



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .
2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q - простые числа.
4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AH треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.
5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N1 \quad a_4 = 6-9x \quad a_6 = (x^2-2x)^2 \quad a_{10} = 9x^2 \quad a_n = a_1 + d(n-1) \text{ тогда } a_n - a_k = d(n-k) \text{ где } n > k$$

$$\begin{cases} a_6 - a_4 = 2d \\ a_{10} - a_6 = 4d \end{cases} \begin{cases} (x^2-2x)^2 - 6 + 9x = 2d \\ 9x^2 - (x^2-2x)^2 = 4d \end{cases} \begin{cases} \frac{(x^2-2x)^2 - 6 + 9x}{2} = d \\ \frac{9x^2 - (x^2-2x)^2}{4} = d \end{cases}$$

$$2((x^2-2x)^2 - 6 + 9x) = 9x^2 - (x^2-2x)^2$$

$$2(x^2-2x)^2 - 12 + 18x = 9x^2 - (x^2-2x)^2$$

$$3(x^2-2x)^2 - 12 + 18x - 9x^2 = 0$$

$$3x^2(x-2)^2 - 9x(x-2) - 12 = 0 \quad \text{об-м } x$$

$$x^2(x-2)^2 - 3x(x-2) - 4 = 0 \quad \text{об-м } t = x(x-2)$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \quad \text{по } t \text{ Виета и ей обр.}$$

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 3 \\ t_1 \cdot t_2 = -4 \end{cases} \begin{cases} t_1 = 4 \\ t_2 = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-2) = 4 \\ x(x-2) = -1 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 2x - 4 = 0 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \end{cases} \begin{matrix} (1) \\ (2) \end{matrix}$$

$$(1) \quad x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$(2) \quad x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$x = 1$$

$$\begin{cases} x = 1 - \sqrt{5} \\ x = 1 + \sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: $1 - \sqrt{5}; 1; 1 + \sqrt{5}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N 2 \quad \begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases} \quad \begin{cases} y \geq \frac{1}{2}x - 1 \quad (1) \\ y \leq \frac{1}{2}x + 1 \quad (2) \\ y \geq 2x - 1 \quad (3) \\ y \leq 2x + 1 \quad (4) \end{cases}$$

р-к Ф-ца

(1) $y = \frac{1}{2}x - 1$ - лин. ф-ца, г.р. - прямая

$$\begin{matrix} x & 0 & 2 \\ y & -1 & 0 \end{matrix}$$

(2) $y = \frac{1}{2}x + 1$ - лин. ф-ца, г.р. - прямая, г.р. н.г. $y = \frac{1}{2}x - 1$

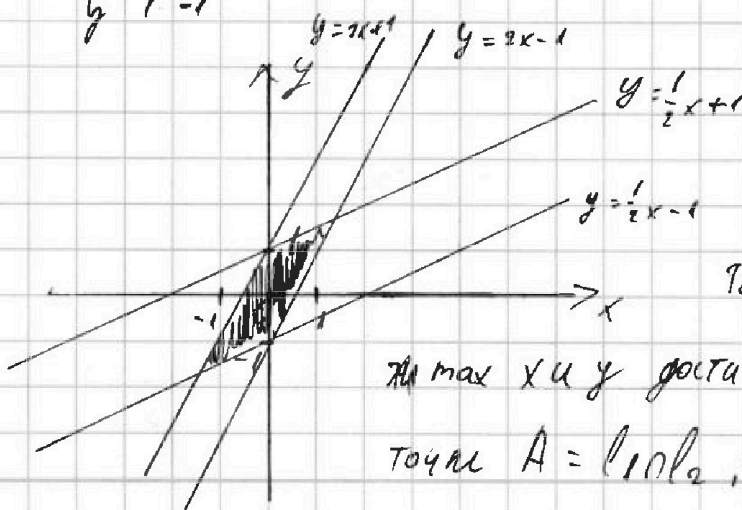
$$\begin{matrix} x & 0 & 2 \\ y & 1 & 2 \end{matrix}$$

(3) $y = 2x - 1$ - лин. ф-ца, г.р. - прямая

$$\begin{matrix} x & 0 & 1 \\ y & -1 & 1 \end{matrix}$$

(4) $y = 2x + 1$ - лин. ф-ца, г.р. - прямая

$$\begin{matrix} x & 0 & -1 \\ y & 1 & -1 \end{matrix}$$



- рам. экс-мин

г.о (0;0) уг-т все
нер-вал экс-мин

Поэтому из уг-на видно, что

макс x и y достигаются лишь в одной

точке $A = (1;0)$, где $l_1: y = \frac{1}{2}x + 1$
 $l_2: y = 2x - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

12 прог.

$$\frac{1}{2}x + 1 = 2x - 1$$

$$\frac{3}{2}x = 2$$

$$x = \frac{4}{3}$$

тогда $y = 2 \cdot \frac{4}{3} - 1 = \frac{5}{3}$ $A(\frac{4}{3}; \frac{5}{3})$

4 тогда $3y + 6x = 3 \cdot \frac{5}{3} + 6 \cdot \frac{4}{3} = 5 + 8 = 13$

Ответ: 13



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 прощ $\text{см} \ u = 79$, то $y^2 = 68$ $\text{т.к. } y = \sqrt{68}$ не прост. число

$\text{см} \ u = 82$, то $y^2 = 82$ $y = \sqrt{82}$ не прост. число

т.е. (т.к. $\text{т.к. } A = 45y^2$ $B = 11p^2$ н.а.н.)

Ответ: (5)3)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 2m - 14n = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$$

$$\begin{matrix} \text{об-м} & u = m+2n & u \in \mathbb{N} \\ & v = mn & v \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

$$1 \text{ случай } A = 11p^2 \quad B = 75q^2$$

$$\begin{cases} u(u-7) = 11p^2 \\ v(u+9) = 75q^2 \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

$$\frac{11p^2}{u(u-7)} = 1 \quad (1) \quad \frac{u(u-7)}{v(u+9)} = 1$$

и т.д. все числа $\in \mathbb{N}$, т.е.

либо $u = 11$ $u-7 = p^2$
либо $u = 7$ $u = 11p^2$

в первом случае $p^2 = 4$, т.е. $p = \pm 2$
р-мод. числ

во втором случае $u = 18$ $p^2 = 18$ т.е. $p = \sqrt{18}$ не целое число
не год. т.е. $u = 11$, тогда $v = 75q^2$
но $v = 15q^2$
 $v = \frac{15q^2}{4}$ т.е. $q^2 = 4$ и $q = \pm 2$
 $u = 11$ $v = 15$

$$\text{т.е. } \begin{cases} m+2n = 11 \\ mn = 15 \end{cases}$$

$$11n - 2n^2 - 15 = 0$$

$$2n^2 - 11n + 15 = 0$$

$$D = 121 - 120 = 1$$

$$n_{1,2} = \frac{11 \pm 1}{4} = \begin{cases} \frac{5}{2} \\ \frac{3}{2} \end{cases} \text{ не год. т.е. } n \in \mathbb{N}$$

тогда $n = 3$ $m = 5$

$$2 \text{ случай } A = 75q^2 \quad B = 11p^2$$

$$\begin{cases} u(u-7) = 75q^2 \\ v(u+9) = 11p^2 \end{cases} \quad (2) \quad (2) \quad \frac{75q^2}{u(u-7)} = 1$$

и т.д. все числа $\in \mathbb{N}$,
но $q^2 = 11$ и $q = \sqrt{11}$,
значит либо

$$\begin{matrix} u = 75 & u-7 = q^2 \\ \text{либо } u = q^2 & u-7 = 75 \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 Дано:

$\triangle ABC$

AX - выс.

$P \in AC \cap \perp AX$, $Q \in AB$

M - серед. BC

$P \cap AB = Z$

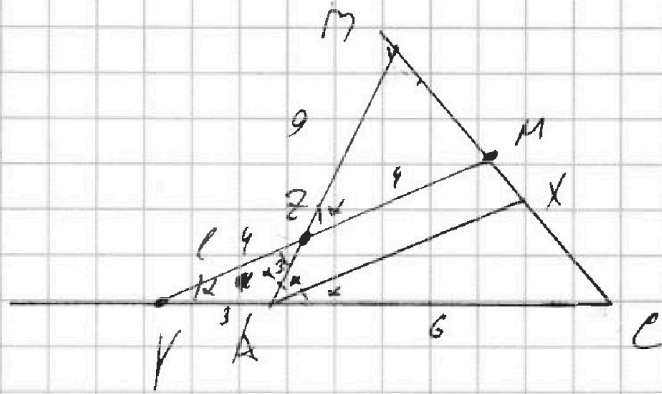
$P \cap AC = Y$

$AC = 6$

$AZ = 3$

$PZ = 4$

$BC = ?$



Од-н $YA = a$; $ZM = b$; $ZB = c$

пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда т.к AX - выс

$\angle BAX = \angle XAC = \alpha$ и т.к $ZM \parallel AX$ и сев AZ , то $\angle BZM = \alpha$

$\angle BZM = \angle YZA = \alpha$, т.к верт.

т.к $YM \parallel AX$ и сев YA , то $\angle MYA = \angle XAC = \alpha$ и т.д.

и YZA - пр-б т.к $YA = ZA = 3$

$\triangle CYM$ и сев AB т.к $YM \parallel AX$

$$\frac{CA}{a} \cdot \frac{YZ}{b} \cdot \frac{MB}{BC} = 1 \quad \frac{6}{3} \cdot \frac{4}{b} \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad b = 4$$

$\triangle CBM$ и сев MY т.к $MY \parallel AX$

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{C}{ZA} \cdot \frac{a}{a+AC} = 1 \quad \frac{1}{1} \cdot \frac{c}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1 \quad c = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4 шаг. 05-м $BM = d$ Тогда $BC = 2d$
($M = CM = d$)

Тогда в $\triangle BEM$ $7 \cdot \cos \alpha$

$$(1) d^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cos \alpha = 81 + 16 - 142 \cos \alpha = 97 - 142 \cos \alpha$$

в $\triangle MFC$ $7 \cdot \cos \alpha$

$$(2) d^2 = (b + 2y)^2 + (a + AC)^2 - 2(b + 2y)(a + AC) \cos \alpha =$$

$$= 64 + 81 - 144 \cos \alpha = 145 - 144 \cos \alpha$$

(1) = (2)

$$97 - 142 \cos \alpha = 145 - 144 \cos \alpha$$

$$142 \cos \alpha = 48$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\text{Тогда } d^2 = 97 - 142 \cdot \frac{2}{3} = 97 - 94\frac{2}{3} = 48\frac{1}{3} = 48$$

$$d = 7$$

$$2d = 14$$

Тогда $BC = 14$

Ответ: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{5} \begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 1 = 2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3 + 3x - 2y = y^3 - \sqrt{2x} + 3y & (2) \end{cases}$$

р. и к

$$x^2(x+3) + \sqrt{2x} = y^2(y+3) + 2\sqrt{y}$$

левая и правая ч. суммируем ал-мо ^{урав} ~~или~~ либо совп, либо никуда не ~~идет~~

$$x=y$$

$$(1) \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{14+5x-x^2} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \sqrt{-x} \sqrt{x+2} = u & \sqrt{7-x} = v \end{cases}$$

$$u^2 + v^2 = \sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\begin{cases} \sqrt{-x} \sqrt{x+2} = u & \sqrt{7-x} = v \end{cases}$$

$$\begin{cases} u^2 + v^2 = \sqrt{14+5x-x^2} \\ uv = \sqrt{14+5x-x^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + v^2 = 2x-5 & x+2+7-x=9 \\ uv = \sqrt{14+5x-x^2} \end{cases}$$

$$\text{тогда } (u-v)^2 = u^2 + v^2 - 2uv = 9 - 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

$$\text{возведем (3) в } \square \quad 9 - 2\sqrt{14+5x-x^2} = (2\sqrt{14+5x-x^2} - x)^2$$

$$\text{и } \sqrt{14+5x-x^2} = t \quad 9 - 2t = (2t - x)^2$$

$$4t^2 - 28t + 12t - 9 = 0 \quad 4t^2 - 26t + 9 = 0 \quad D = 169 - 96 = 205$$

$$2t^2 - 13t + 9 = 0$$

$$D = 169 - 160 = 9$$

$$t_{1,2} = \frac{13 \pm 3}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\begin{cases} \sqrt{14+5x-x^2} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{14+5x-x^2} = 4 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

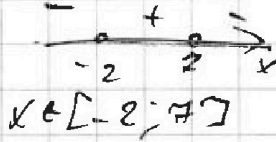
СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$-x^2 + 5x + 14 \geq 0$$

$$D = 25 + 56 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{-2} = \begin{cases} -7 \\ -2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} -x^2 + 5x + 14 = \frac{25}{4} \\ -x^2 + 5x + 14 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 5x - \frac{31}{4} = 0 & (4) \\ x^2 - 5x + 2 = 0 & (5) \end{cases}$$

$$(4) \quad x^2 - 5x - \frac{31}{4} = 0$$

$$D = 25 + 31 = 56$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2}$$

$$x_1 = 9,029$$

$$(5) \quad x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 8 = 17$$

$$x_{3,2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Отв: } \left\{ \frac{5 - 2\sqrt{14}}{2}, \frac{5 - 2\sqrt{14}}{2} \right\}; \left\{ \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2}, \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \right\};$$

$$\left\{ \frac{5 - \sqrt{17}}{2}, \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \right\}; \left\{ \frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

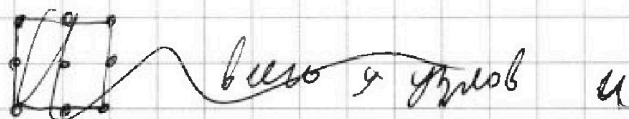
1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№6 идея 6-7 $n \times n$ всего у нас получается
 $(n+1)^2$ узлов

Квадрат или отн. своей диагонали, поэтому
рассмотрим пары узлов лежащих по одну сторону
от диаг. и на ней. Максимум для $n=10$ та 2×2



всего у $n=10$ та 10×10 121 узлы, поэтому
способов выбрать любые 2 точки

$$C_{121}^2 = \frac{121!}{119!2!} = 7260$$

но каждая точка имеет ещё 3 илии. точки,
пот. совп. при повороте на $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$, то есть

$$X = \frac{C_{121}^2}{4} = 1815$$

Ответ: 1815



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Дано:

$\triangle ABC$

$O_\Omega (O_\Omega; AM)$

M - серед BC

$O_\omega (O_\omega; \frac{AC}{2})$

CL - выс.

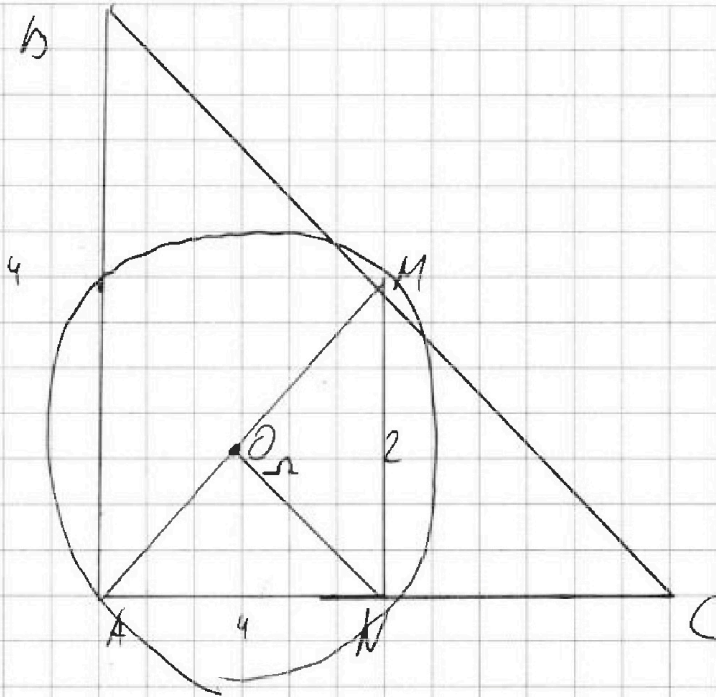
$BK \perp AC$

$PQ \parallel BA$

$O_\Omega \cap AC = N$

$HN = 4$

$AB = 4$



$AO_\Omega = O_\Omega M = O_\Omega N$ т.к радиусы

од-во $\triangle AMN$ прямоугол с $\angle N = 90^\circ$

поэтому $BK = 2MN$ $\triangle PQ$ совп. с этим

треугольником тогда $AC = 2AB = 8$

$BC = 64 + 16 = 4\sqrt{5}$

Отв-т: 8; $4\sqrt{5}$

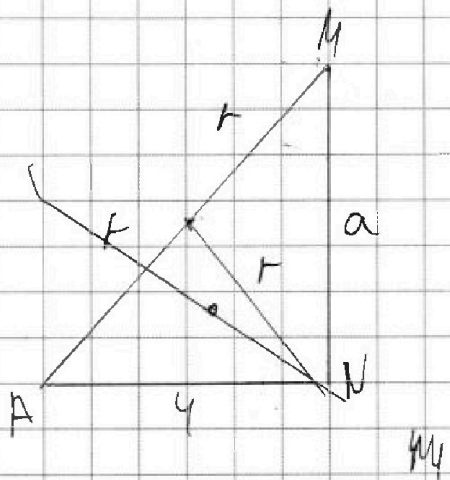
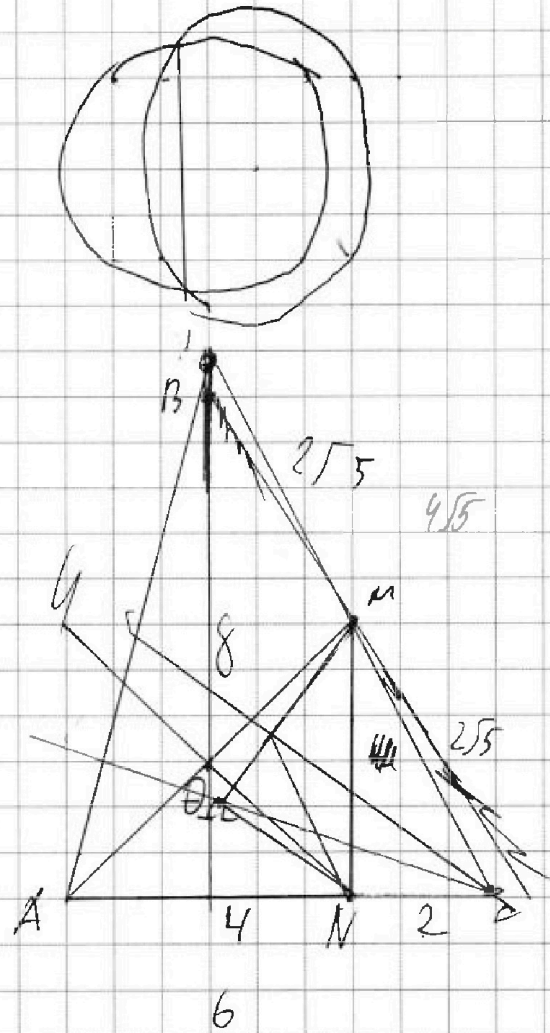
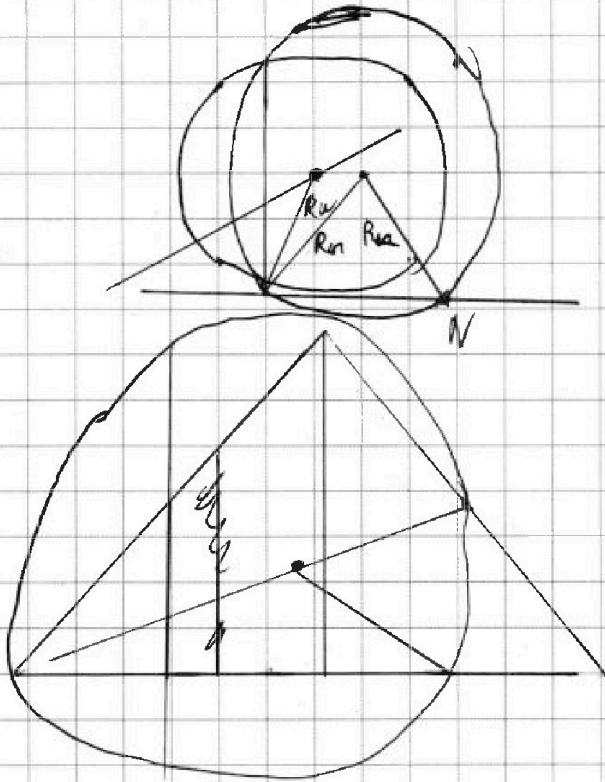


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



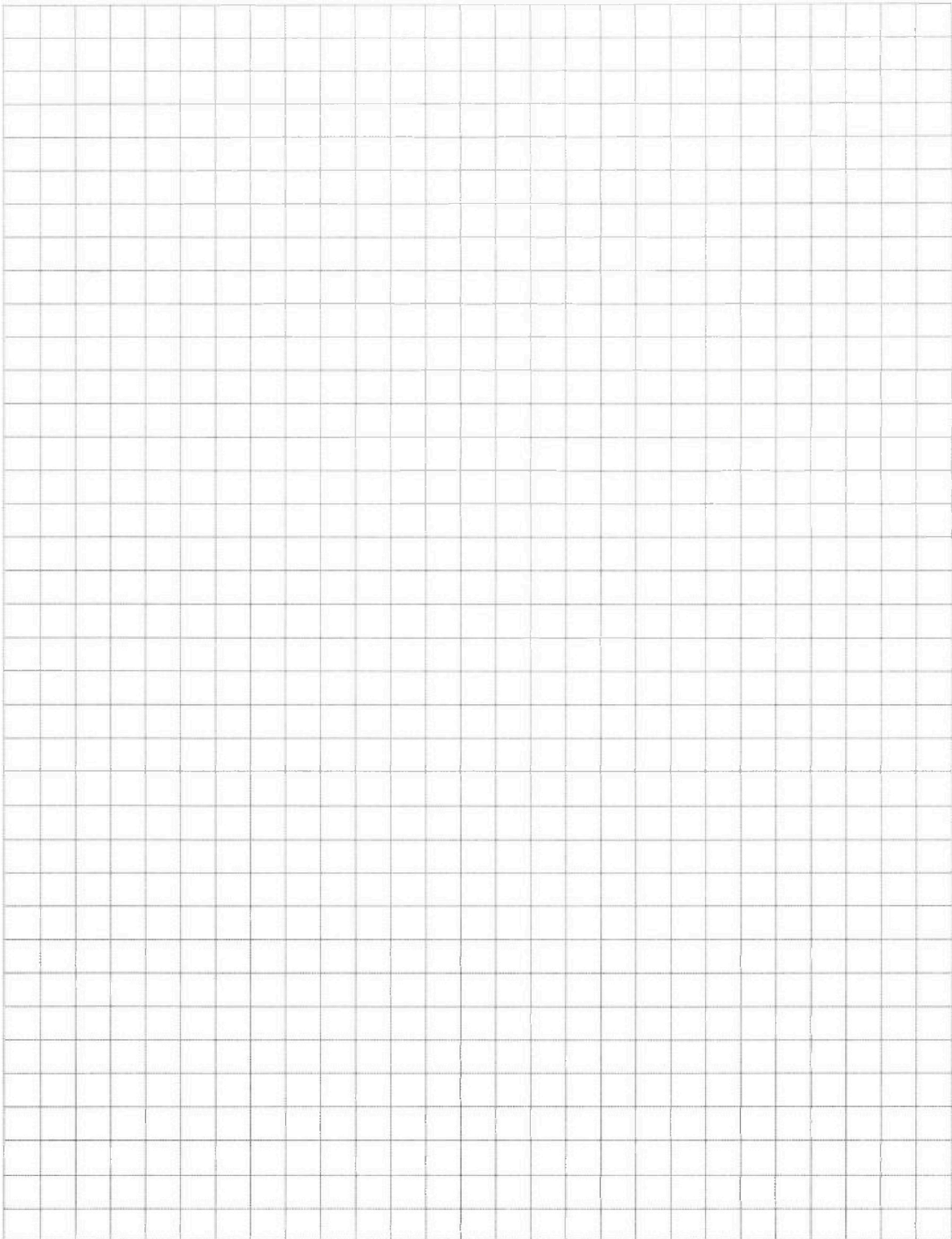


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$6 - 9 + 9\sqrt{5} = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$d = 4 + 3 - 9\sqrt{5} = 7 - 9\sqrt{5}$$

$$\left((1-\sqrt{5})^2 - 2 + 2\sqrt{5} \right)^2 = \left(1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} \right)^2 = 4$$

$$9(1-\sqrt{5})^2 = 9 - 9\sqrt{5} + 45 = 54 - 9\sqrt{5}$$

$$= 9 - 18\sqrt{5} + 45 = 54 - 18\sqrt{5} = 24 - 9\sqrt{5}$$

$$\text{или } 1 - 2,2 = -1,2$$

$$6 - 1,2 \cdot 9 = 6 - 10,8 = -4,8$$

$$\frac{5,4}{2} = 2,7$$

$$\left(1,94 - 2,9 \right)^2 = \left(6 - 2,4 \right)^2 = 0,64$$

$$\frac{2,7}{10,8}$$

$$9 \cdot 1,2^2 = 9 \cdot 1,4 = 11,8$$

$$\frac{11,2}{4} =$$

$$6(1-\sqrt{5}) = 6 - 9 + 9\sqrt{5} = -3 + 9\sqrt{5}$$

$$\left((1-\sqrt{5})^2 - 2 + 2\sqrt{5} \right)^2 = \left(1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} \right)^2 = 16$$

$$9 \cdot (1-\sqrt{5})^2 = 9 - 18\sqrt{5} + 45 = 54 - 18\sqrt{5}$$

$$2d = 4 - (-3 + 9\sqrt{5}) = 7 - 9\sqrt{5}$$

$$54 - 18\sqrt{5} - 16 = 38 - 18\sqrt{5}$$

$$4cd = 4(3 + 9\sqrt{5}) \cdot 54 - 18\sqrt{5} + 3 \cdot 9\sqrt{5} = 57 - 24\sqrt{5}$$

$$19 - 9\sqrt{5}$$

$$6 - 9(1+\sqrt{5}) = 6 - 9 - 9\sqrt{5} = -3 - 9\sqrt{5}$$

$$\left((1+\sqrt{5})^2 - 2 - 2\sqrt{5} \right)^2 = \left(1 + 2\sqrt{5} + 5 - 2 - 2\sqrt{5} \right)^2 = 16$$

$$9(1+\sqrt{5})^2 = 9 + 18\sqrt{5} + 45 = 54 + 18\sqrt{5}$$

$$38 + 18\sqrt{5}$$

$$9x(3x - x^2 + 2x)(3x + x^2 - 2x) = (-x^2 + 5x)(x^2 + x) =$$

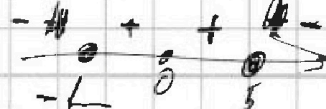
$$= -x^2(x-5)(x+1)$$

$$(x^2 - 2x)^2 =$$

$$9x^2 + 9x - 6 = 0$$

$$3x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
из

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Проверка при $x=1$ $(x+2)(17-y)$
 $y(x+14-y) + -2y(x^2+3)$

$$d = \frac{(1+2)^2 - 6 + 9}{2}$$

$$d = \frac{9 - (1-2)^2}{4}$$

$$d = \frac{1-6+9}{2}$$

$$d = \frac{9-1}{4}$$

$$xy = 7$$

$$x(x+3) + \sqrt{5}x = y^2(y+3) + \sqrt{5}y$$

$$x-y$$

при $x = 1 + \sqrt{5}$

$$d = \frac{((-1-\sqrt{5})^2 - 2(1-\sqrt{5}))^2 - 6 + 9(1-\sqrt{5})}{2} = \frac{19-9\sqrt{5}}{2}$$

$$d = \frac{9(1-\sqrt{5})^2 - ((1-\sqrt{5})^2 - 2(1-\sqrt{5}))^2}{4} = \frac{38-18\sqrt{5}}{4}$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 4 = 2\sqrt{xy}$$

$$(x+2)(17-x) = -17x + 14 - x^2 - 2x = -x^2 + 5x$$

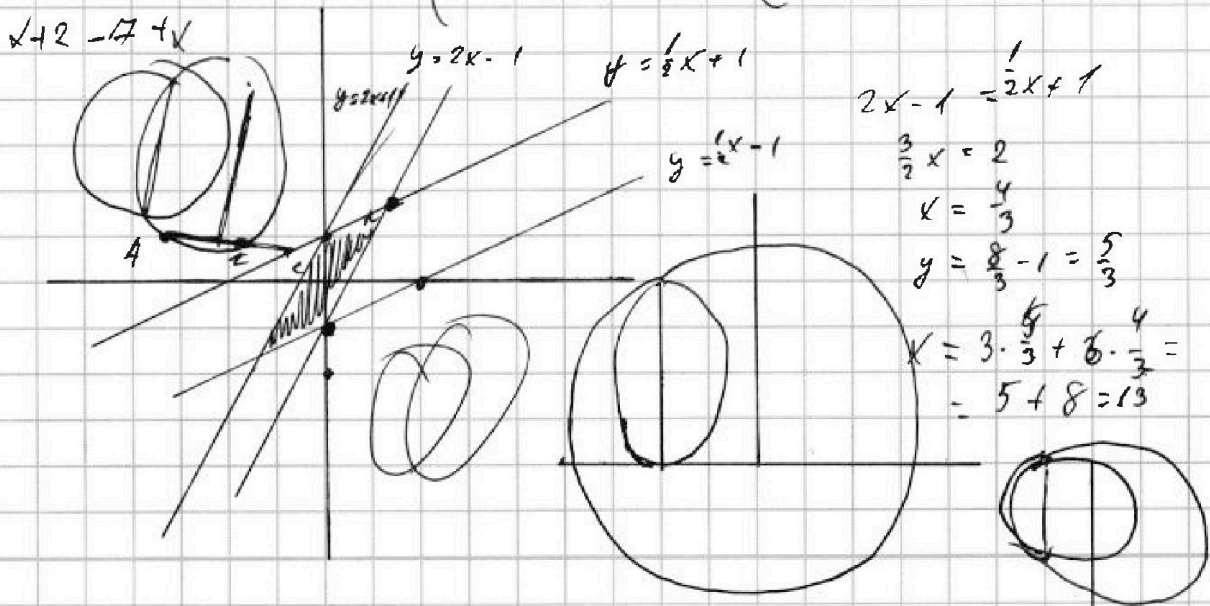
$$\begin{cases} |x-2y| \leq 2 \\ |2x-y| \leq 1 \end{cases}$$

$$3y+6x$$

$$y = -2x$$

$$\begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \\ 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y \geq \frac{x-2}{2} \quad y = \frac{1}{2}x - 1 \\ y \leq \frac{x+2}{2} \quad y = \frac{1}{2}x + 1 \\ y \geq 2x-1 \quad y = 2x-1 \\ y \leq 2x+1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = n^2 + 4mn + n^2 - 7n - 14h =$$

$$= (m+2h)^2 - 7(m+2h) = (m+2h)(m+2h-7)$$

$$B = m^2n + 9mn^2 + 9mh = mn(m+2h+9)$$

од-а $u = m+2h$

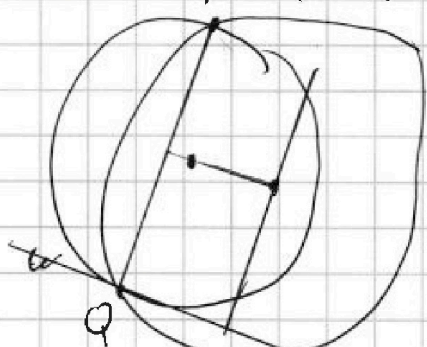
$v = mn$

$u(u-7) \mid 11$ $v(u+9)$ $11 \mid u$ $11 \mid u-7$

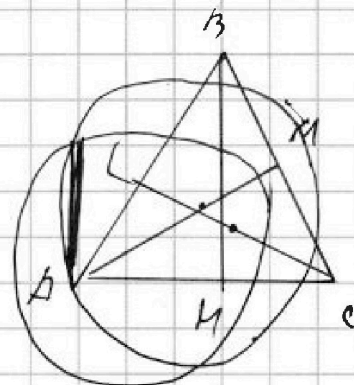
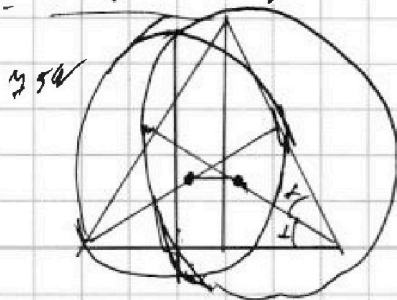
$u(u-7) = 11p^2$ $v(u+9) = 75q^2$

$u(u-7) = 75u^2$

$v(u+9) = 11p^2$



$v = \frac{11p^2}{u+9} = \frac{11 \cdot 49 + 44p^2}{11} = 7 + \sqrt{49 + 44p^2}$
 $v = \frac{75q^2}{u-7} = \frac{75 \cdot 49 + 300q^2}{11} = 7 + \sqrt{49 + 300q^2}$



$u = 18$ $p^2 = 4$ $p = 2$
 $90 v = 75q^2$
 $4v = 15q^2$
 $q^2 = \frac{4}{15}v$
 $v = 15q^2$
 $q^2 = \frac{4}{15} \cdot 15q^2$
 $q^2 = 4q^2$
 $1 \cdot q = 0$

$D = 49 + 44p^2 = 118$

$u_{1,2} = \frac{17 \pm \sqrt{49 + 44p^2}}{2}$

$u^2 - 7u + 11p^2 = 75q^2$

$u^2 - 7u - 75q^2 = 0$

$49 + 300q^2 = 0$

$u_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 300q^2}}{2}$

$u = 7 + \sqrt{49 + 44p^2}$

$u = 7 + \sqrt{49 + 300q^2}$

$7 + \sqrt{49 + 44p^2} = 25$

$\sqrt{49 + 44p^2} = 18$

$49 + 44p^2 = 68^2$

$44p^2 = (68-7)(68+7)$

$44p^2 = 61 \cdot 75$ - не целое.

$7 + \sqrt{49 + 44p^2} = 9$

$44 + 44p^2 = q^2 - 14q + 49$

$44p^2 = \frac{q(q-14)}{44}$

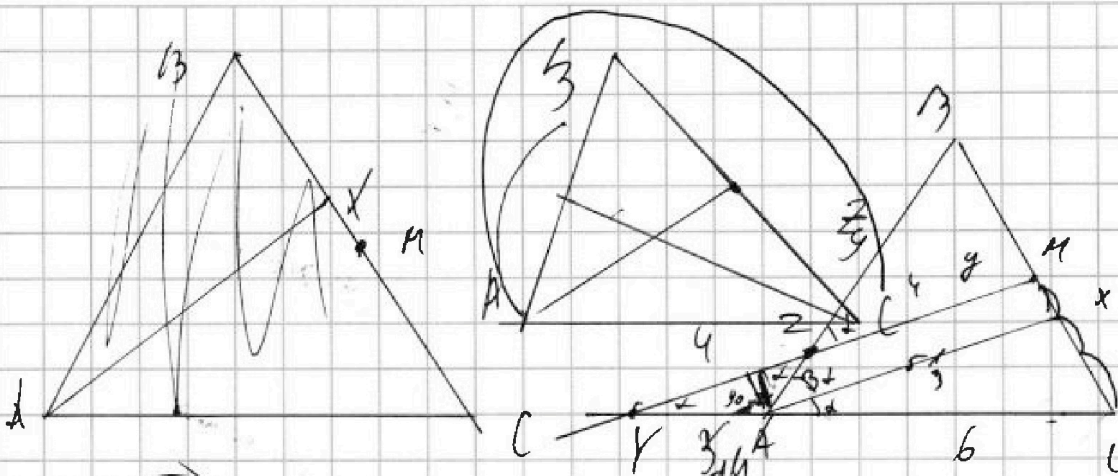
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
___ ИЗ ___

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{AV} \cdot \frac{VZ}{ZM} \cdot \frac{4b}{5c} = 1$$

$$\frac{6}{AV} = \frac{4}{2M} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{12}{AV \cdot ZM} = 1 \quad AV \cdot ZM = 12$$

$$12 = x \cdot y \quad x = \frac{12}{y}$$

$$\frac{VC}{AC} = \frac{VM}{2M}$$

$$\frac{6+x}{6} = \frac{4+y}{4}$$

$$4(6+x) = 6(4+y)$$

$$24 + 4x = 24 + 6y$$

$$4x = 6y$$

$$x = \frac{3}{2}y$$

$$x = 3$$

$$VC = 9$$

Handwritten scribbles

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{x+6} = 1$$

$$x \cdot 2 = 3(x+6)$$

$$x = \frac{18}{2-3}$$

$$3z = 9 + 18$$

$$z = 9$$

$$f^2 = 16 + 81 - 72 \cos x$$

$$\frac{f^2}{21} = \frac{16+81-72 \cdot \frac{2}{3}}{21}$$

$$\frac{f^2}{4} = \frac{64+81-144 \cos x}{4}$$

$$\frac{f^2}{2} = 17$$

$$f = 14$$

$$16+81-72 \cos x = 64+81-144 \cos x$$

$$72 \cos x = 48$$

$$6 \cos x = 4$$

$$\cos x = \frac{2}{3}$$

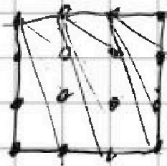


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

СТРАНИЦА
__ ИЗ __

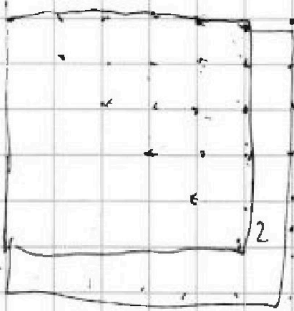
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



всего узлов $11 \cdot 11 = 121$
 $C_9^2 + C_8^2 + C_7^2$
 9
 $9 \cdot 8 = 72$

$16 \cdot 16 - 16 \cdot 3 = 121 \cdot 120 = 121$

$16 \cdot 15 = 7260 / 4 = 1815$
 $121 \cdot 120 = 14520 / 8 = 1815$
 $121 \cdot 120 = 14520 / 20 = 726$
 $\sum_{n=1}^{16} \frac{n+1}{2}$
 $\frac{n+1}{2} + \frac{n-1+1}{2} + \frac{n-2+1}{2} \dots$
 $\frac{n+1}{2} + \frac{n}{2}$
 $\frac{2+4}{2} \cdot 2 + 1 = 2+5$
 $u=p$
 $u-d=11^p$



$5+4+3+2 = 14$
 $34 \ 56 \ 78 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12$
 $\frac{2+12}{2} \cdot 11 = 2 \cdot 34 = 68$
 $u=d$
 $u-d=754$
 $u-d=254$
 $u-d=74$
 $(n+1)^2 - (n^2) = 2n+1$
 $121 = \frac{12 \cdot 120}{2} = (n+1)(n+1)$

$1+2+3+5 = 10$
 $1+2+3+4+5 = 15$

$n(n+1)$
 $n(n+1) = 7260$
 $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$
 $(n+1)^2 - n^2 + n^2 - (n^2) + (n-1)^2 - (n-2)^2$
 $2n^2$

$110 \cdot 50 + 42 + 30 + 20 + 12 + 6 + 2 = 100 + 128 + 72 + 32 + 18 + 2 = 226$
 $120 - 165 - 12 + 144 - 11 + 121 - 10 = 328 + 104 + 20 = 452 = 226 \cdot 2$

$\frac{n(n-3)}{2}$
 $C_5^2 = 10$
 $C_4^2 = 6$
 $C_3^2 = 3$
 $C_2^2 = 1$
 $11 \cdot 10 + 10 \cdot 9 + 9 \cdot 8 = 110 + 90 + 72 = 272$
 C_{n+h}^2
 $C_{11+11}^2 + C_{10}^2 + 10$

