



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен  $6 - 9x$ , шестой член равен  $(x^2 - 2x)^2$ , а десятый равен  $9x^2$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $3y + 6x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$  и  $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$  равно  $11p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 6$ ,  $AZ = 3$ ,  $YZ = 4$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $10 \times 10$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 4$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№1

$$a_4 = 6 - 9x$$

$$a_6 = (x^2 - 2x)^2$$

$$a_{10} = 9x^2$$

Будем добавлять членов арифметической прогрессии начиная с  $a_i$ , где  $i$  - номер члена последовательности

$$\text{так что } (a_2 - a_1 = 6) \quad a_{i+1} - a_i = 6$$

то есть в - разница между двумя последовательными членами арифметической прогрессии

Получа

$$a_4 = a_1 + 3b$$

$$a_6 = a_1 + 5b$$

$$a_{10} = a_1 + 9b$$

получим систему:

$$a_1 + 3b = 6 - 9x \quad (1)$$

$$a_1 + 5b = (x^2 - 2x)^2 \quad (2)$$

$$a_1 + 9b = 9x^2 \quad (3)$$

$$(x^2 - 2x)^2 = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

из (1) и (2)

$$2b = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 \quad (***)$$

из (\*) и (\*\*\*)

$$\begin{aligned} x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 &= 3x^2 + 3x - 2 \\ x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$1 - 4 + 1 + 6 - 4 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$(x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0$$

$$1 - 3 - 2 + 4 = 0$$

$$x_2 = 1$$

$$\begin{array}{r} x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 | x - 1 \\ \underline{x^4 - x^3} \\ - 3x^3 + x^2 \\ - 3x^3 + 3x^2 \\ \hline - 2x^2 + 6x \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline 4x - 4 \\ - 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 - 2x + 4 | x - 1 \\ \underline{x^3 - x^2} \\ - 2x^2 - 2x \\ - 2x^2 + 2x \\ \hline - 4x + 4 \\ - 4x + 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 - 2x - 4) = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 4 = 20$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 1 (продолжение)

Найти, значения  $x$ , удовлетворяющие условию  $X = \sqrt[3]{\frac{2+2\sqrt{5}}{2}}$

Проверим:

при  $x = 1$

$$a_4 = -3 \quad | \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow a_{10} = 1 + 2 \cdot 4 = 9$$

$$a_6 = 1$$

$g x^2$  при  $x = 1 \Rightarrow$  Верно

при  $x = 1 + \sqrt{5}$

$$a_4 = 6 - 9 - 9\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5}$$

$$(a_6 = ((1+\sqrt{5})^2 - 2 - 2\sqrt{5})^2 = 16 \quad | \Rightarrow -3 - 9\sqrt{5} + 2\beta = 16$$

$$1 + 2\sqrt{5} + 5 - 2 - 2\sqrt{5} = 9$$

$$a_{10} = a_6 + 4\beta \Rightarrow a_{10} = 16 + 38 + 18\sqrt{5} = 54 + 18\sqrt{5}$$

$$\text{с другой стороны } g x^2 =$$

$$= 9(1+\sqrt{5})^2 =$$

$$= 9 + 18\sqrt{5} + 45 =$$

$$= 54 + 18\sqrt{5} \text{ Верно}$$

~~$$a_4 = 6 - 9 + 8\sqrt{5}$$~~

~~$$a_6 = (1-\sqrt{5})^2 -$$~~

Ответ:  $1; 1 \pm \sqrt{5}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.









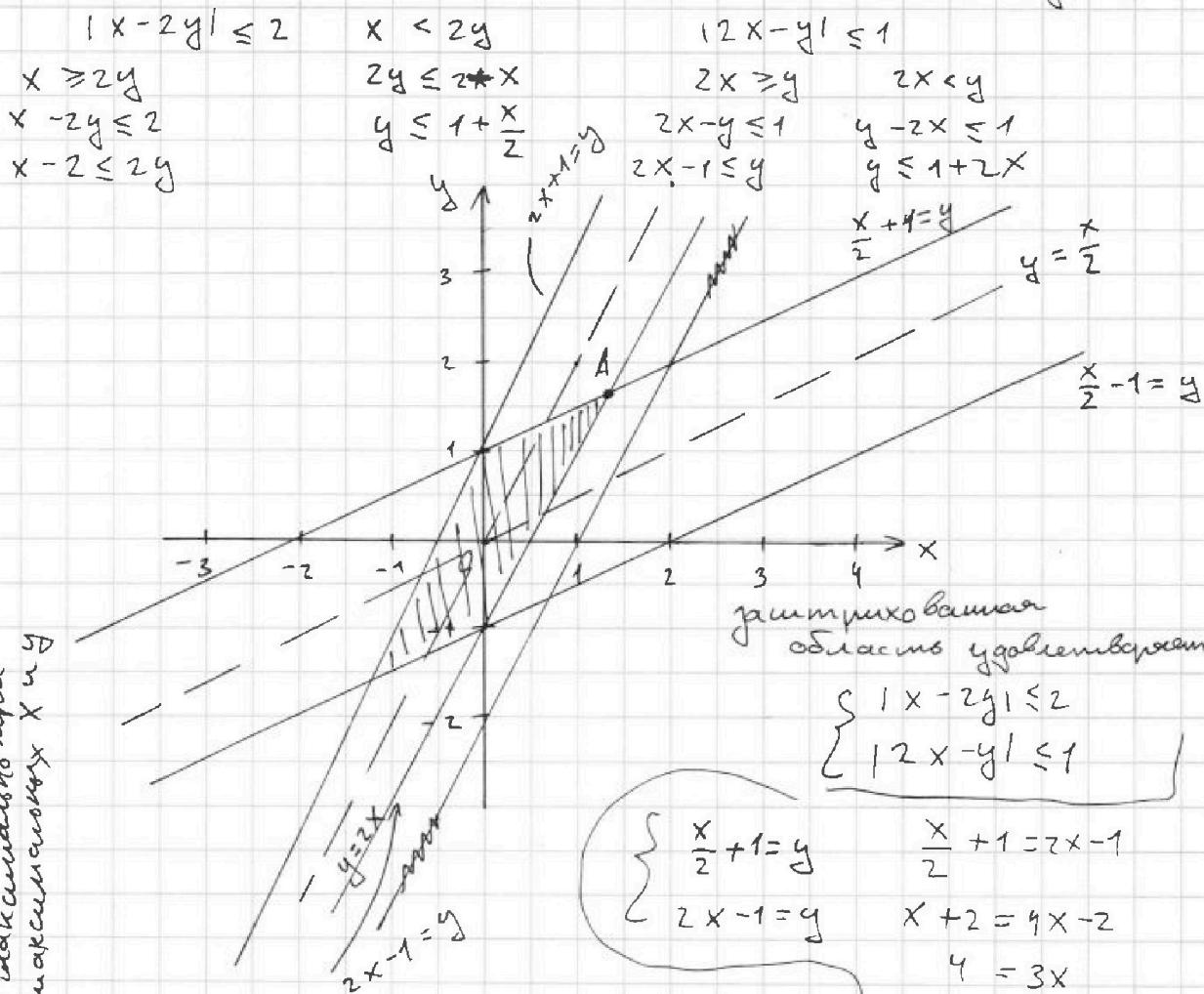
СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$3y + 6x \max -?$   
 $3(y + 2x) \Rightarrow$  достаточно  
 найти максималь-  
 ное значение  
 $y + 2x$



$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + 1 = y \\ 2x - 1 = y \end{cases}$$

$$\frac{x}{2} + 1 = 2x - 1$$

$$x + 2 = 4x - 2$$

$$4 = 3x$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}$$

50  
 50  
 50  
 50  
 50  
 50

$3y + 6x$  максимальное при  
 максимальном  $x$

(значит, что  $x$  и  $y$  принимают  
 максимальные значения в точке А,  
 отмеченной на графике  
 точка А является точкой пересечения прямых)

точка  $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$

$\frac{x}{2} + 1 = y$  и  
 $2x - 1 = y$

Ответ: 13.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 3

$m, n$  - натуральные  $p, q$  - простые числа

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

при этом

$$\begin{cases} A = 11p^2 \\ B = 45q^2 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} A = 45q^2 \\ B = 11p^2 \end{cases} \quad (2)$$

~~натуральные~~

для (1)

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 11p^2$$

если  $m$  и  $n$  - чётные то

$11p^2$  должно быть

четным, что возможно

также при  $p = 2$ , т.к.  $p$  - простое, аналогично  $45q^2$  всегда тоже должно быть четным и  $q = 2$

тогда:

$$\begin{cases} m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 44 \\ m^2n + 2mn^2 + 9mn = 45 \cdot 4 \end{cases}$$

$$mn(m+2n+9)$$

$$45 \cdot 4 = 5 \cdot 3 \cdot 2$$

т.к. по предположению  $m$  и  $n$

четные  $\Rightarrow$

т.к.  $m$  и  $n$  -  
натуральные  
по условию  
 $\Rightarrow m+2n+9$  - натуральное

$$m+2n+9=25$$

$$m+2n= \cancel{16}$$

$$mn= \cancel{12}$$
 не подходит  
не подходит

$$m+2n+9=15 \Rightarrow m+2n=6$$

$$mn=20$$
 не подходит

$$m+2n+9=75$$

$$mn=4 \Rightarrow m=n=2 \Rightarrow 2+4+9=15$$

аналогично для (2) если  $m$  и  $n$  четные

$$m^2n + 2mn^2 + 9mn = 11 \cdot 4$$

$$mn(m+2n+9) = 11 \cdot 4 \text{ т.к. } mn \cdot 4 \Rightarrow m=n=2$$

$$\cancel{g} \Rightarrow m+2n+9=11 \text{ не подходит}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### №3 (продолжение)

Понадобится, что оба числа не могут быть четными если оба числа и  $n$  нечетные, то

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

( $m$  - четное  
 $n$  - нечетное)

$$A = n + 2 + 2 - n - 2$$

$$A - \text{четное} \Rightarrow p = q = 2$$

$$B = n + 2 + n$$

$$B - \text{четное}$$

$$B = mn(m + 2n + g) = \begin{cases} 44 \\ 75 \cdot 4 \end{cases}$$

$\underbrace{m}_{4} \quad \underbrace{n}_{4} \quad \underbrace{m + 2n + g}_{11}$

$$4 + 2 \cdot 4 + 11 = 27$$

$$\text{если } B = 11p^2 \text{ то } mn(m + 2n + g) = 44 \text{ где } m + 2n + g = 4$$

$$\text{м.к. } m + 2n + g > 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m + 2n + g = 44$$

$$mn = 1 \Rightarrow m = n = 1$$

$$1 + 2 + 9 = 12$$

не подходит

$$\text{если } mn(m + 2n + g) = 75 \cdot 4$$

$$m + 2n + g = \begin{cases} 4 \cdot 3 \\ 4 \cdot 5 \\ 4 \cdot 3 \cdot 5 \\ 4 \cdot 5^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 5^2 \cdot 3 \\ 5^2 \cdot 3 \\ 5^2 \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m + 2n = 3 \\ m = n = 1 \end{cases}$$

не подходит

$$\begin{cases} m + 2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

если  $m = 5$   
 $n = 3$

$$5 + 6 = 11$$

$$\text{тогда } A = 44$$

$$5^2 + 4 \cdot 5 \cdot 3 + 4 \cdot 3^2 - 7 \cdot 5 - 14 \cdot 3 =$$

$$= 25 + 60 + 36 - 35 - 42 =$$

$$26 = 86 - 42 = 44 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 5; n = 3 \text{ уд-ем условию}$$

$$m + 2n + g = 60$$

$$m + 2n = 51$$

$$mn = 5 \text{ не подходит}$$

$$m + 2n + g = 100$$

$$mn = 3 \text{ не подходит}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

### №3 (продолжение)

Проверь расстояния между каждым из чисел и их суммой, а второе исключите

могда: 1) ищем  $m$  - членное

$$A = \gamma + \gamma + \gamma - \gamma - \gamma = \gamma \Rightarrow A - \text{членное} \quad (1)$$

$$B = \gamma + \gamma + \gamma - \text{членное}$$

$$\Rightarrow p = q = 4$$

$$mn(m+2n+g) = \begin{cases} 44 \\ 75 \cdot 4 \end{cases} - 25 \cdot 3$$

$$\gamma + \gamma + n = n \Rightarrow mn : 4, \text{ а и.к. } n - \text{членное} \quad (2)$$

$$\Rightarrow m : 4$$

$$\text{могда гда } B = 44 \quad n = 1; m = 4; m+2n+g \neq 11$$

не подходит

$$\text{где } B = 75 \cdot 4 \quad m+2n+g = \begin{cases} 75 \\ 15 \\ 25 \end{cases} \Rightarrow m = 4, n = 1 \text{ не подходит}$$

$$15 \Rightarrow mn = 5 \cdot 4; m+2n = 6$$

не подходит

2) ищем  $n$  - членное

$$A = n + \gamma + \gamma - n - \gamma \Rightarrow A - \text{членное} \quad (3)$$

$$B = \gamma + \gamma + \gamma - \text{членное}$$

$$\Rightarrow p = q = 2 \Rightarrow B = \begin{cases} 44 \\ 75 \cdot 4 \end{cases}$$

$$m = 4 \Rightarrow 4+6 \text{ не}$$

подходит

$$mn(m+2n+g) = \begin{cases} 44 \\ 75 \cdot 4 \end{cases}$$

$$n+\gamma+n = \gamma : 2$$

$$\text{если } B = 44 \quad m+2n+g = 2 \cdot 11 = 22 (\text{и.к.} > 9)$$

$$m+2n = 13 \text{ не подходит}$$

$$mn = 2$$

$$\text{если } B = 75 \cdot 4$$

$$m+2n+g = \begin{cases} 75 \cdot 2 \\ 5 \cdot 2 \\ 5 \cdot 3 \cdot 2 \\ 25 \cdot 2 \end{cases} \text{не подходит}$$

Пакий образец

если единственное значение  $m, n, g$ , удовлетворяющее условию

Ответ:  $m = 5; n = 3$ .

$$m+2n+g = 50$$

$$mn = 6 \Rightarrow m = 6$$

$$\text{не подходит}$$

$$6 + 3 + 9 \neq 50$$

$$2 + 6 + 9 \neq 50$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{l}
 \text{No 4} \\
 BC = ? \\
 AC = 6 \\
 AZ = 3 \\
 \cancel{ZBZA} \\
 YZ = 4
 \end{array}$$

A geometric diagram on grid paper illustrating a construction involving triangle  $ABC$  and points  $M$ ,  $P$ ,  $Z$ , and  $Y$ .

- Vertices  $A$ ,  $B$ , and  $C$  are located at  $(0,0)$ ,  $(10,0)$ , and  $(0,6)$  respectively.
- Point  $M$  is at  $(4,0)$  on the  $x$ -axis.
- Point  $P$  is at  $(10,6)$ .
- Point  $Z$  is on segment  $BC$ .
- Point  $Y$  is on ray  $CA$ .
- Line segment  $AZ$  is drawn.
- A dashed circle with center  $Z$  passes through point  $Y$ .
- A dashed circle with center  $Y$  passes through point  $Z$ .
- The two circles intersect at points  $A$  and  $P$ .
- A line segment is drawn from  $P$  to  $M$ .
- The angle  $APM$  is labeled as  $90^\circ$ .

## AX - Successor

$A \times 11 MZ$

$$BM = MC$$

Проблема спектра 11 Hz вспышек

money с и прогаин

AB по пересечению  
с ней. Обозначим

мочеги не расходятся  
K. S. пакетика

Δ CBK:

$M - \text{сопутствующий CB и } MZ \parallel CK$  |  $\Rightarrow$

$\Rightarrow MZ$  - средняя масса и  $Z$  - серединка

~~TERCAB~~ T.T.C. AX - Successiva mo < CA X < XAB

$$\text{m.k. } AX \parallel MZ \parallel KC \Rightarrow \angle CAZ = \angle BZM = \angle BKC = \angle ACK$$

$$\left( \text{Теорема о пропорциональных отрезках:} \right)$$

$$\frac{BZ}{ZA} = \frac{BM}{MX} \quad \frac{AZ}{AK} = \frac{XM}{XC}$$

$$\Delta \subset AK - n/\delta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AK = A \subset \{6\}$$

The diagram shows triangle ABC with point M on side BC. A line passes through M, intersecting side AB at point K and side AC at point L. The diagram includes several labeled segments and angles:

- Segment BK is labeled 3.
- Segment KM is labeled 6.
- Segment LM is labeled 9.
- Angle BKL is labeled 3.
- Angle KLM is labeled 6.
- Angle ALM is labeled 9.
- Angle AML is labeled 6.
- Angle BAK is labeled 3.
- Angle CAL is labeled 6.

Below the triangle, the equation  $BK = 3 \times LM$  is written, indicating the relationship between the segments created by the cevian.

м.к. З - середина ВК =

$$\Rightarrow KZ = ZB = KA + AZ = 6 + 3 = 9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \exists B = g$$

no yesterd

максим в узелки нам ~~ст~~ одна одна отрезка  $XZ = 4$

$$\frac{ZB}{AE} = \frac{BM}{XM} = \frac{g}{3} = 3$$

$$\beta M = 3 \times M$$

$$\Rightarrow B M = 3a \Rightarrow B C = 6a$$



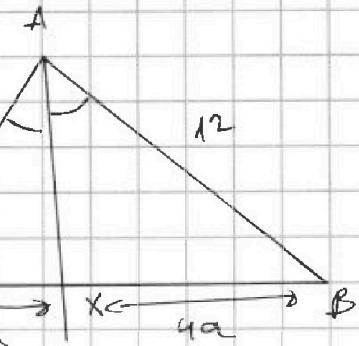
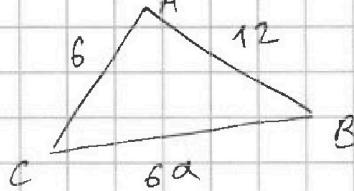
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 3

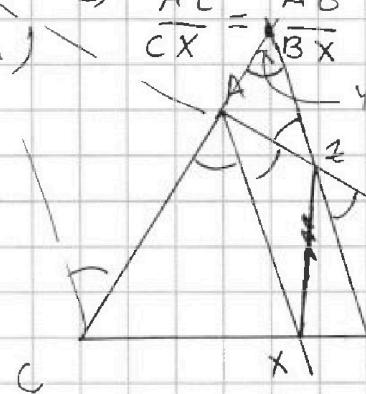
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 (продолжение)



м.н.  $AX$  - биссектриса  $\Rightarrow$

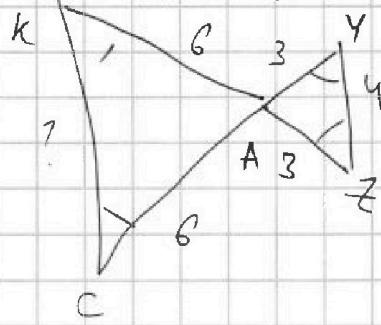
$$\frac{AC}{CX} = \frac{AB}{BX}$$



решением, что  $\triangle KAC \sim \triangle ZAY$   
м.н.  $KC \parallel ZY$ ,  $\angle KAC = \angle YAZ$ ,  
и как вспомогательное

$$\text{так же решим, что } AZ = 3 \\ YZ = 4 \\ KA = AC = 6$$

$KAZ$  м.н.  $\triangle KAC \sim \triangle ZAY \Rightarrow$  они оба  $\mu/\delta \Rightarrow AZ = AY = 3$



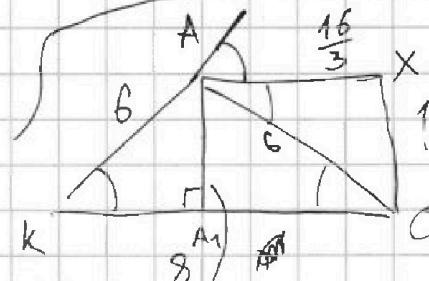
$$\frac{KC}{YZ} = \frac{AC}{ZA} \Rightarrow \frac{KC}{4} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow KC = 8$$

$\triangle BKC \sim \triangle BAX \sim \triangle BZY$

$$MZ = \frac{KC}{2} = 4$$

$$\frac{AX}{MZ} = \frac{XB}{MB} = \frac{4}{3}$$

$$AX = \frac{16}{3}$$



боком  $B$   $\triangle KAC$   
изменяется и  
меняется м.н.  $\mu/\delta \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}$$

9



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

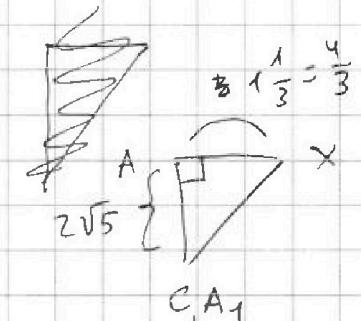
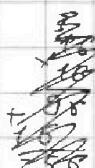
№ 4 (продолжение)

$$\frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

Площадь павильона:

$$CX = \sqrt{4 \cdot 5 + \frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{196}}{3}$$

$$\frac{20 \cdot 9 + 16}{9} = \frac{196}{9}$$



также эта же  $CX + XM = \frac{BC}{2}$

$$XM = \frac{BM}{3} = a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CX + a = 3a$$

$$CX = 2a$$

$$\frac{\sqrt{196}}{3} = 2a$$

$$\sqrt{196} = 6a = \\ = BC$$

Ответ:  $\sqrt{196} = BC$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{y-x} + y = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

№3:

$$x+2 \geq 0$$

$$x > -2 \Rightarrow x \geq 0$$

$$2x \geq 0$$

$$y - y \geq 0$$

$$y \geq y \Rightarrow y \geq 0$$

$$2y \geq 0$$

$$14 + 5x - y^2 \geq 0$$

$$x^3 + 3x + \sqrt{2x} = y^3 + 3y + \sqrt{2y}$$

замечаем что если  
(есть ограничения  
существует)

$$x > y \Rightarrow x^3 > y^3$$

$$3x > 3y \Rightarrow x = y$$

$$\sqrt{2x} > \sqrt{2y}$$

$$\frac{14}{56}$$

можно

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{y-x} + y = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\sqrt{x+2} + y = 2\sqrt{14+5x-x^2} + \sqrt{y-x}$$

$$x+2 + 14\sqrt{x+2} + 49 = 4(14+5x-x^2) + 4\sqrt{y-x} + y - x$$

$$x+5\cancel{1}-\cancel{y}+x-4\cdot 14-20x+4x+14\sqrt{x+2}=4\sqrt{y-x}$$

$$4x^2 - 18x + 44 - 56 + 14\sqrt{x+2} = 4\sqrt{y-x} \quad | : 2$$

$$-12$$

$$(2x^2 - 9x - 6) + y\sqrt{x+2} = 2\sqrt{y-x}\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$(2x^2 - 9x - 6)^2 + 14\sqrt{x+2}( ) + 4y(x+2) = 4(y-x)(14+5x-x^2)$$

~~$$2x^3 - 3x^2 - 2x - 36x^3 + 81x^2 - 24x^2 + 108x + 36 =$$~~

$$= 4x^4 - 36x^3 + 81x^2 - 24x^2 + 108x + 36 =$$

~~$$= 4x^4 - 36x^3 + 57x^2 + 108x + 36$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№5 (продолжение)

134

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 14 \\ \hline 98 \end{array}$$

$$4x^4 - 36x^3 + 57x^2 + 108x + 36 + 49x + 98$$

$$21.4 - 154 \\ 84 \quad 4(x - x)(14 + 5x - x^2) = 4(98 + 35x - 7x^2 - 14x - 5x^2 + x^3) =$$

$$48 = 4 \cdot 98 + 35 \cdot 4x - 28x^2 - 20x^3 - 14 \cdot 4x + 4x^3 \\ 14\sqrt{x+2}(2x^2 - 9x - 6) = -4x^4 + 40x^3 - 105x^2$$

$$14 + 5x - x^2 \geq 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{14}{58}$$

$$x^2 - 5x - 14 \leq 0$$

$$25 + 4 \cdot 14 = 25 + 56 = 81$$

$$(x - 7)(x + 2) \leq 0$$

$$x \in [-2; 7]$$

$$\text{из } 0 \text{ до } 3, \text{ м.н. } x = y$$

$$x = \frac{5 \pm 9}{2} = \begin{cases} 7 \\ -2 \end{cases}$$

$$204$$

$$2808$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} + 6 = 2\sqrt{14 + 30 - 36}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 9 \\ \hline 81 \\ - 392 \\ 134 \\ \hline 258 \end{array}$$

$$2\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$$

$$14\sqrt{x+2}(2x^2 - 9x - 6) = -4x^4 + 40x^3 - 105x^2 - 73x +$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 + 4 \cdot 2 \cdot 6}}{4} + \frac{98 \cdot 4 - 134}{258} = 129$$

$$x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$384 = 2\sqrt{14 + 35} - 49$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

~~(2x4)(x>2)~~

$$(x+7)(x-2) \geq 0$$

$$\begin{matrix} + \\ -7 \\ \hline 2 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} x &\in [0; 7] \\ -x^2 + 5x + 14 &\leq 0 \\ -5x - 14 &\leq 0 \\ x &= \frac{-5 + \sqrt{25 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 + 7}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$-x^2 + 5x + 14 \geq 0$$

$$x^2 - 5x - 14 \leq 0 \quad x = \frac{5 + \sqrt{25 + 4 \cdot 14}}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

$$(x-7)(x+2) \leq 0$$

$$x \in [-2; 7]$$

$$x \in [0; 7]$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

$$14+5x-y^2 = -(x-7)(x+2)$$

$$-x^2 - 2x + 7x + 14$$

$$\begin{matrix} \cancel{(x-7)(x+2)} \\ \cancel{2x+14-x^2-7x} \end{matrix}$$

$$\sqrt{x+2} = a$$

$$\sqrt{7-x} = b$$

$$a - b + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}$$

мы имеем  $x+2 \geq 0$  и  $\sqrt{7-x} \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -(x-7)(x+2) \neq 0 \Rightarrow x = 7$$

$$\text{если } x = 7 \quad \sqrt{x+2} = \sqrt{9} = 3$$

- не подходит

Наша образ система не имеет корней  
Ответ:  $\emptyset$

На одной странице можно оформлять только **одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

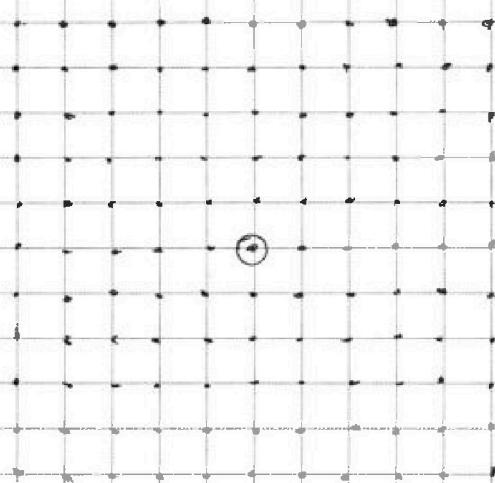


- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6



$$11 \cdot 11 - 4 = 121 \text{ узел (всего)}$$

Всех способов ~~всегда~~  
два угла, которые мы  
можем  
использовать  
в делах

$$\begin{array}{r} 121 \cdot 120 \\ \hline 2 \\ 121 \\ \times 6 \\ \hline 726 \end{array}$$

Заметим, что в раскраски, которые получаются друг из друга поворотом относится ~~тоже~~, в которых более удобные симметричные относительно центра изображения

Заметим, что для всех углов кроме центрального (средней раскраски) есть один (и только один) угол симметричный относительно центра, ~~один~~ угол  
И для каждой такой раскраски (когда мы раскрасили в центральный угол и симметричный ему относительно центра) есть еще одна раскраска, которая получается из предыдущей поворотом, например:



Всего раскрасок, в которых углы симметричные  $\frac{120}{2} = 60$  (две из которых углы кроме центрального есть симметричные)

Из этих двух красок из них есть одна, которая получается поворотом  $\Rightarrow$  таких  $\frac{60}{2} = 30$

Итого 230



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 (продолжение)

Накануне обеда в супермаркете было раскуплено 7260 бутылок молока. Есть 60 таких, что они учитываются в одной раскраске, а остальные 7200 - это молоко из других заводов  $\Rightarrow$  раскраска, удовлетворяющая условию:

$$7260 - 30 = 7230$$

Ответ: 7230



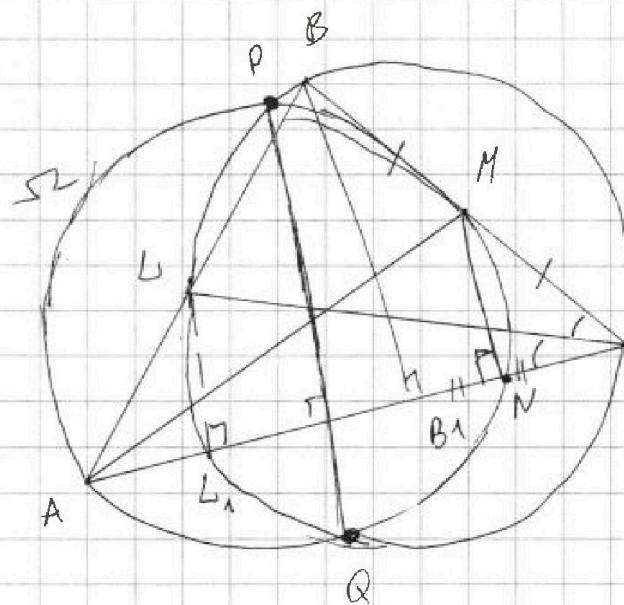
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

soft



$$PQ \parallel BB_1$$

$$AB=4$$

$$AN=5$$

III. v. AM - quaremp  
52 ->

$$\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ$$

a.m.k. B.B. -  
- ~~for come~~ =)

$$\Rightarrow \angle A B_1 B = 90^\circ$$

$BB_1 \parallel MN$

Три зміни по умовам  $B_1B_2$ , якщо  $PQ \Rightarrow PQ + MN$

значимо, что  $b \triangle BCB_1$ ,  $MN \parallel BB_1$  и  $M$ -середина  $BC$  по условию

$\Rightarrow HN$  - ортогональные векторы  $\Rightarrow CN = NB_1$

m.u. CL - Succinimura  $\Rightarrow$

$$\frac{AC}{AL} = \frac{CB}{BL} \text{ ige } AL+BL=$$

$$\angle AMC = 90^\circ \Rightarrow MC^2 = \overbrace{CN \cdot CA}^{\frac{BC}{2}}$$

~~AZ~~ ~~AN~~ ~~AN~~ ~~AN~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Такоже укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

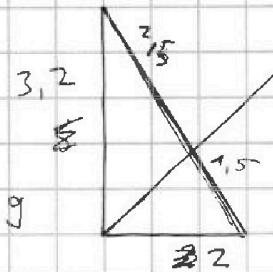
$$\begin{aligned}(x-1)^2(x^2-2x-4) &= (x^2-2x+1)(x^2-2x-4) = \\ &= x^4 - 2x^3 - 4x^2 - 2x^3 + 4x^2 + 8x + x^2 - 2x - 4 = \\ &= x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 6x - 4\end{aligned}$$

$$6 - 9 = -3$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline 6 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ 19 \\ \hline 38 \end{array}$$

$$-3 + 26 = 1$$

$$1 + 2 \cdot 4 = 9$$



$$\begin{aligned}1+4+4-y-14 &= \\ &= 9-14-y \\ &= 2-14 = -12\end{aligned}$$

$$\frac{x}{2} = y$$

$$x - 2 \leq 2y$$

$$\frac{x}{2} - 1 \leq y$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ + 10 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x=4 \\ y=0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$\begin{array}{l} m+2n+9=15 \\ m+2n=6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} mn=20 \\ m=20/n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (6-2n) \\ 6n-2n \\ 2n-2n \\ 2n-2n \\ 2n-2n \\ 2n-2n \end{array} \quad \begin{array}{l} n=20 \\ n=20 \\ n=20 \\ n=20 \\ n=20 \\ n=20 \end{array}$$

$$25$$

$$\begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 25 \\ m+2n=16 \end{array}$$

$$mn=12$$

$$6 \times 2$$

$$\begin{array}{l} 5 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \quad 3y + 6x \text{ max } ?$$

$$3y + 6x = \\ = 3(y + 2x)$$

$$x \geq 2y \\ x - 2y \leq 2 \\ x \leq 2 + 2y$$

$$x < 2y \\ 2y - x \leq 2$$

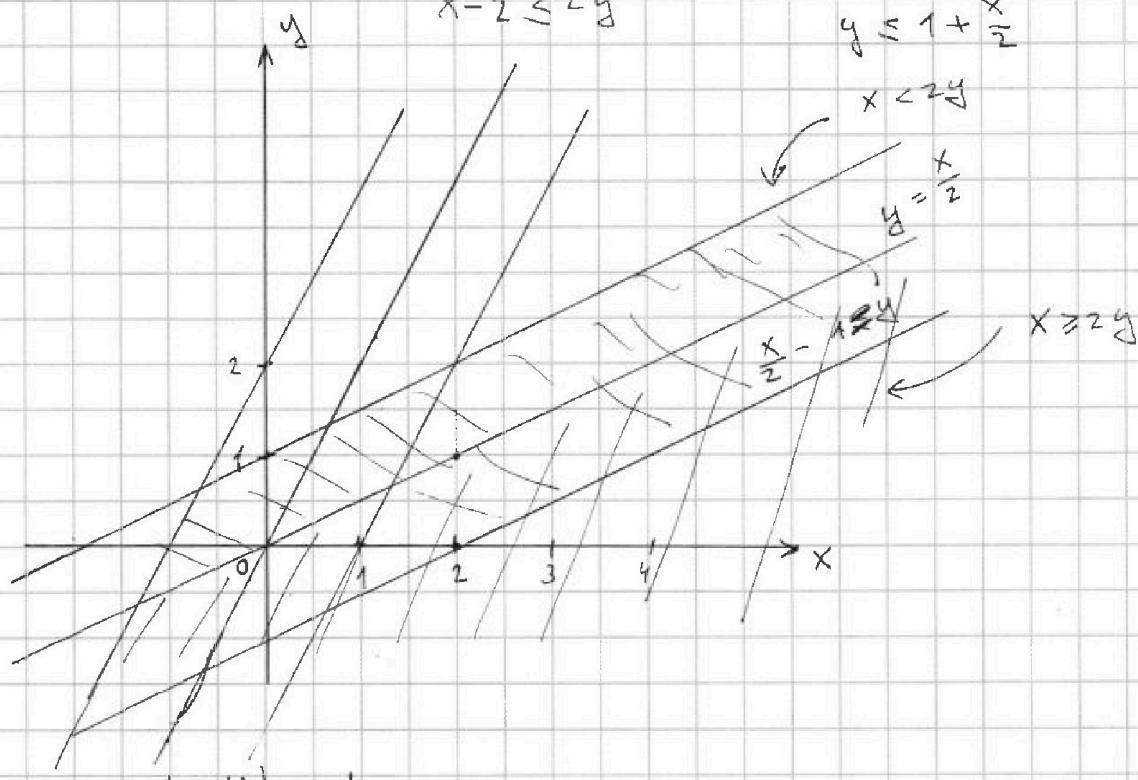
$$2y \leq 2 + x \\ y \leq 1 + \frac{x}{2}$$

$$x - 2 \leq 2y$$

$$x < 2y$$

$$y = \frac{x}{2}$$

$$x \geq 2y$$



$$|2x - y| \leq 1$$

$$2x \geq y$$

$$2x < y$$

$$2x - y \leq 1$$

$$y - 2x \geq 1$$

$$2x - 1 \leq y$$

$$y \leq 1 + 2x$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

I

2

3

4

5

e

1

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!