



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 & \text{№1} \quad a_4 = 6 - 5x \quad a_6 = (x^2 - 2x)^2 \quad a_{10} = 9x^2 \quad a_n = a_1 + d(n-1) \text{ для } n \geq 6 \\
 & \left\{ \begin{array}{l} a_6 - a_4 = 2d \\ a_{10} - a_6 = 4d \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x = 2\sqrt{d} \\ 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 4d \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{(x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x}{2} = d \\ \frac{9x^2 - (x^2 - 2x)^2}{4} = d \end{array} \right. \\
 & 2((x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x) = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 \\
 & 2(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 \\
 & 3(x^2 - 2x)^2 - 12 + 18x - 9x^2 = 0 \\
 & 3x^2(x-2)^2 - 9x(x-2) - 12 = 0 \quad \text{дел. на } x \\
 & x^2(x-2)^2 - 3x(x-2) - 4 = 0 \quad 0 \leq x \quad t = x(x-2) \\
 & t^2 - 3t - 4 = 0 \quad \text{но } t \geq 0 \text{ т.к. } x \geq 0 \\
 & \left\{ \begin{array}{l} t_1 + t_2 = 3 \\ t_1 \cdot t_2 = -4 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 4 \\ t_2 = -1 \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} x(x-2) = 4 \\ x(x-2) = -1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x^2 - 2x - 4 = 0 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \end{array} \right. \quad (1) \quad (2) \\
 & (1) \quad x^2 - 2x - 4 = 0 \quad (2) \quad x^2 - 2x + 1 = 0 \\
 & D = 1 + 4 = 5 \quad (x-1)^2 = 0 \\
 & x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2} \quad x = 1 \\
 & \left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{5} \\ x = 1 + \sqrt{5} \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Ответ: $1 - \sqrt{5}; 1; 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 2

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y \leq 2 \\ x - 2y \geq -2 \\ 2x - y \leq 1 \\ 2x - y \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x - 1 \quad (1) \\ y \leq \frac{1}{2}x + 1 \quad (2) \\ y \geq 2x - 1 \quad (3) \\ y \leq 2x + 1 \quad (4) \end{cases}$$

Р-к Ф-44

(1) $y = \frac{1}{2}x - 1$ - прямая, 1-я пол. коорд

$$x \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix}$$

$$y \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix}$$

(2) $y = \frac{1}{2}x + 1$ - прямая, 1-я пол. коорд, $y = \frac{1}{2}x + 1$

$$x \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix}$$

$$y \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$

(3) $y = 2x - 1$ - прямая, 1-я пол. коорд

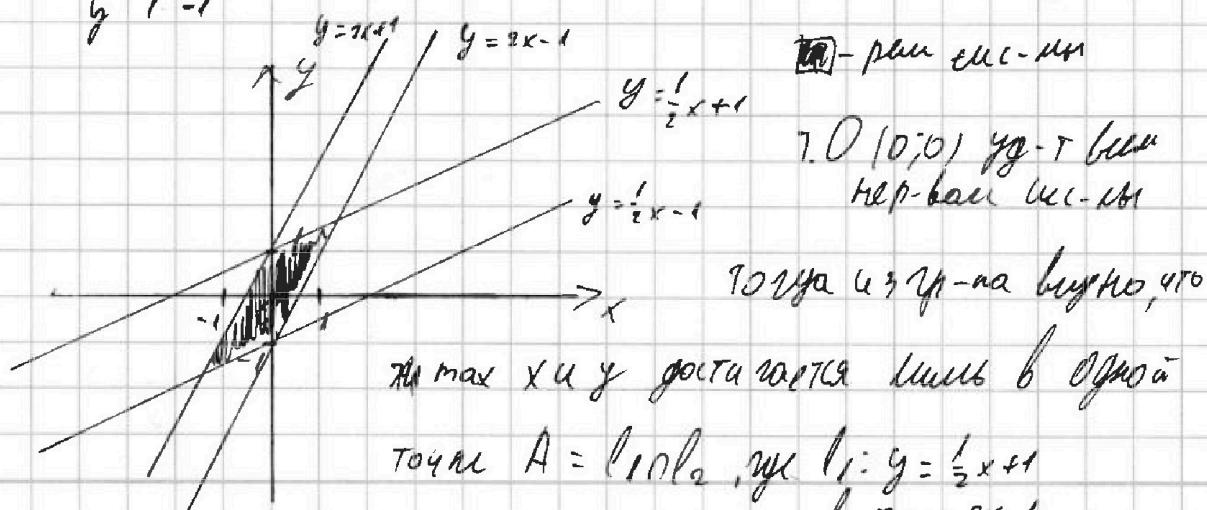
$$x \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$$y \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix}$$

(4) $y = 2x + 1$ - прямая, 2-я пол. коорд

$$x \begin{matrix} 0 \\ -1 \end{matrix}$$

$$y \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА

2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№2 №08.

$$\frac{1}{2}x + 1 = 2x - 1$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}, \text{ т.е. } y = \frac{2 \cdot \frac{4}{3} - 1}{3} = \frac{5}{3} \quad A\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

$$4 \text{ т.е. } 3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{3}$ подела $u = 75$, то $y^2 = 68$ и $y = \sqrt{68}$ не прост. число
или $u = 82$, то $y^2 = 82$ $y = \sqrt{82}$ не прост. число
т. о. т.к. $A > 75y^2$ $B = 11p^2$ и $a = \sqrt{p}$

Ответ: (5;3)



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач кумеруются **отдельно**. Порча QR-кода недопустима!

$$N^3 \quad A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 2m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m + 2n + 9)$$

$$D - u \quad u = m + 2n \quad u \in N$$

$$V = mn \quad V \in N$$

$$1 \text{ atm} \quad A = 11 p^2 \quad B = 125 q^2$$

$$\begin{cases} U(4-7) = 11P^2 \\ V(4+7) = 75Q^2 \end{cases} \quad (I) \quad \text{to} \quad (II) \quad \frac{U(4-7)}{V(4+7)} = 1 \quad \text{u.r.a bee una EN, to}$$

$$\frac{110^2}{a(a-4)} = 1$$

$$(1) \frac{4(\mu - 7)}{V_{\text{loop}}^2} = 1 \quad \text{U.a see unten}$$

EN, P

$$\text{mso } u = 11 \quad u - 7 = p^2$$

6 nephron alvear $p^2 = 4$, t.c. $n=52$
D-1000. μm

60. броненосец $U = 18 \text{ p}^2 = 18 \text{ T.L. } D = \sqrt{18} \text{ не залезают}$
~~не залезают~~ $D = 11 \text{ , тогда } 10V = 450 \text{ квт}$

$$4V = 15 q^2 \quad \frac{15q^2}{4V} = 1$$

$$V = \frac{15q^2}{4} \quad \text{1.L. } Q^2 : 4 \text{ } 4q_{\text{над}}$$

$$4V - 40 \quad V = 15$$

$$t \in \{m+2n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} mn = 15 \\ 11n - 2m^2 - 15 = 0 \\ 2m^2 - 11n + 15 = 0 \end{array} \right.$$

$$D = 121 - 120 = 1$$

$$n_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{4} = \begin{cases} 3 \\ 5 \end{cases}$$

Toya $n=3$ $n=5$

Toya $n=3$ $m=5$

Table 1. Summary of the main characteristics of the four groups of patients.

$$\text{if we know } A = 45q^2 \text{ } B = 11p^2$$

$$g_0(u-\eta) = \lambda p^2 \left(\frac{u}{\eta} \right)^2 \quad (2) \quad (2) \frac{\eta^2}{4(u-\eta)} = 1$$

we have c rays if,
not given for η ,
then $u = \eta$

$$V(4+g) = 10^P$$

$$\text{dust} \quad u = q^2 \quad u - 4 = 75$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№
Дано:

$\triangle ABC$

AX -бисс.

$\angle MEL \parallel AX$, M

M - сер. BC

$\ell \cap AB = Z$

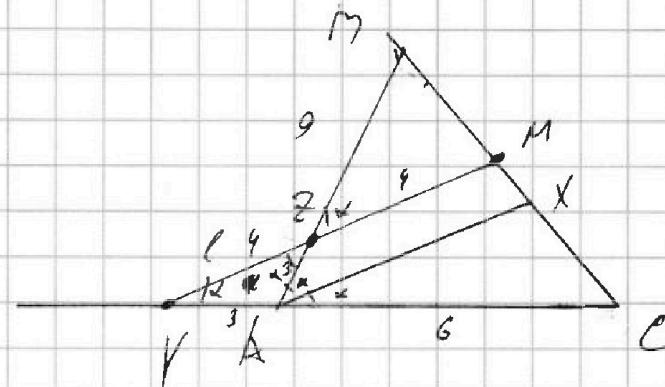
$\ell \cap AC = Y$

$AC = 6$

$AZ = ?$

$YZ = 9$

$BC = ?$



$$\text{Од.-и } YA = \alpha ; \angle M = 6 ; \angle B = c$$

послед $\angle BAC = \alpha$, тогда $\gamma, \alpha AX$ - бисс

$\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ и $\gamma, \alpha YA \parallel AX$ \Rightarrow
 $\angle AYA = \angle YAC = \alpha$, $\angle YZA = \angle YAC = \alpha$

$\angle BEM = \angle YZA = \alpha$, γ, α бисс.

$\gamma, \alpha YM \parallel AX$ и $\gamma, \alpha YA$, $\angle MYA = \angle XAC = \alpha$ $\alpha = \alpha$

$\angle YZA$ - прям $\gamma, \alpha = \angle YA = \angle ZA = 3$

$\triangle YH$ и сим AB γ, α межд

$$\frac{CA}{a} \cdot \frac{YZ}{6} \cdot \frac{4}{bc} = 1 \quad \frac{6}{3} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad 6 = 4$$

$\triangle CBM$ и сим MY γ, α межд

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{c}{\frac{3}{2}4} \cdot \frac{\alpha}{a+ac} = 1 \quad \frac{1}{1} \cdot \frac{c}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$c = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{4}$ прав.

$$OD - M \quad BM = d \\ CM = OM = x$$

$$\text{то } BC = 2d$$

точка 6 A B ZM 7. cos

$$(1) \quad d^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cos x = 81 + 16 - 48 \cos x = 97 - 48 \cos x$$

6 A M/C 7. cos

$$(2) \quad d^2 = (b + 2x)^2 + (a + AC)^2 - 2(b + 2x)(a + AC) \cos x =$$

$$= 64 + 81 - 144 \cos x = 145 - 144 \cos x$$

(1) = (2)

$$97 - 48 \cos x = 145 - 144 \cos x$$

$$48 \cos x = 48$$

$$\cos x = \frac{2}{3}, \text{ то } d^2 = 97 - 48 \cdot \frac{2}{3} = 97 - 48 = 49$$

$$d = 7$$

$$2d = 14$$

$$\text{то } BC = 14$$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{5} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 5 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

Р-и 61

$$x^2(x+3) + \sqrt{2x} = y^2(y+3) + 2\sqrt{y}$$

левая и правая ч. уравнения не могут быть одна много сол, либо никогда не будут

$$x=y$$

$$(1) \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} \quad (3)$$

$$\sqrt{-x} \sqrt{x+2} = u \quad \sqrt{7-x} = v$$
 ~~$\sqrt{-x} \sqrt{7-x} = uv \Rightarrow uv = \sqrt{14+5x-x^2}$~~

$$0 \text{ и } \sqrt{x+2} = u \quad \sqrt{7-x} = v$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = 6 + 2 - \cancel{\sqrt{14+5x-x^2}} = 2x - 5 \\ uv = \sqrt{14+5x-x^2} \end{cases}$$

$$\text{тогда } u^2 + v^2 = (u-v)^2 = u^2 + v^2 - 2uv = 9 - 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\text{известно } (3) \Leftrightarrow 9 - 2\sqrt{14+5x-x^2} = (2\sqrt{14+5x-x^2} - x)^2$$

$$0 \text{ и } \sqrt{14+5x-x^2} = t \quad 9 - 2t = (2t - x)^2$$

$$4t^2 - 28t + 12t - 9 = 0 \quad 4t^2 - 26t + 9 = 0 \quad D = 169 - 96 = 205$$

$$2t^2 - 13t + 20 = 0$$

$$D = 169 - 160 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm 3}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{14+5x-x^2} = \frac{5}{2}$$

$$\sqrt{14+5x-x^2} = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

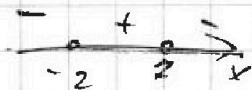
СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-x^2 + 5x + 14 \geq 0$$

$$D = 25 + 56 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{-2} = \begin{cases} 7 \\ -2 \end{cases}$$



$$x \in [-2, 7]$$

$$\begin{cases} -x^2 + 5x + 14 = \frac{25}{4} \\ -x^2 + 5x + 14 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x - \frac{31}{4} = 0 \quad (4) \\ x^2 - 5x + 2 = 0 \quad (5) \end{cases}$$

$$(4) \quad x^2 - 5x - \frac{31}{4} = 0$$

$$(5) \quad x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 + 31 = 56$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

~~011-9-009~~

$$O_{T-F}: \left\{ \frac{5-2\sqrt{14}}{2}; \frac{5+2\sqrt{14}}{2} \right\}; \left\{ \frac{5+2\sqrt{17}}{2}; \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right\};$$

$$\left\{ \frac{5-\sqrt{14}}{2}; \frac{5+\sqrt{14}}{2} \right\}; \left\{ \frac{5+\sqrt{17}}{2}; \frac{5-\sqrt{17}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

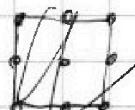
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№ 6 Имея лб-т нхп всего у нас получается
 $(n+1)^2$ узлов

Квадрат име. отн. своей диагонали, потому
рассмотрим пары узлов лежащих по однию сторону
от диаг. и на неей. Количество для дла 2x2



всего 4 узлов и

всего у лб-та 10×10 121 узл., тогда

способов выбрать 4 узла 2 точки

$$C_{121}^2 = \frac{121!}{119!2!} = 7260$$

но каждая точка имеет еще 3 см. точки,

пот сомн. при повороте на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$, то уж

$$X = \frac{C_{121}^2}{4} = 1815$$

Ответ: 1815



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

дано:

$\triangle ABC$

O_1 ($O_1; \frac{AB}{2}$)

M -сер. BC

O_2 ($O_2; \frac{AC}{2}$)

CL-бис.

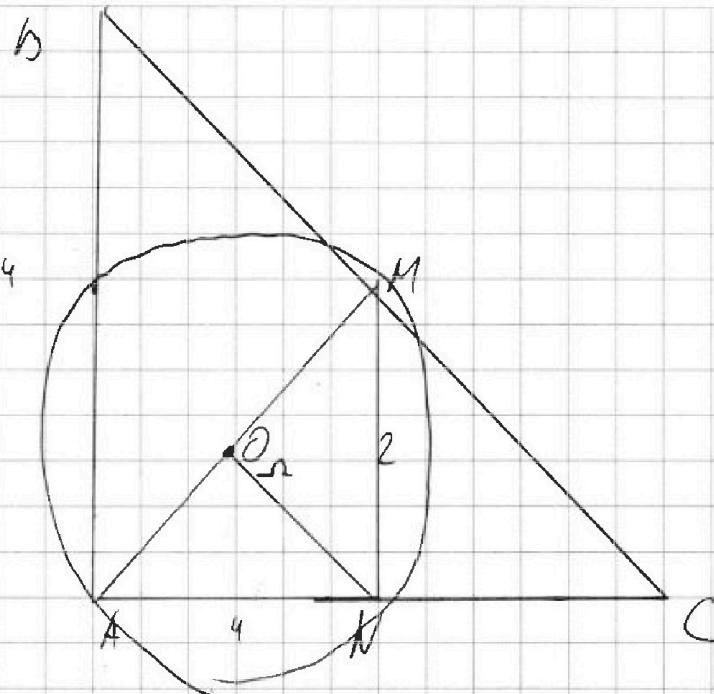
$BH \perp AC$

$PQ \parallel BH$

$O_1 \cap AC = N$

$HN = 4$

$AB = 9$



$$AO_1 = O_1 M = O_2 N \text{ т.е радиусы}$$

зл-ко $\angle AMN$ прямой $\angle N = 90^\circ$

получим $BH = 2MN$ т.к. PQ симн. с BH

получим что $AC = 2AB = 8$

$$BC = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}$$

$$\text{Отв: } 8; 4\sqrt{5}$$

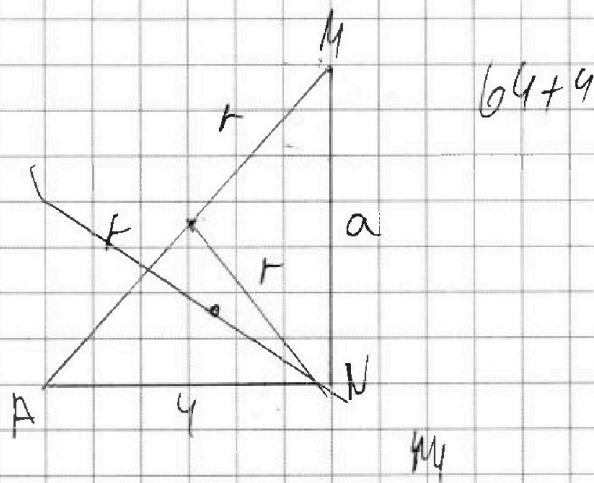
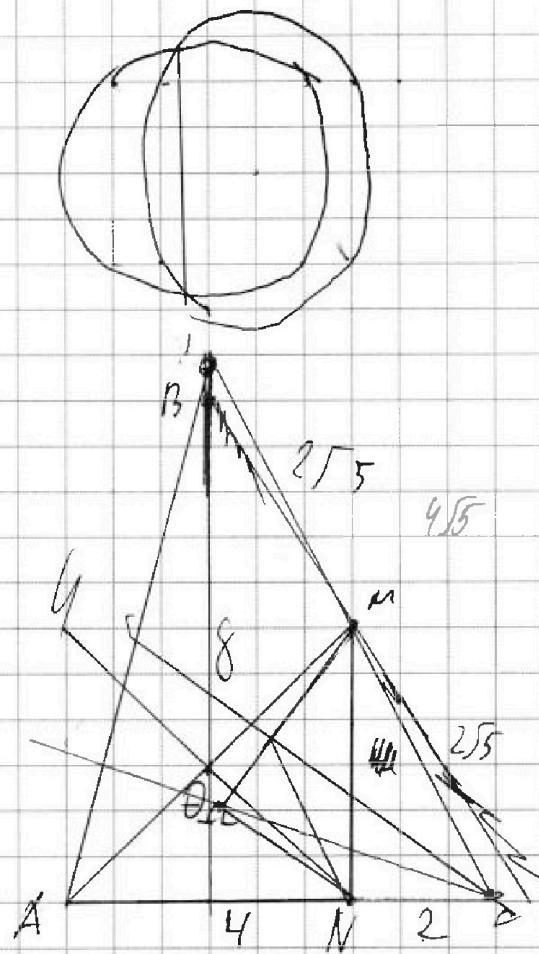
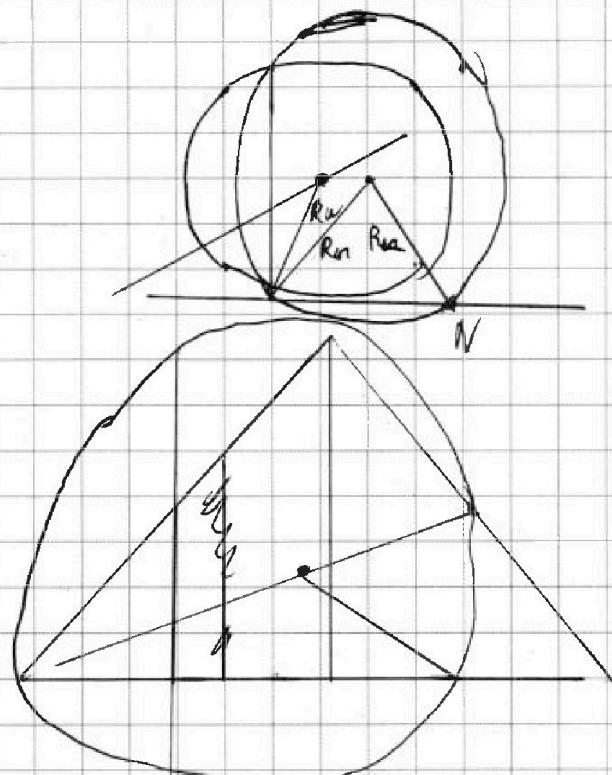


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 - 9 + 9\sqrt{5} = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$d = 4 + 3 - 9\sqrt{5} = \frac{4 - 9\sqrt{5}}{2}$$

$$(1 - \sqrt{5})^2 - 2 + 2\sqrt{5} = (1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5})^2 = 4$$

$$9(1 - \sqrt{5})^2 = 9 - 18\sqrt{5} \quad d = \frac{5 - 9\sqrt{5}}{4} =$$

$$= 9 - 18\sqrt{5} + 45 = 54 - 18\sqrt{5} = 27 - 9\sqrt{5}$$

$$\text{an } 1 - 2,2 = -1,2$$

$$6 - 1,2 \cdot 9 - 10,8 = -9,8$$

$$\frac{5,4}{2} = 2,7$$

$$(1,99 - 2,4)^2 = (1,6 - 2,4)^2 = 0,64$$

$$\frac{2,7}{10,8}$$

$$9 \cdot 1,2^2 = 9 \cdot 1,4 = 12,6$$

$$\frac{112}{4} =$$

$$60(1 - \sqrt{5}) = 6 - 9 + 9\sqrt{5} = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$(1 - \sqrt{5})^2 - 2 + 2\sqrt{5} = (1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5})^2 = 16$$

$$9 \cdot (1 - \sqrt{5})^2 = 9 - 18\sqrt{5} + 45 = 54 - 18\sqrt{5}$$

$$20 = 4 - (-3 + 9\sqrt{5}) = 12 + 9\sqrt{5} \quad 54 - 18\sqrt{5} - 16 = 38 - 18\sqrt{5}$$

$$19 - 9\sqrt{5}$$

$$\text{an } 12 + 9\sqrt{5} \quad 54 - 18\sqrt{5} + 3 - 9\sqrt{5} = 57 - 24\sqrt{5}$$

$$19 - 9\sqrt{5}$$

$$6 - 9/(1 + \sqrt{5}) = 12 - 3 - 9\sqrt{5}$$

$$(1 + \sqrt{5})^2 - 2 - 2\sqrt{5}/2 = (1 + 2\sqrt{5} + 5 - 2 - 2\sqrt{5})/2 = 16$$

$$9/(1 + \sqrt{5})^2 = 9 + 18\sqrt{5} + 45 = 54 + 18\sqrt{5} \quad \text{an } 38 - 18\sqrt{5}$$

$$9x(3x - x^2 + 2x)(3x + x^2 - 2x) = (x^2 + 5x)(x^2 + x) = 19 + 9\sqrt{5}$$

$$= -x^2(x - 5)(x + 1) \quad -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} -$$

$$(x^2 - x^2 - 9x^2 + 9x - 6 = 0 - \frac{9\sqrt{9 + 99}}{6} = -3 \pm \frac{\sqrt{99}}{6})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
из __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Номер задачи

при $x = 1$

$$(x+2)(2-y)$$

$$2x+14-xy + -y$$

$$x(x^2+3)$$

$$\begin{cases} d = \frac{(1+2)^2 - 6 + 9}{2} \\ d = \frac{9 - (1-2)}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = \frac{1-6+9}{2} \\ d = \frac{9-1}{4} \end{cases}$$

$$yy-7$$

$$\text{тогда } x = 14,5$$

$$\begin{aligned} x(x+3) / \sqrt{2x} &= y^2(9+3) / \sqrt{2} \\ x - y & \end{aligned}$$

$$\begin{cases} d = \frac{((1-\sqrt{5})^2 - 2(1-\sqrt{5}))^2 - 6 + 9(1-\sqrt{5})}{2} = \frac{19-9\sqrt{5}}{2} \\ d = \frac{9(1-\sqrt{5})^2 - ((1-\sqrt{5})^2 - 2(1-\sqrt{5}))^2}{2} = \frac{38-18\sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad \begin{aligned} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 &= 2\sqrt{6} \\ (x+2)(7-x) &= -4x + 14 - x^2 - 2x = \\ &= 14,5x \end{aligned}$$

$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-2}{2} \\ y \leq \frac{x+2}{2} \end{cases}$$

$$3g+6x$$

$$y = -2x$$

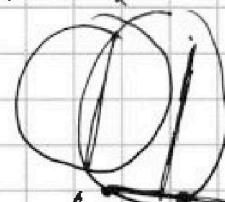
$$2x-y \leq 1$$

$$2x-y \geq 1$$

$$y \geq 2x-1 \quad y = 2x-1$$

$$y \leq 2x+1$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x}$$



$$y = 2x-1$$

$$y = \frac{1}{2}x+1$$

$$2x-1 = \frac{1}{2}x+1$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$y = \frac{8}{3}-1 = \frac{5}{3}$$

$$\begin{aligned} x &= 3 \cdot \frac{4}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = \\ &= 5 + 8 = 13 \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{2}x-1$$

$$y = \frac{1}{2}x+1$$

$$y = \frac{1}{2}x-1$$
</

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 2m - 14n =$$

$$= (m+2n)^2 - 2(m+2n) = (m+2n)(m+2n-2)$$

$$\beta = m^2n + 4mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

$$OD - u \quad U = m+2n$$

$$V = mn$$

$$U(U-4) \quad V(U+9)$$

$$U=4$$

$$U=11$$

$$U=18$$

$$P^2 = 4$$

$$P=2$$

I способ

$$U(U-4) = 11P^2$$

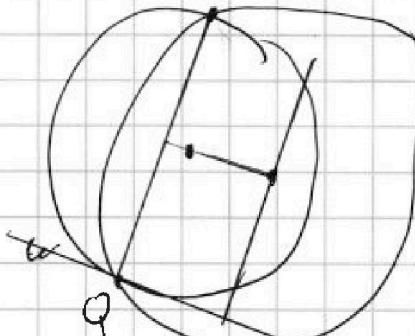
$$V(U+9) = 159^2$$

5

$$U(U-4) = 159^2$$

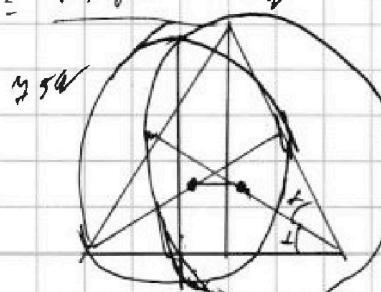
$$P \quad V(U+9) = 11P^2$$

$$U=11$$



$$V = \frac{1754^2}{409} = \frac{1754^2}{110^2}$$

$$V = \frac{1754^2}{409} = \frac{1754^2}{110^2}$$



$$U = 11 + \sqrt{44 + 144P^2}$$

$$U = 11 + \sqrt{44 + 300Q^2}$$

$$11 + \sqrt{44 + 96Q^2} = 25$$

$$\sqrt{44 + 96P^2} = 68$$

$$44 + 96P^2 = 68^2$$

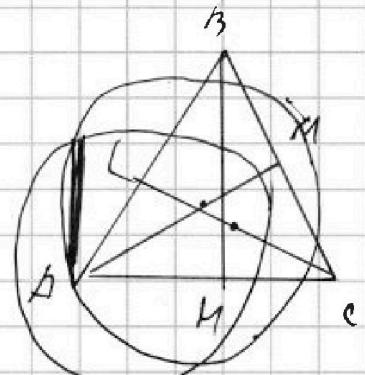
$$96P^2 = (68-4)(68+4)$$

$$96P^2 = 64 \cdot 72 - \text{не учт.}$$

$$11 + \sqrt{44 + 96P^2} = q$$

$$44 + 96P^2 = q^2 - 14q + 144$$

$$96P^2 = q(q-14)$$



$$4V = 159^2$$

$$V = 159^2 / 4$$

$$V = 159^2 / 15$$

$$U_{1,2} = \frac{11 + \sqrt{44 + 144P^2}}{2}$$

$$U^2 - 11U + 11P^2 = 159^2$$

$$V = 159^2 / 15$$

$$q = 159^2 / 15$$

$$q = 159^2 / 15$$

$$U^2 - 11U + 11P^2 = 0$$

$$49 + 360q^2 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{-49 + \sqrt{49 + 360q^2}}{2}$$

$$U = 11 + \sqrt{44 + 144P^2}$$

$$U = 11 + \sqrt{44 + 300Q^2}$$

$$11 + \sqrt{44 + 96Q^2} = 25$$

$$\sqrt{44 + 96P^2} = 68$$

$$44 + 96P^2 = 68^2$$

$$96P^2 = (68-4)(68+4)$$

$$11 + \sqrt{44 + 96P^2} = q$$

$$44 + 96P^2 = q^2 - 14q + 144$$

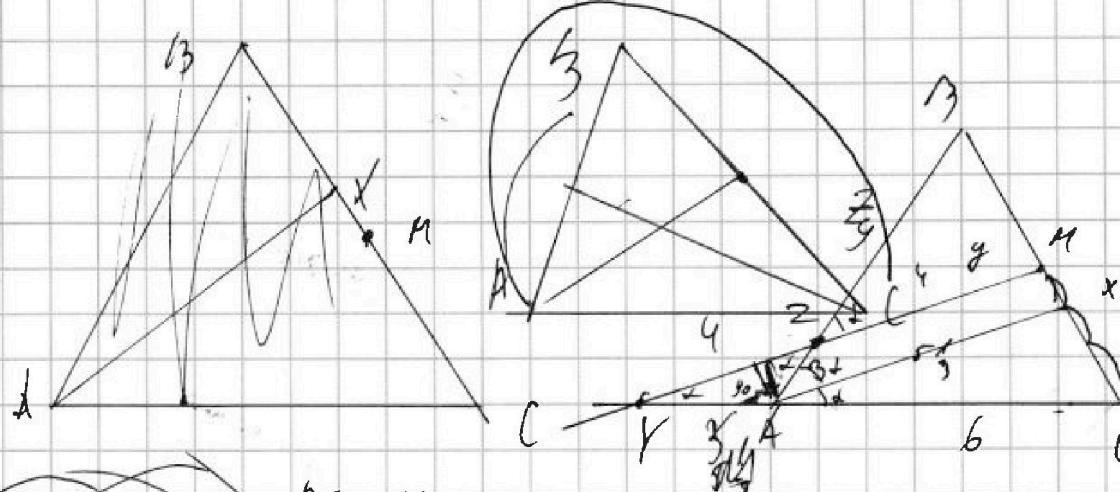
$$96P^2 = q(q-14)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{AM} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{u_3}{BC} = 1$$

$$\frac{6}{4} \cdot \frac{4}{2M} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{12}{4M} = 1 \quad AM \cdot ZM = 12$$

$$12 = xy \quad x = \frac{12}{y}$$

$$\frac{YC}{AC} = \frac{YM}{2M}$$

$$\frac{6+K}{6} = \frac{4+y}{y}$$

$$6y + 6K = 24 + 6y \quad xy = 24$$

$$x = 3$$

$$YC = 9$$

$$\begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{x+6} = 1$$

$$\frac{2}{z+3} =$$

$$yz = 3x + 18$$

$$\begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases} = 9 + 18$$

$$x = \frac{18}{(z-3)}$$

$$2 = 9$$

$$All \frac{f^2}{a^2} = 16 + 81 - 72 \cos x$$

$$\frac{f^2}{21} = 16 + 81 - 72 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$\frac{f^2}{a^2} = 64 + 81 - 144 \cos x$$

$$= 97 - 48 = 49$$

$$16 + 81 - 72 \cos x = 64 + 81 - 144 \cos x$$

$$\frac{f^2}{a^2} = 72$$

$$72 \cos x = 48$$

$$f^2 = 144$$

$$6 \cos x = 4$$

$$\cos x = \frac{2}{3}$$

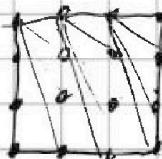


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



всего узлов 6

$$C_9^2 + C_8^2 + C_7^2$$

$$11 \cdot 11 = 121$$

9

$$9 \cdot 8 = 72$$

$$16-16 \quad 16 \cdot 3 \quad \cancel{121 \cdot 120} = 121 \cdot \cancel{8}$$

19

16-15-

$$7260/4 \quad \frac{121 \cdot 120}{8} = 121 \cdot 15$$

$$\frac{n+4}{2} \cdot 2 + 1$$

$$7260/4$$

62

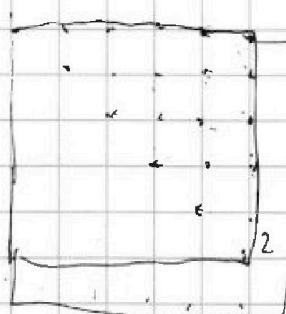
$$7260/4 \quad \frac{121 \cdot 120}{8} =$$

20

125

$$\sum_{n=1}^{n+1} \frac{n+1}{2}$$

$$\frac{n+1}{2} + \frac{n-1+1}{2} + \frac{n+2-2+1}{2} \dots \quad u=p \\ u-q=110$$



5+9+

$$\frac{2+12}{2} \cdot 11 \quad 2 \quad 39 \quad u=4$$

$$u-q=954$$

$$u-q=454$$

$$(n+1)^2 - (n+1) = 344 = 110$$

$$(n+1)^2 - n^2 = (n+1)(n+1-n)$$

$$n(n+1)$$

$$n(n+1) \quad 7260 \quad 2 \cdot 3 + (n+1)^2 - n$$

$$(n+1)^2 - n^2 + (n+1)n^2 - (n+1)^2 + (n+1)^2 - (n+1)^2$$

62

$$1+2+3+6$$

$$1+2+3+4+5=10$$

$$1+2+3+4+5=10$$

$$110+60+42+30+20+12+6+2=200+108+72+32+18+2=$$

$$110+60+42+30+20+12+6+2=200+108+72+32+18+2=$$

$$328+104+20=$$

11+2

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

$$A_{n+1}^2 =$$

$$= 492+20=452$$

$$A_n^2 =$$

$$= 226$$

$$A_5^2 =$$

$$= 226$$

$$A_6^2 =$$

$$= 226$$



$$\binom{2}{5} = 10$$

$$\binom{2}{6} = 6$$

$$2+11+75$$

$$1$$

$$226+301$$

$$C_5^2 = 16$$

$$234567656011$$

$$C_6^2 = 15$$

$$226$$

$$C_6^2 = 15$$

$$11$$

$$C_7^2 = 45$$

$$301$$

$$C_7^2 = 45$$

$$C_8^2 = 70$$

$$C_8^2 = 70$$

$$301$$

$$C_8^2 = 70$$

$$C_9^2 = 126$$

$$C_9^2 = 126$$

$$301$$

$$C_9^2 = 126$$

$$C_{10}^2 = 152$$

$$C_{10}^2 = 152$$

$$301$$

$$C_{10}^2 = 152$$

$$C_{11}^2 = 165$$

$$C_{11}^2 = 165$$

$$301$$

$$C_{11}^2 = 165$$

$$C_{12}^2 = 210$$

$$C_{12}^2 = 210$$

$$301$$