



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

3. Задача 1

$$a_4 = 6 - 3x \quad a_6 = (x^2 - 2x)^2 \quad a_{10} = 9x^2$$

Это арифметическая прогрессия с членами ее разности d

$$a_{10} = 6d + a_4 \Rightarrow 9x^2 = 6d + 6 - 3x$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 3x - 6 = 6d \Rightarrow d = \frac{3x^2 + 3x - 2}{2}$$

$$a_6 = a_4 + 2d \Rightarrow (x^2 - 2x)^2 = 6 - 3x + 3x^2 + 3x - 2$$

$$\Rightarrow (x^2 - 2x)^2 = 3x^2 - 6x - 2 \quad x^2 - 2x = t$$

$$t^2 = 3t - 2 \quad t^2 - 3t + 2 = 0$$

$$t = 1, t = 2$$

$$x^2 - 2x \neq 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$x^2 - 2x = 2 \quad x^2 - 2x + 2 = 0 \quad x = \frac{2 \pm \cancel{\sqrt{4+8}}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

Ответ: $x = 1 \pm \sqrt{2}, x = 1 \pm \sqrt{3}$



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Часть Задача 2 Изобразим на графике систему неравенств, исходя из которых надо найти из условия

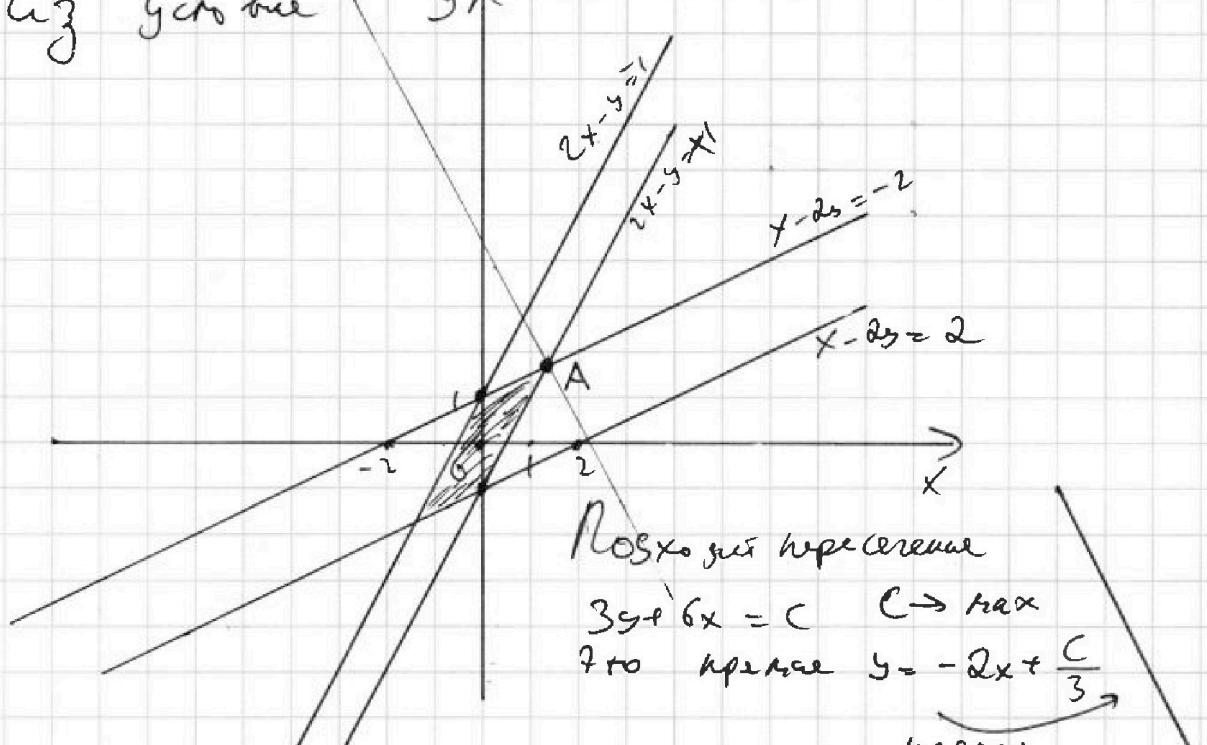
$$|x-2y| \leq 2 \Rightarrow \begin{cases} x-2y \leq 2 \\ x-2y \geq -2 \end{cases} \Rightarrow \text{Легкое методом пересечения}$$

аналогично $|2x-y| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x-y \leq 1 \\ 2x-y \geq -1 \end{cases}$

и $x-2y=2$ Легкое методом $2x-y=1$
 $\cap 2x-y=-1$

Легкое пересечение — множество решений системы из условие

из условия



Найдем пересечение

$$3y + 6x = c \rightarrow \text{нах}$$

$$\text{то } \text{прямая } y = -2x + \frac{c}{3}$$

найдем
вот такого вида

Нужно, чтобы одна прямая

проходила через некоторую точку пересечения и пересекала ось OS или можно было (тогда $c \rightarrow \text{нах}$)

Тогда она должна пройти через точку A (будет из рисунка)

Найдем координаты точки пересечения.

$$\rightarrow 2 \begin{cases} x-2y=-2 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Rightarrow 2x-1 = \cancel{x+2} \Rightarrow 4x-2 = x+2$$

$$\Leftrightarrow 3x = 5 \quad x = \frac{5}{3} \quad y = 2x-1 = \frac{5}{3} \quad 3(y+2x) = 3\left(\frac{5}{3} + \frac{5}{3} \cdot 2\right)$$

$$= 5 + 5 \cdot 2 = 15$$

Ответ: 15



1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7mn - 14n$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$$

$$\text{Предобразуем } A = (m+2n)^2 - 7(m+2n) = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = mn(m+2n+9)$$

Рассмотрим случай, когда $A = 11p^2$

$$\Rightarrow (m+2n)(m+2n-7) = 11p^2 = 11 \cdot p \cdot p \leftarrow \text{3 делителе}$$

$$m+2n > m+2n-7 \quad \begin{matrix} \text{должен быть распределен} \\ \text{среди 3 сомножителей} \end{matrix}$$

$$\text{Варианты: } \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=p \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{или} \\ \text{или} \end{matrix} \quad \begin{cases} m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases}$$

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \begin{cases} m+2n=11 \\ m+2n-7=p \end{cases} & \textcircled{2} \begin{cases} m+2n=11p \\ m+2n-7=p \end{cases} & \textcircled{3} \begin{cases} m+2n=11p^2 \\ m+2n-7=1 \end{cases} \\ \text{или } m+2n-7=11p & \text{или } m+2n-7=11 & \text{или } m+2n=1 \\ \text{или } m=11-p & \text{или } m=11-7 & \text{или } p^2 \text{ будет } 6 \text{ делителей} \\ \text{или } m=11-11p & \text{или } m=4 & (\text{11, } p \text{ - простые}) \end{array}$$

На первом \Leftrightarrow

$$\textcircled{1} \quad \text{Возьмем 2 уравнения } 11-p^2=7 \Rightarrow p^2=4 \quad p=2$$

$$\textcircled{2} \quad \text{Возьмем } 11p-p=7 \Rightarrow p(11-1)=7 \quad p=\frac{7}{10} \text{ - не целое}$$

$$\textcircled{3} \quad \text{Возьмем } 11p^2-1=7 \Rightarrow p=\sqrt{\frac{8}{11}} \text{ - не целое}$$

$$\textcircled{4} \quad p < 11p, \text{ но } m+2n > m+2n-7 \Rightarrow \text{такого не бывает}$$

$$\textcircled{5} \quad p^2 < 11 > 7 \quad p=\sqrt{18} \text{ не целое}$$

$$\textcircled{6} \quad 1-11p^2=7 \quad p^2=\frac{6}{11} \text{ не целое}$$

$$\Rightarrow \text{единственный вариант, когда } A=11p^2, \text{ при } p=2, \quad \cancel{m+2n=11}$$

$$\text{тогда число } B \quad mn(m+2n+9)=mn(11+9)=20mn=72q^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4mn=15q^2 \Rightarrow q:2 \Rightarrow q=2 \Rightarrow 4mn=60 \Rightarrow mn=15 \quad \begin{matrix} \text{или} \\ \text{или} \end{matrix} \quad \begin{cases} mn=15 \\ m+2n=11 \end{cases}$$

$$\text{Решим такую систему } m \cdot \frac{11-m}{2}=15 \Rightarrow -m^2+11m-30=0$$

$$m = \frac{-11 \pm \sqrt{121-120}}{-2} = \frac{-11 \pm 1}{-2} \quad m=6 \quad m=5 \quad m=6 \text{ не целое } \quad \begin{matrix} \text{или} \\ \text{или} \end{matrix} \quad \begin{matrix} 11 \\ 15 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{Всего две } A=11p^2 \text{ целые при } m=5 \text{ и } n=3 \quad p=2 \quad q=2$$

$$\text{Следовательно } B=11p^2 \Rightarrow mn(m+2n+9)=11p^2 \quad m+2n+9 \geq 1+1 \cdot 2+9 \geq 12$$

$$\Rightarrow m+2n+9 \neq 11, \quad m+2n+9 \neq 1 \Rightarrow m+2n+9=p \text{ или } m+2n+9=p^2$$

$$\text{Если } m+2n+9=p^2, \text{ то } mn=11 \Rightarrow (\text{либо } m \text{ либо } n)=11$$

$$\text{Вариант } m=11 \text{ и } n=1 \Rightarrow 1+2+9=12 \Rightarrow p=\sqrt{12} \text{ не целое}$$

$$n=11 \text{ и } m=1 \Rightarrow 1+2+9=p^2 \Rightarrow 12=p^2 \quad p=\sqrt{12} \text{ не целое}$$

$$\Rightarrow m+2n+9=p, \quad mn=11p^2 \Rightarrow (\text{либо } m \text{ либо } n) : p \Rightarrow (\text{либо } m \text{ либо } n)$$

$$\Rightarrow m+2n+9=p+9 \quad \begin{matrix} \text{или} \\ \text{или} \end{matrix} \Rightarrow \text{такого не бывает}$$

$$\Rightarrow B \text{ не может быть } p^2 \Rightarrow \text{если } B \text{ не } p^2 \text{ то } m+2n+9=p^2$$

$$\text{тогда } m+2n+9=p^2$$

$$\text{Ответ: } m=5 \quad n=3$$



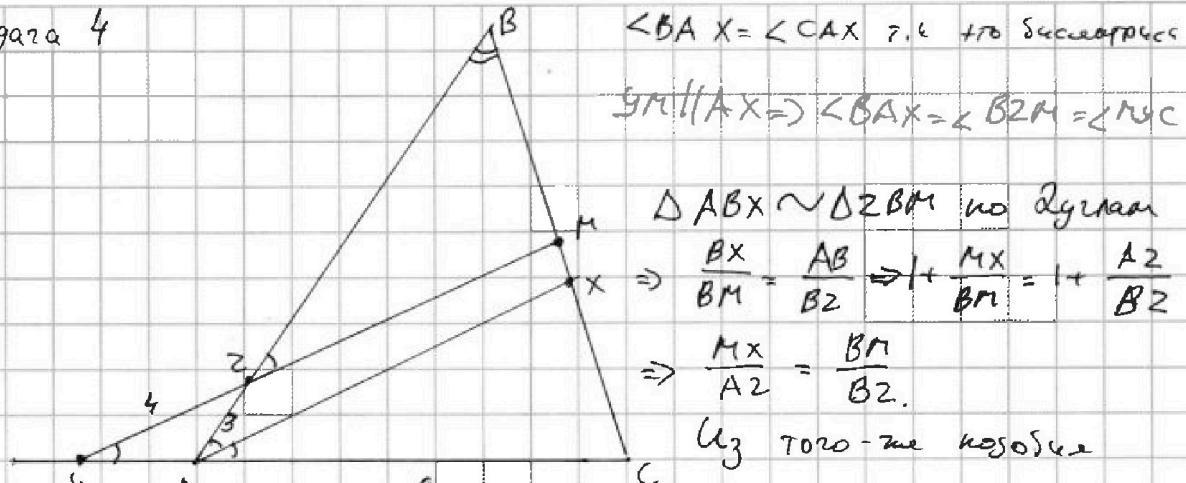
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4



$$\angle BAX = \angle CAx \text{ по } \text{внешний угол}$$

$$BM \parallel AX \Rightarrow \angle BAX = \angle B2M = \angle 1$$

$\triangle ABX \sim \triangle B2M$ по 2 углам

$$\Rightarrow \frac{BX}{BM} = \frac{AB}{B2} \Rightarrow \frac{MX}{BM} = 1 + \frac{A2}{B2}$$

$$\Rightarrow \frac{MX}{A2} = \frac{BM}{B2}.$$

Уз төрөл-жээ нөхөн

$$\frac{BM}{B2} = \frac{BX}{AB} \Rightarrow \frac{MX}{A2} = \frac{BX}{AB} \text{ Но } \text{бүхий } \text{внешний}$$

$$BX = \frac{AB}{AB+A2} \cdot BC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AB+A2} \cdot BC - \frac{BC}{2} = \frac{AB}{AB+A2} \cdot BC \Rightarrow \frac{\cancel{AB}}{\cancel{AB}+A2} \cdot \frac{\cancel{BC}}{AB} = \frac{BC}{AB+A2}$$

$$\Rightarrow \frac{AB-A2}{6(AB+A2)} \cdot BC = \frac{BC}{AB+A2} \Rightarrow \frac{AB-A2}{6} = 1 \Rightarrow \frac{AB-6}{6} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB=12 \Rightarrow B2=9 \text{ Но тн менделе } \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{AY} \cdot \frac{A2}{2B} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{6+YA}{YA} \cdot \frac{3}{9} = 1 \Rightarrow 18+3YA=9YA \Rightarrow YA=3$$

$$\text{Аналогично но тн менделе } \frac{YA}{AC} \cdot \frac{CB}{BM} \cdot \frac{M2}{2B} = 1 \Rightarrow \frac{3}{6} \cdot 2 \cdot \frac{M2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow M2=4 \text{ Нуц } \angle MGC = \angle, \text{ този тн менделе}$$

$$A2^2 = YA^2 + Y2^2 - 2YA \cdot Y2 \cdot \cos \alpha \Rightarrow B2^2 = 8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos \alpha \Rightarrow 4 = 2 \cdot 3 \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\text{Намен MC но тн cos. } MC^2 = YC^2 + YM^2 - 2YM \cdot YC \cos \alpha$$

$$\Rightarrow MC^2 = 9^2 + 8^2 - 2 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \frac{2}{3} = 81 + 64 - 32 \cdot 3 = 145 - 96 = 49$$

$$\Rightarrow MC^2 = 49 \Rightarrow MC = 7$$

$$BC = 2MC \Rightarrow BC = 14$$

$$\text{Ответ: } BC = 14$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$3 \text{ или } 5. \quad \begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2} \\ x^2 + 3x - 2\sqrt{2x} = 9 + 3x - \sqrt{2x} \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$x^2 + 3x + \sqrt{2x} = y^2 + 3y + \sqrt{2x} \Rightarrow x^2 + 3x + \sqrt{2x} = y^2 + 3y + \sqrt{2x}$$

$x, y \geq 0$, т.е. корень должен быть однозначен

~~хорошо~~ ~~хорошо~~

Рассмотрим f — функцию $f(x) = x^2 + 3x + \sqrt{2x}$

$f(x)$ — возрастающая \Rightarrow если $a > b$, то $f(a) > f(b)$

\Rightarrow Если $f(x) = f(y)$, то если $x \neq y$ то надо $f(x) > f(y)$ или

$$f(x) < f(y) \Rightarrow x = y$$

\Rightarrow к 1) второго уравнения следит, что $x = y$
поскольку 1) первое

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{14+5x-x^2}$$

предположим

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{7-x}$$

ограничение на уравнение $x \geq 0$ из промежутка

$$x \leq 7, \text{ т.е. } \sqrt{7-x} \text{ должна существовать при } x > 0 \sqrt{x+2}$$

существует
значение

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = \sqrt{(x+2) - (7-x)}$$

$$\sim (\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x})^2 = -x - 2 - 7 + x + 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} - 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 - 9 = 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} - 9 = -(\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x})^2$$

известно $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = t$, тогда $t + 7 - 9 = -t^2 \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$

$$\Rightarrow t = 1 \text{ или } t = -2$$

поскольку обратно \Rightarrow имеем $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$ или $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2$

~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~

первый случай ~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~ ~~хорошо~~ $\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 1$ Возьмем в квадрат

$$\Rightarrow (x+2) + (7-x) - 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 1$$

$$\Rightarrow 9 - 2\sqrt{x+2}\sqrt{7-x} = 1 \Rightarrow \sqrt{(x+2)(7-x)} = 4 \Rightarrow 14 + 5x - x^2 = 16$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0 \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{2} \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

~~хорошо~~ ~~хорошо~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{При } x = \frac{5-\sqrt{17}}{2} \quad \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9+\sqrt{17}}{2}} < 0$$

⇒ Такой корень не возможен. (т.е при его подстановке получается -1 а не \emptyset)

$$x = \frac{5+\sqrt{17}}{2} \text{ возможен, т.к. } \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} - \sqrt{\frac{9+\sqrt{17}}{2}} > 0$$

а значит ровен 1

$$\text{так как } \sqrt{\frac{9-\sqrt{17}}{2}} > 0$$

Второй случай

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = -2 \quad \text{невозможно} \quad \text{вот почему}$$

такой корень невозможен

так что корней нет

$$\Rightarrow Q = \sqrt{7-x} + \sqrt{x+2} \Rightarrow Q = (7-x) + (x+2) - 2\sqrt{(7-x)(x+2)}$$

$$\Rightarrow Q = 9 - 2\sqrt{7-x(x+2)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{7-x} \cdot \sqrt{x+2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 7-x^2+7x+14 = \frac{25}{4} \Rightarrow$$

$$-4x^2+20x+31=0 \quad x = \frac{-20 \pm \sqrt{400+16 \cdot 31}}{-8} = \frac{5 \pm \sqrt{56}}{2}$$

подстановка

$$\sqrt{\frac{9-\sqrt{56}}{2}} - \sqrt{\frac{9+\sqrt{56}}{2}} < 0 \Rightarrow x = \frac{5-\sqrt{56}}{2}$$

не возможен. Аналогично с правым верхним.

$$x = \frac{5+\sqrt{56}}{2} \text{ возможен}$$

$$\text{Ответ: } \left(x = \frac{5+\sqrt{17}}{2}; y = \frac{5-\sqrt{56}}{2} \right), \quad \left(x = \frac{5+\sqrt{56}}{2}; y = \frac{5+\sqrt{56}}{2} \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

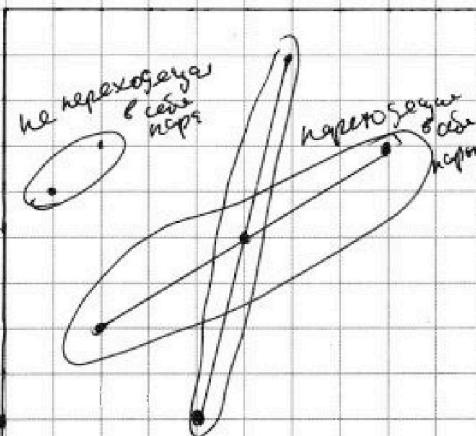
СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

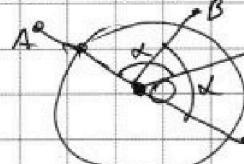
Задача 6

Что такое ~~расщепление~~ - способ изображения 2 точек.

Если все расщепление не идет сдвигом при изображении 90° или 270° то есть при изображении 80° в любую сторону, т.е. идет сдвиг точки $A \rightarrow A'$



Докажем, что где ~~расщепление~~ не идет сдвигом, если угол поворота был не 180° . Рассмотрим A, B - две точки, тогда расщепление изображается в A, B .



Если A' совпадет с B , то $\alpha = \angle AOB$
Если B' совпадет с A , то $\alpha = 360^\circ - \angle AOB$

$$\Rightarrow \angle AOB = 360^\circ - \angle AOB \Rightarrow \angle AOB = 180^\circ. \text{ Доказано.}$$

Значит все ~~расщепление~~ будет изображаться ~~сдвигом~~, кроме тех, в которых A, B - антиподы или отстоят от центра O на одинаковом расстоянии (кроме единицы).
Они будут изображаться ~~сдвигом~~

Всего таких $\frac{n^2}{2} =$ ~~расщеплений~~ переходящих в себе

$$\frac{(n-1)}{2} = 60 \quad \text{Всего расщепления } C_{11,2}^2 \Rightarrow \text{Расщепления}$$

не переходящих в себе $C_{11,2}^2 - 60$ ~~расщеплений~~ расщеплений в этом числе каждое из них с учетом изображения в 90° . (если угол поворота на $0, 90, 180, 270^\circ$ изображение, которое изображает изображение в изображении) \Rightarrow Уникальных

$$\frac{C_{11,2}^2 - 60}{4} + 60 = \frac{121 \cdot 120 - 60}{4} + \frac{60}{2} \\ = 121 \cdot 30 - 15 + 30 = 3645$$

Множ. $30 = 40000$ \Rightarrow ~~расщепления~~ 3645 ~~расщепления~~ Ошиб. 3645

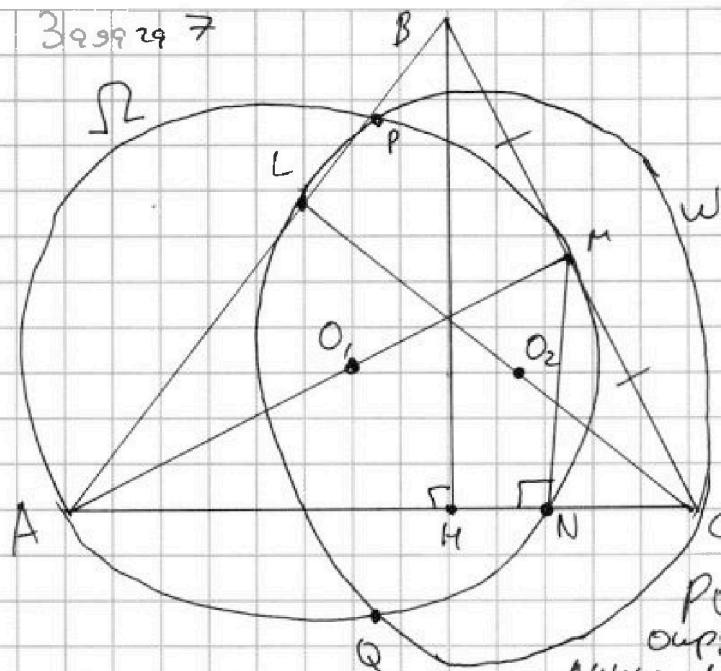
На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



$$\angle ANM = 90^\circ, \text{ т.к.}$$

это угол между радиусами
на диаметр

$$PQ \parallel BH, \text{ где}$$

H - основание высоты
из B
 $\Rightarrow PQ \perp AC$

PQ - перпендикуляр оси симметрии
однушкастей, она перпендикулярна
линия центров \Rightarrow линии центров $\parallel AC$

\Rightarrow середине AB, середине CC) $\parallel AC$.

Но есть O_1 - середина AB, O_2 - середина CL $\Rightarrow O_1, O_2 \parallel AC$

$\Rightarrow LM \parallel AC$, т.к. M 2-р. точка от AC и от O_1 ,
L 2-р. точка от AC и от O_2 , а $O_1 \neq O_2$
равноудалена от AC (условие параллельности) $\Rightarrow L, M$ - тоже
равноудалены.

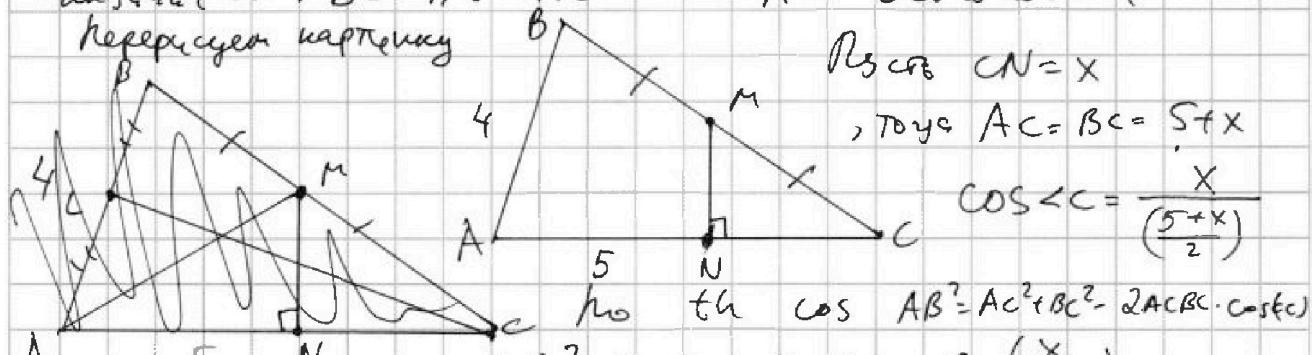
$M \in AC \Rightarrow$ M - средняя линия т.к. она же бисектриса
однушкастия стороны $\Rightarrow AL = CL \Rightarrow CL$ - и бисектрисы
угла $\Rightarrow ABC = 90^\circ$ $AC = BC$ AB - основание = 4

пересечем параллели

$$PQ \text{ ср } CN = x$$

$$, \text{т.к. } AC = BC = 5 + x$$

$$\cos C = \frac{x}{(5+x)}$$



$$\cos C = \frac{x}{(5+x)}$$

$$\cos^2 C = \frac{x^2}{(5+x)^2}$$

$$1 - \cos^2 C = 1 - \frac{x^2}{(5+x)^2} = \frac{(5+x)^2 - x^2}{(5+x)^2} = \frac{25 + 10x + x^2 - x^2}{(5+x)^2} = \frac{25 + 10x}{(5+x)^2}$$

$$1 - \frac{25 + 10x}{(5+x)^2} = 1 - \frac{25 + 10x}{25 + 10x + x^2} = \frac{x^2}{25 + 10x + x^2} = \frac{x^2}{x^2 + 10x + 25} = \frac{x^2}{(5+x)^2} = \frac{x^2}{25 + 10x + 25} = \frac{x^2}{50 + 10x} = \frac{x^2}{10(5 + x)} = \frac{x^2}{10x} = \frac{x}{10}$$

$$16 = 2(5+x)^2 \left(1 - \frac{x}{5+x}\right) = 2(5+x)^2 \left(\frac{5-x}{5+x}\right) = 2(5+x)(5-x) = 2 \cdot 5^2 - 2 \cdot x^2$$

$$16 = 50 - 2x^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

$$x = \pm \sqrt{13} \quad x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

Ответ: $AB = \sqrt{13}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

6-9x

$$(x^2 - 2x)^2$$

$$25 + 4 \cdot 5 - 2 + 4 \cdot 4 - 7 \cdot 5 - 4 \cdot 2$$

$$65 + 16 - 35 - 28$$

10

$$25 + 4 \cdot 5 + 9 \cdot 4 - 35 - 28$$

9x:

$$(x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x = 2d = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 9x - 6 = 2d \quad \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$$

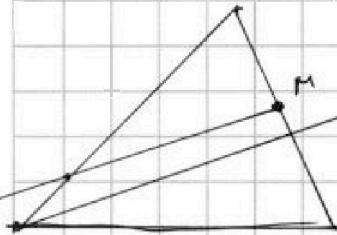
$$\frac{(x-2x)^2}{4} = 1 \quad x = \pm 2$$

$$m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = 0$$

$$(m+2n)^2 - 7(m+2n)$$

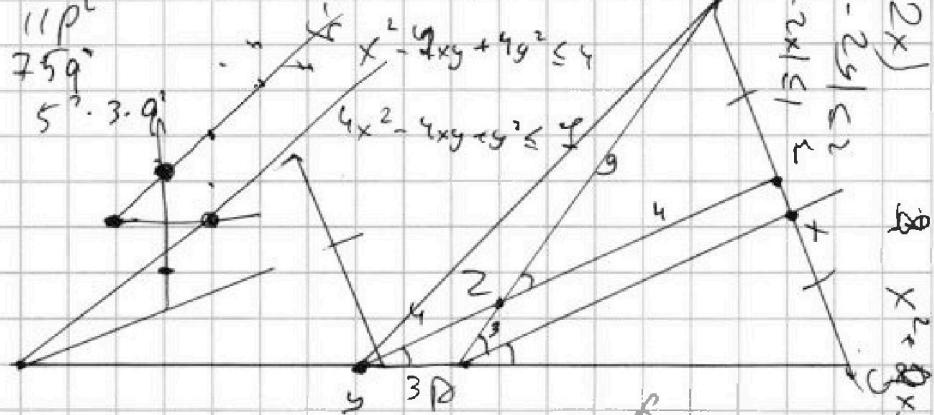
$$(m+2n-7)(m+2n)$$

$$mn(m+2n+9)$$



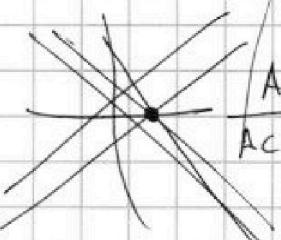
$$x^2 - 2x + 4^2 - 23 \cdot 4 \cos \alpha$$

$$2 = 7 \cdot \cos \alpha$$



$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + (x-y)^2}$$

$$A^3x + 3x = G^3y + 3y - \sqrt{2x} \quad \frac{BM}{Bx} = \frac{B2}{2A}$$



$$\frac{GA}{AC} = \frac{MX}{XC}$$

$$BC = 2 \cdot \frac{BX \cdot B2}{AB}$$

$$\frac{BM}{Bx} = \frac{B2}{AB} \Rightarrow BC = 2 \cdot \frac{BX \cdot B2}{AB}$$

$$\left(\frac{AB}{2AB+2Ac} - \frac{1}{2}\right) BC$$

$$\frac{AX}{AB} = \frac{Bx}{BM} = \frac{AB}{B2} \Rightarrow \frac{AX}{Bx} = \frac{A2}{B2} \Rightarrow \frac{AX}{AB} = \frac{Bx}{B2}$$

$$\left(\frac{AB - Ac}{2AB+2Ac}\right) BC / 3 = \left(\frac{AB}{AB+BC} - \frac{1}{2}\right) BC = \frac{BC}{AB+BC}$$

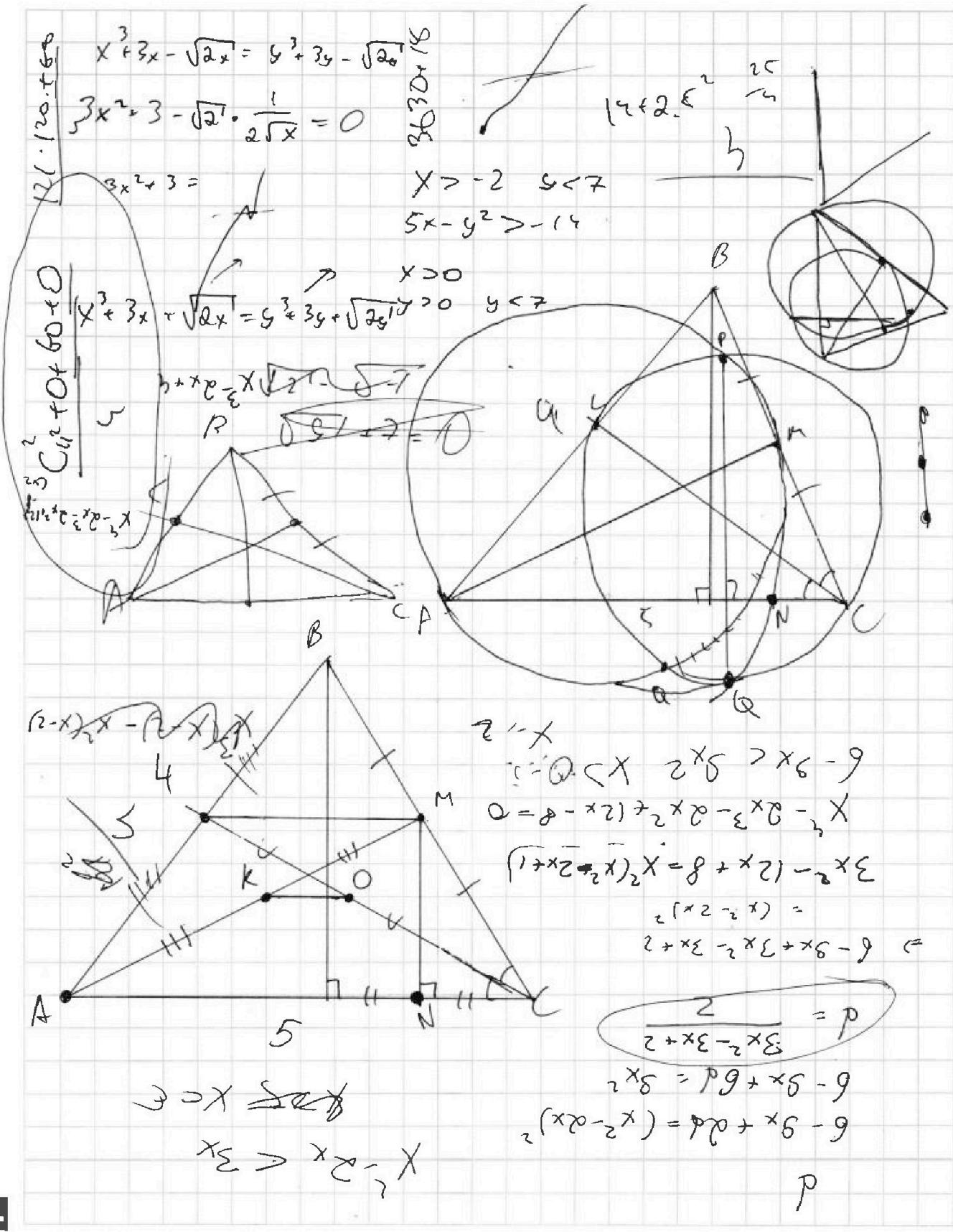
$$\frac{AB - Ac}{6} = 1 \quad \frac{AB}{6} = 1 \quad AB = 12$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!





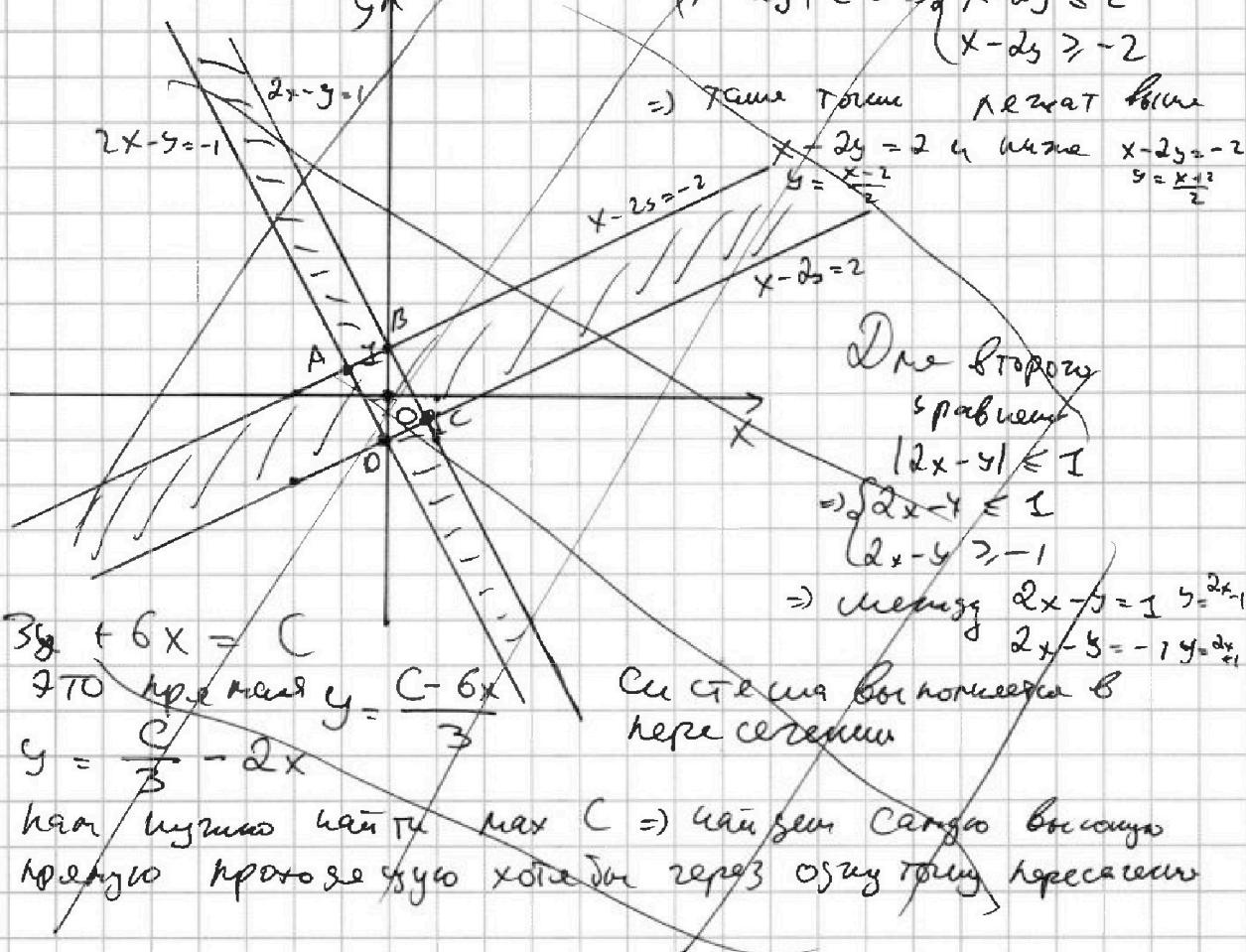
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2 Узбрекан на графике точки, находящиеся
ниже изображенного





На одной странице можно оформлять **только** одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!