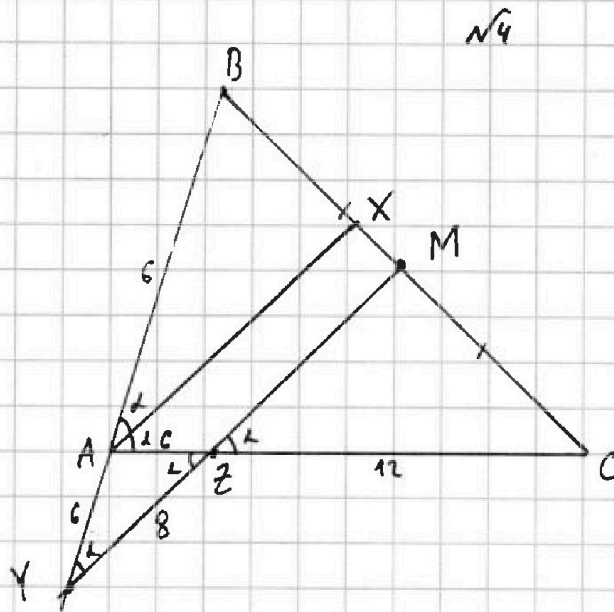


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8,$
 $BM = MC, MY \parallel AX,$
 $AX - \text{бис.}$

Найти: $BC = ?$

$$\begin{array}{r} 18 \\ + 18 \\ \hline 36 \\ + 12 \\ \hline 48 \end{array}$$

Решение: Пусть $\angle BAX = \angle XAC = \alpha$. Тогда $\angle MZC = \angle XAZ = \alpha$,
 как соот. углы $\Rightarrow \angle AZY = \alpha$. $\angle BAX = \angle BYZ = \alpha$, как соот. углы.
 $\Rightarrow \triangle AYZ$ - равнобедр. $\Rightarrow AY = AZ = 6$. $ZC = 18 - 6 = 12$. По т. Менелая
 для $\triangle ABC$ и сек. MY : $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{AB+6} = 1$; $\frac{12}{AB+6} = 1 \Rightarrow AB+6 = 12 \Rightarrow$

$\Rightarrow AB = 6$. Из $\triangle AYZ$ $\cos \alpha = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. $\Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 =$

$= 2 \cdot \frac{4}{9} - \frac{9}{9} = \frac{8}{9} - \frac{9}{9} = -\frac{1}{9}$. По т. кос.: $BC^2 = 324 + 36 - 2 \cdot 6 \cdot 18 \cdot (-\frac{1}{9}) =$

Ответ: $8\sqrt{6}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5 (продолжение)

$$t = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \quad (1).$$

$$(2): D = 1 + 12 = 13; t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}; \left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \text{не уст. } t \geq 0 \\ t_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \end{array} \right] (2).$$

$$\left[t = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \Rightarrow \sqrt{x+4} = \frac{-2 + \sqrt{20}}{2} \quad (1')$$

$$\left[t = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow \sqrt{x+4} = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} \quad (2') \right.$$

$$(1'): 2\sqrt{x+4} = \sqrt{20} - 2 \uparrow^2; 4x+16 = 14 - 4\sqrt{20}; x = \frac{-4\sqrt{20} - 2}{4}.$$

- не уст. $x \in [0; 12]$.

$$(2'): 2\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{13} \uparrow^2; 4x+16 = 14 + 2\sqrt{13}; 4x = \frac{2\sqrt{13} - 2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2\sqrt{13} - 2}{4} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \Rightarrow y = x = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}.$$

Ответ: $\left(\frac{\sqrt{13} - 1}{2}; \frac{\sqrt{13} - 1}{2} \right)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} & (1) \\ 2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt{3}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 0 & (2) \end{cases}$$

OD3:

$$\begin{cases} x \geq -4; x \geq 0 \\ y \leq 3; y \geq 0 \\ 12 - x - y^2 \geq 0, 12 - x \geq y^2 \end{cases}$$

$$(2): (x-y) \left(2x^4 + 2x^3y + \dots + y^4 + 4x + 4y + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x^3 + \sqrt{x^2y} + \dots + \sqrt{y^3}}} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=y \xrightarrow{(1)} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

~~$a = \sqrt{x+4}, b = \sqrt{3-x}$~~
 ~~$a - b + 5 = 2ab$~~

~~$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{-x^2 - x + 12} + \sqrt{3-x}$$~~

~~$$x + 29 + 10\sqrt{x+4} = 4(3-x) + 17(3-x) + 4\sqrt{x+4}(3-x)$$~~

$$\sqrt{x+4} + 5 = \sqrt{3-x} (2\sqrt{x+4} + 1) \uparrow^2$$

$$x + 29 + 10\sqrt{x+4} = (3-x)(4(x+4) + 1 + 4\sqrt{x+4}); x + 29 + 10\sqrt{x+4} = (3-x)(4x + 17 + 4\sqrt{x+4})$$

$$x + 29 + 10\sqrt{x+4} = 4x(3-x) + 17(3-x) + 4\sqrt{x+4}(3-x)$$

$$x + 29 + 10\sqrt{x+4} = -4x^2 - 5x + 17\sqrt{x+4} - 4x\sqrt{x+4} + 51$$

$$4x^2 + 6x - 2\sqrt{x+4} + 4x\sqrt{x+4} - 22 = 0 \quad | :2$$

$$2x^2 + 3x - \sqrt{x+4} + 2x\sqrt{x+4} - 11 = 0; t = \sqrt{x+4}, t \geq 0.$$

$$2t^4 - 16t^2 + 32 + (2t+3)(t^2-4) - t - 11 = 0;$$

$$2t^4 + 2t^3 - 13t^2 - 9t + 9 = 0 = (2t^2 + at + b)(t^2 + ct + d)$$

$$(2t^2 + 4t - 3)(t^2 - t - 3) = 0;$$

$$\begin{cases} 2t^2 + 4t - 3 = 0 & (1) \\ t^2 - t - 3 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1): D = 16 + 8 \cdot 3 = 8 \cdot 5 = 4 \cdot 10$$

$$t_{1,2} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{10}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2};$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \text{ не } y_8. t \geq 0 \\ t_2 = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 2c = 2 \\ b + 2d + ac = -13 \\ ad + bc = -9 \\ bd = 9 \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = -3, c = -1, d = -3$$

реш.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

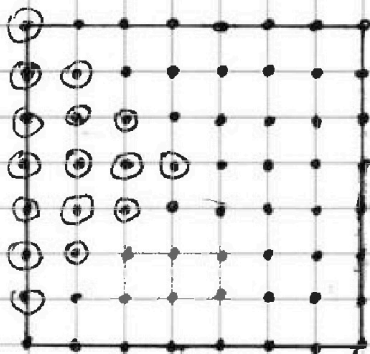


1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



Если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми, то имеет смысл рассмотреть только точки, выделенные на „рисунке“ в кружок.

(далее, после поворота квадрата, все способы, ~~которые~~ кол-во которых мы определим, будут „превращаться“ в одинаковые способы). Их 16 шт. $\Rightarrow C_{16}^2$ - кол-во способов покрасить две точки в белый. $C_{16}^2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 15 \cdot 8 = 120$.

Ответ: 120.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1 Черновик

(a_n) - ариф. пр.

$$a_2 = 12 - 12x; \quad a_4 = (x^2 + 4x)^2; \quad a_8 = (-6x^2) \quad x = ?$$

$$a_4 = a_2 + 2d \quad | \cdot 3; \quad 3a_4 = 3a_2 + 6d$$

$$a_8 = a_4 + 4d = a_2 + 6d \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} a_8 = a_2 + 6d \quad \ominus \quad a_8 - a_2 = 6d$$

$$3a_4 - a_8 = 2a_2$$

$$3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 = 24 - 24x; \quad \cancel{3(x^2 + 4x)^2 + 6(x^2 + 4x) = 24}$$

№2

$$10x + 5y = 9$$

$$\min(10x + 5y) = ?$$

$$y = \frac{9 - 10x}{5} = -2x + \frac{9}{5}$$

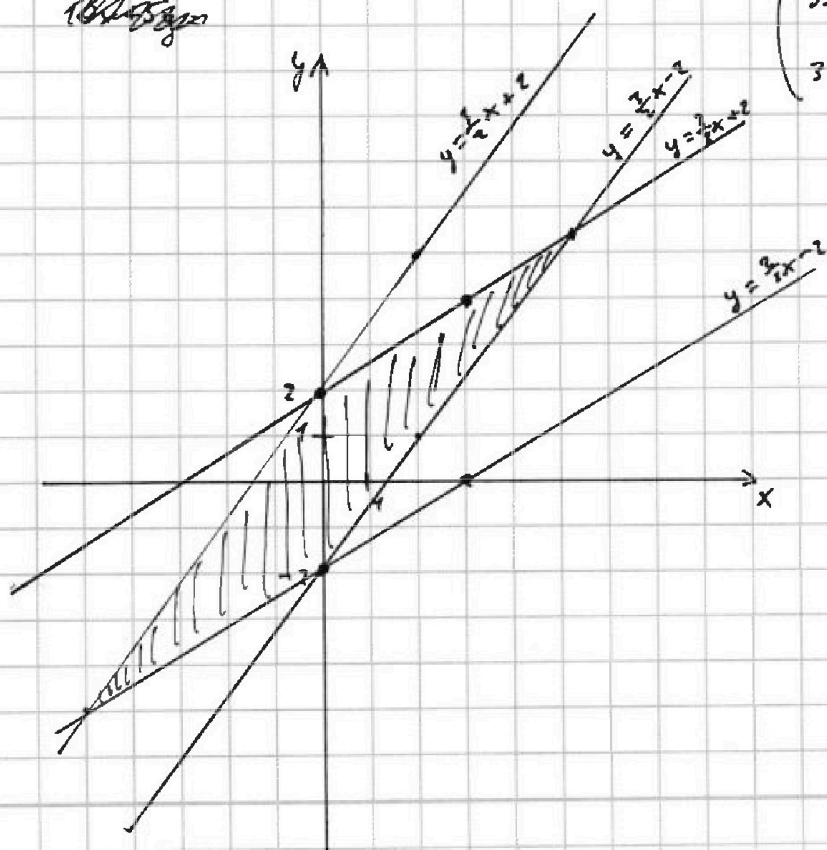
$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y \geq -6; \quad 3y \leq 2x + 6; \quad y \leq \frac{2}{3}x + 2 \\ 2x - 3y \leq 6; \quad 3y \geq 2x - 6; \quad y \geq \frac{2}{3}x - 2 \\ 3x - 2y \leq 4; \quad 2y \geq 3x - 4; \quad y \geq \frac{3}{2}x - 2 \\ 3x - 2y \geq -4; \quad 2y \leq 3x + 4; \quad y \leq \frac{3}{2}x + 2 \end{cases}$$

~~10x + 5y = 9~~





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черкавич

$$a_2 = 12 + 24 = 36$$

$$a_1 = 16$$

$$a_3 = -24$$

$$\text{Ed } a_4 = a_1 + 2d ; 2d = 16 - 36 = -20$$

$$d = -10$$

$$16 - 40 = -24$$

$$a_2 = 12 + 24 + 12\sqrt{5} = 36 + 12\sqrt{5}$$

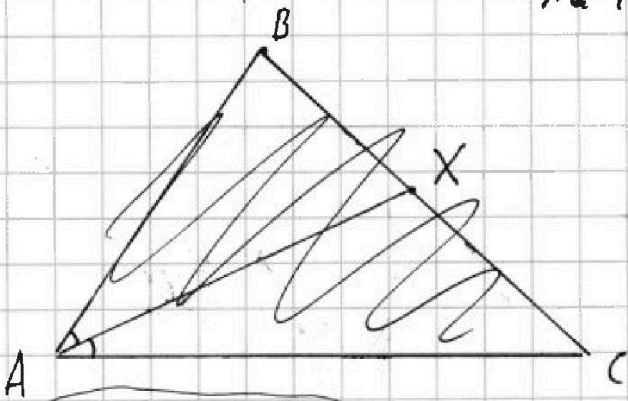
$$a_4 = a_8 = -6(2 + \sqrt{5})^2 = -6(10 + 4\sqrt{5}) = -60 - 24\sqrt{5}$$

$$a_8 = a_1 + 6d ; 6d = -60 - 24\sqrt{5} - 36 - 12\sqrt{5} = -96 - 36\sqrt{5}$$

$$d =$$

$$\begin{array}{r} 384 \overline{) 16} \\ -32 \overline{) 24} \\ \hline 64 \\ -64 \\ \hline 0 \end{array}$$

№ 4



$$\underline{BM = MC} ; \text{BC} = ?$$

$$AC = 18, AZ = 6, YZ = 8$$

$$\underline{MZ \parallel AX} \text{ AX - succ.}$$

$$\frac{MC}{XM + MC} = \frac{12}{18} = \frac{MZ}{AX}$$

$$\frac{XM + MC}{18} = \frac{BX}{AB} = \frac{MC}{12}$$

$$\cos \angle = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\cos(\pi - \angle) = -\cos \angle = -\frac{2}{3}$$

$$YC^2 = 12 + 144 - 2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

$$= 208 + 16 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 208 + 16 \cdot 8 =$$

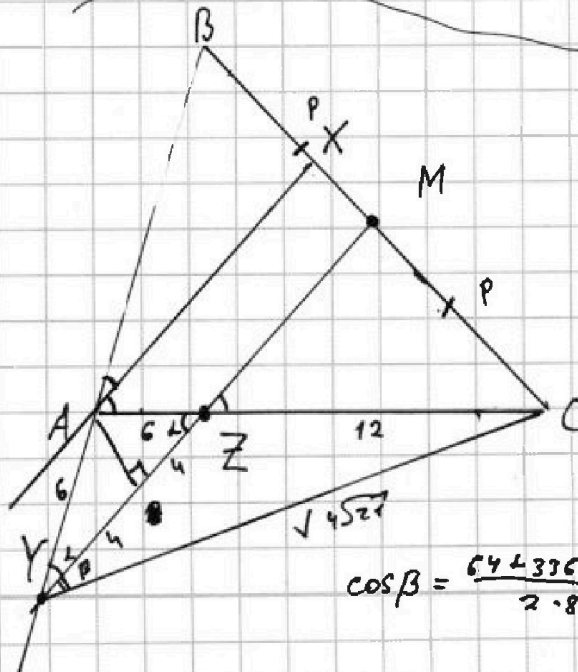
$$= 208 + 128 =$$

$$= 336 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow YC = \sqrt{336} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 84} = \sqrt{4 \cdot 21} = 2\sqrt{21}$$

$$\cos \beta = \frac{64 + 336 - 144}{2 \cdot 8 \cdot 2\sqrt{21}} = \frac{64 + 192}{16 \cdot 2\sqrt{21}} = \frac{256}{16 \cdot 2\sqrt{21}} = \frac{16}{2\sqrt{21}} = \frac{8}{\sqrt{21}} = \frac{8\sqrt{21}}{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

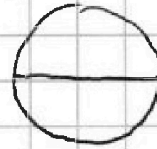
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Чертовик (MC=ρ)

т. Менелая (ΔABC):

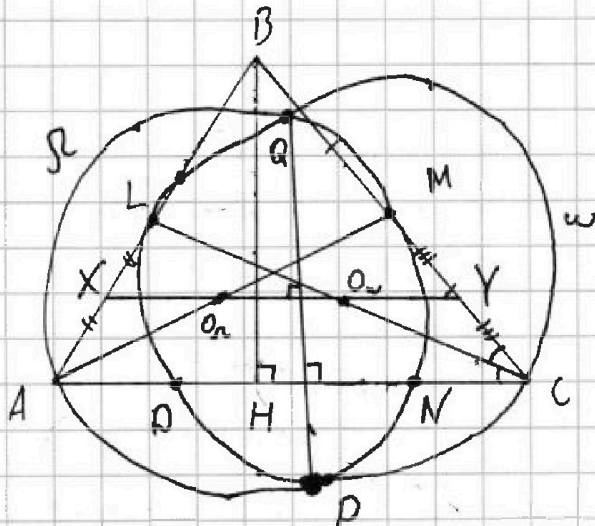
$$\frac{\rho}{\rho} \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{AB+6} = 1 ; \quad 2 \cdot \frac{5}{AB+6} = 1$$

NS



$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{7-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

N7



AC, BC = ?

AB = 6, AN = 5

AM = d_ω

CL = d_ω

PQ || BH

BM = MC

O_ωY = O_ωX ⇒ O_ωY = O_ωX

$$a_2 = 12 - 12(\sqrt{6}-2) = 12 - 12\sqrt{6} + 24 = 36 - 12\sqrt{6}$$

$$a_4 = ((\sqrt{6}-2)^2 + 4(\sqrt{6}-2))^2 = (10 - 4\sqrt{6} + 4\sqrt{6} - 8)^2 = 4$$

$$a_8 = -6(\sqrt{6}-2)^2 = -6(10 - 4\sqrt{6}) = -60 + 24\sqrt{6}$$

$$\begin{cases} a_4 = a_2 + 2d \\ a_8 = a_2 + 6d \end{cases} ; \quad \begin{cases} 3a_4 = 3a_2 + 6d \\ a_8 = a_2 + 6d \end{cases} ; \quad 3a_4 - a_8 = 2a_2 ;$$

$$12 + 60 - 24\sqrt{6} = 72 - 24\sqrt{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

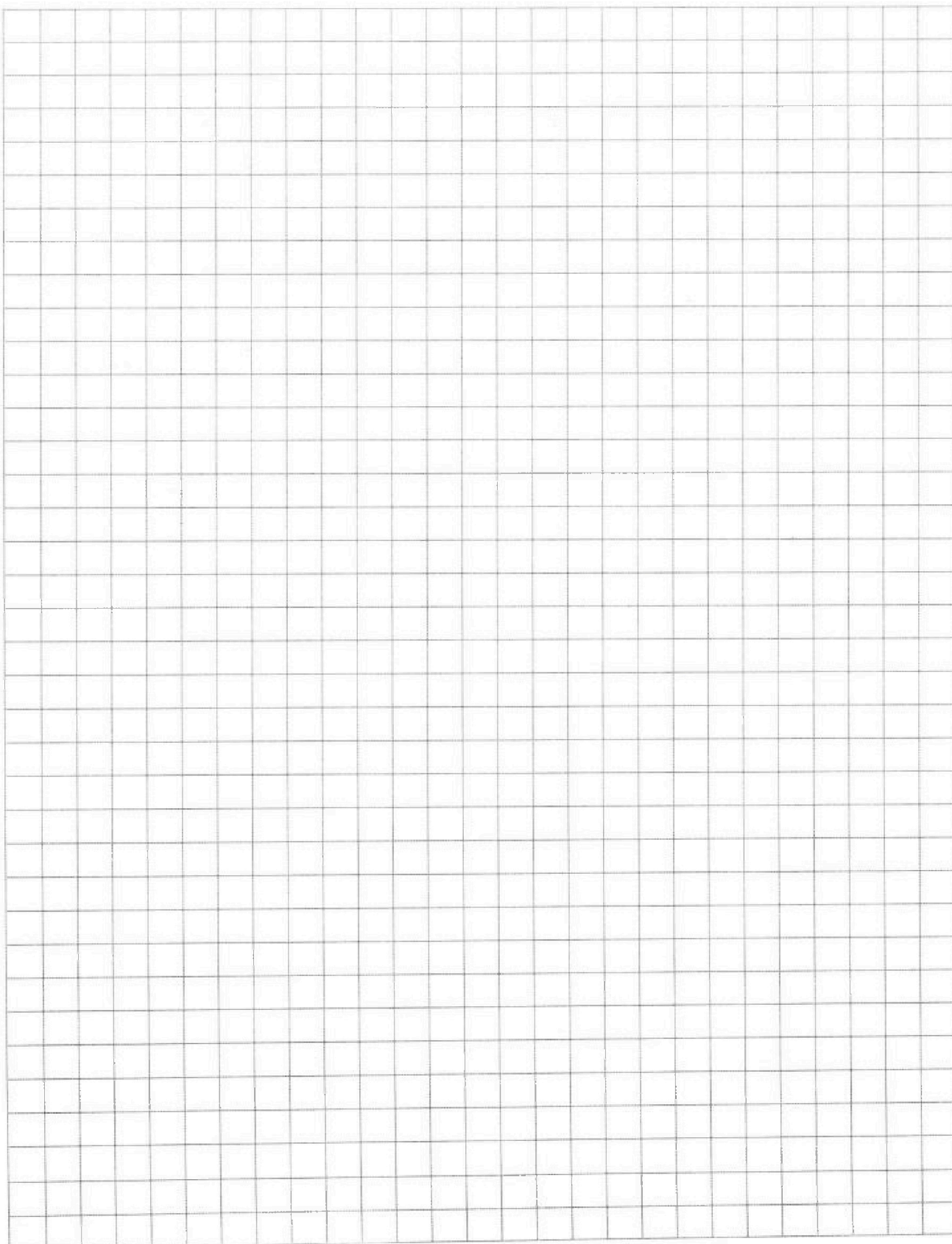
5

6

7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



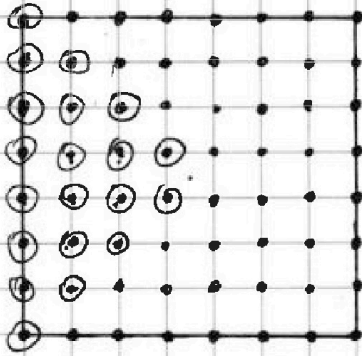
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

№



$$C_n^2 ?$$

~~16+28 = 64~~ - Всего

$$C_{12}^2$$

$$C_{16}^2 = \frac{16!}{2! \cdot 14!} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 60$$

$$C_{64}^2 = \frac{64!}{2! \cdot 62!} = \frac{63 \cdot 64}{2 \cdot 4} = \frac{63 \cdot 16}{2} = 63 \cdot 8$$

№5

$$(2): 2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt{3x} - \sqrt{3y} = 0$$

~~$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) + \sqrt{3x} - \sqrt{3y} = 0$$~~

~~$$(x-y)(2x^4 + 2x^3y + 2x^2y^2 + 2xy^3 + y^4) + 4(x+y)(x-y) + \sqrt{3x} - \sqrt{3y} = 0$$~~

$$12 - x \leq 16$$

~~$$x^2 + x^{11} - y^{12} = 0 \quad x = 17p$$~~

$$\begin{cases} x+13 = p \\ x+13 = 17p+13 \end{cases}$$

$$16 \geq 12 - x \geq y^2 \geq 0$$

$$y \in [-4; 3]$$

~~$$x \in [-4; 12]$$~~

$$x \in [-4; 12]$$

p, q - простые числа

$$(m, n) \in \mathbb{N} - ?$$

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$$

$$B = m^2n - 2m^2 - 2mn$$

$$A = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13) = 17 \cdot p \cdot p$$

$$B = mn(m-2n-2) = 15q^2 = 15 \cdot q \cdot q \quad ; \quad y(x-2) = 3 \cdot 5 \cdot q^2$$

$$x(x+13) = 17 \cdot p \cdot p$$

$$y(x-2) = 3 \cdot 5 \cdot q^2$$

~~$$x \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x+13 \equiv 13 \pmod{17} \Rightarrow x+13 = 17p \Rightarrow x = 17p - 13$$~~
~~$$x+13 \equiv 0 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv -13 \pmod{17} \Rightarrow x \equiv 4 \pmod{17} \Rightarrow x = 17k + 4$$~~

$$\Rightarrow x = p^2$$

$$x = 17 - 16 = 1$$

$$x = 4 \Rightarrow y = 30$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = 17p$; $x+13 = p$ — не сп. Черновик

~~$x = 17p$~~
 $x = p$

$x+13 = 17p$; $16p = 13$ ер

$2t^3(t+1) - 13t^2 - 9(t+1) = 0$
 $(2t^3 + at + b)(t^2 + ct + d)$

$(x+4)(3-x) = -x^2 - x + 12$

$$\begin{cases} a+2c=2 \\ b+2d+4c=-13 \\ ad+bc=-9 \\ bd=3 \end{cases}$$

~~$4x(3-x)$~~

$\frac{12x - 4x^2 + 51 - 17x + 12\sqrt{x+4} - 4x\sqrt{x+4}}{4x^2} =$
 $= -4x^2 - 5x + 12\sqrt{x+4} - 4x\sqrt{x+4} + 51$

$b=3, d=3$
 $a+2c=2$
 $ac=-22$

$b=-3, d=-3$

$a+2c=2$

$ac=-4$

~~$a=4, c=-1$~~

$4x^2$

$2x^2 + 3x - 11 = \sqrt{x+4} - 2x\sqrt{x+4} = \sqrt{x+4}(1-2x) - 12 + 3 = -9$

$a-b+5=2ab$

$2x^2 + (2\sqrt{x+4} + 3)x - \sqrt{x+4} - 11 = 0$

$a+5=2ab+b$

$a+5=b(2a+1)$

~~$\sqrt{x+4}$~~
 $\sqrt{x+4} = t$

$x = t^2 - 4$

$x^2 = t^4 - 8t^2 + 16$

$2t^4 - 16t^2 + 32 + (2t+3)(t^2-4) - t - 11 = 0$

$2t^4 - 16t^2 + 32 + 2t^3 + 3t^2 - 8t - 12 - t - 11 = 0$

~~$2t^4 - 16t^2 + 32$~~
 $2t^4 + 2t^3 - 13t^2 - 9t + 9 = 0$

$2t^3 + 2t^2 - \frac{9}{t} + \frac{9}{t^2} - 13 = 0$

~~$(2t - \frac{9}{t})^2 = 4t^2 + \frac{81}{t^2} -$~~