МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7

1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6-9x$, шестой член равен $(x^2-2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x.

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y+6x$ при условии

$$\begin{cases} |x-2y| \leqslant 2 \\ |2x-y| \leqslant 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m,n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9mn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC, проходящая через середину M его стороны BC, пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC, если $AC=6$, $AZ=3$, $YZ=4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2}-\sqrt{7-y}+7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}, \\ x^3+3x-\sqrt{2y} = y^3-\sqrt{2x}+3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q. Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC, проведённой из вершины B. Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N. Найдите длины сторон AC и BC, если $AB=4$, $AN=5$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача ①

Пусть ~~первый член~~ — a_0 ~~$+d$~~, шаг прогрессии — d, первый член — $a_1 = a_0 + d$. Тогда $a_4 = a_0 + 4d$ (четвёртый член), $a_6 = a_0 + 6d$, $a_{10} = a_0 + 10d$.

Имеем: $\begin{cases} a_0 + 4d = 6 - 9x \\ a_0 + 6d = (x^2-2x)^2 \\ a_0 + 10d = 9x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2d = (x^2-2x)^2 - 6 + 9x \\ 4d = 9x^2 - (x^2-2x)^2 \end{cases} (*) \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x^2 - (x^2-2x)^2 = 2\left((x^2-2x)^2 + 9x - 6\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 9x^2 - 18x + 12 = 3(x^2-2x)^2 \quad |:3 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4 = (x^2-2x)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow \cancel{(x-1)(x-2)(x^2-x-2) = 0} \Leftrightarrow$

~~$\Leftrightarrow (x-1)(x-2)^2(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$. И при каждом таком x и d, удовлетворяющих $(*)$ (d сущ-ет для каждого x), взяв $a_0 = 6 - 9x - 4d$, получим требуемую прогрессию.~~

~~Ответ: $\{-1, 1, 2\}$~~

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{5} \end{array}\right.$. И при каждом таком x $\frac{a_{10} - a_6}{4} = \frac{a_6 - a_4}{2}$, а значит, выбирая $d = \frac{a_{10} - a_6}{4}$ и $a_0 = a_{10} - 10d$, получаем подходящую арифм. прогрессию.

Ответ: $\{1, 1+\sqrt{5}, 1-\sqrt{5}\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

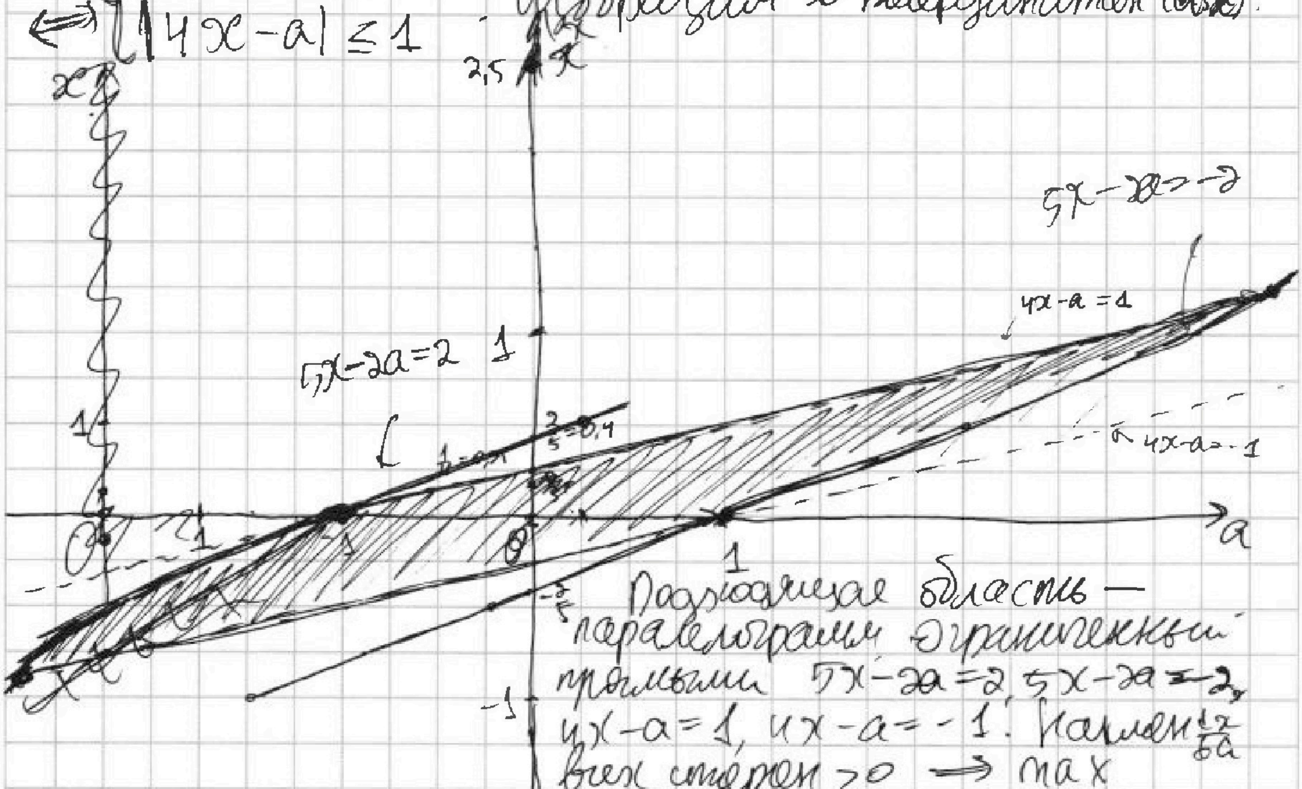
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача ②

Пусть $3a = 3y + 6x$. Тогда $3y+6x$ максимальна тогда же, когда и $a = y + 2x$ максимально.

$y = a - 2x \Rightarrow$ имеем ограничения $\begin{cases} |x-2(a-2x)| \le 2 \\ |2x-(a-2x)| \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |5x-2a| \le 2 \\ |4x-a| \le 1 \end{cases}$

Изобразим в координатах (a, x):



Подходящая область — параллелограмм, ограниченный прямыми $5x-2a=2$, $5x-2a=-2$, $4x-a=1$, $4x-a=-1$. Наклон всех сторон $>0 \Rightarrow$ max значение a достигается в самой правой вершине, в точке пересечения прямых $4x-a=1$ и $5x-2a=-2$.

Там $\begin{cases} 4x-a=1 \\ 5x-2a=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x-2a=2 \\ 5x-2a=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4x-1 \\ 3x=4 \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{4}{3}$, $a = \frac{16}{3} - 1 = \frac{13}{3}$. (Если мы не в этой вершине, можно сдвинуться $\parallel$ одной из сторон и увеличить a)

~~Ответ: $\frac{13}{3}$~~ Но тогда искомое выражение

$3y + 6x = 3a = \frac{13}{3} \cdot 3 = 13$.

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 3

$A = m^2+4mn+4n^2-7m-14n = (m+2n)(m+2n-7)$

$B = m^2n+2mn^2+9mn = mn(m+2n+9)$.

I. Пусть $A=11p^2$, $B=75q^2$.

1) $\underbrace{(m+2n)}_{\geq 3}(m+2n-7)=11p^2$. $11p^2$ можно разложить на 2 ~~натур.~~ [illegible] множителя, один из которых точно хотя бы (≥ 3) только как $1\cdot(11p^2)$, $p\cdot(11p)$, $(p^2)\cdot 11$.

а) $m+2n\geq 3$, значит, если есть множитель 1, то это $m+2n-7=1$, тогда $m+2n=8$ и $11p^2=8$, что не бывает верно)

б) Если $\{m+2n, m+2n-7\} = \{p, 11p\}$, то разность множителей равна ± 7 и должна быть равна $\pm 10p$, чего не бывает.

в) Тогда $m+2n$ и $m+2n-7$ это p^2 и 11 в каком-то порядке. $11+7=18\neq p^2$, значит $m+2n=11$, $m+2n-7=4=2^2$.

Таким образом (m,n) удовл. условию на A здесь при $m+2n=11$ и только при нём

2) Тогда $B = mn(m+2n+9) = m\cdot n\cdot(11+9) = \overset{\vdots 2}{20mn} = 75\overset{\vdots 2}{q^2}$ может выполняться лишь при $q=2$, т.к. $75 \not\vdots 2$. Тогда

$\begin{cases} 5mn = 75 \cdot 17 \\ m+2n=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\cdot 2n = 34 \\ m+2n=4 \end{cases} \Leftrightarrow m$ и $2m$ — корни $t^2-4t+34$,

~~m, 2n=~~ но у этого ур-я $D_1 = 4-34<0$ и нет веществ. корней. Значит, при таком порядке A и B не получаем решений вовсе.

II. Пусть теперь $A=75q^2$, $B=11p^2$.

1) ~~mn(2m~~ $m\cdot n\cdot\underbrace{(m+2n+9)}_{\geq 12}=11p^2$. Имеем $m+2n+9\geq 12$, $m+2n+9>m,n$.

Всего есть разложения $11p^2$ как $1\cdot 1\cdot 11p^2$, $11\cdot p^2\cdot 1$, $11p\cdot p\cdot 1$, $11\cdot p\cdot p$.

При $m=1$ $m+2n+9 \vdots 2 \Rightarrow$ решение м.б. если только $11p^2 \vdots 2$, т.е. $p=2$. Тогда $n(2n+10)=11\cdot 4$, $n(n+\cancel{5})=22=2\cdot 11$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

решений очевидно не получаем.
Значит, $m>1$.

Если $n=1$, получаем $m(m+11)=11p^2$. ~~При $m \not\vdots 11$~~

$m(m+11) \not\vdots 11$, при $m \vdots 11$ $m(m+11) \vdots 11^2 \Rightarrow 11p^2 \vdots 11^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow p=11$. Имеем $m=11\tilde{m}$,

$11\tilde{m}(11\tilde{m}+11)=11\cdot 11^2 \,|:11^2 \Rightarrow \tilde{m}(\tilde{m}+1)=11$,
такого не бывает ($2\cdot 3=6$, $3\cdot 4=12>11$, ф-я $\tilde{m}(\tilde{m}+1)$ монотонно $\nearrow$ на $\mathbb{N}$)

• Тогда остаётся лишь вариант разложения $p\cdot p\cdot 11$. 1) Если $m=11$, получаем, что опять $m+2n+9 \vdots 2$ и $p=2$, $\cancel{11}\cdot n(2n+20)=\cancel{11}\cdot 4 \Rightarrow n(2n+20)=4$, нет нат. решений, т.к. $2n+20\geq 22$, $n\geq 1$.

2) Если $n=11$, имеем $m\cdot \cancel{11}\cdot(m+31)=\cancel{11}p^2$

$m(m+31)=p^2$ возможно лишь при $m=1$, $m+31=p^2$, но даже тут не выполняется

3) ~~Тогда~~ Как было сказано, $m+2n+9\geq 12 \Rightarrow$ не может быть равно 11.

Значит, разложение $11p^2=p\cdot p\cdot 11$ тоже не даст решений.

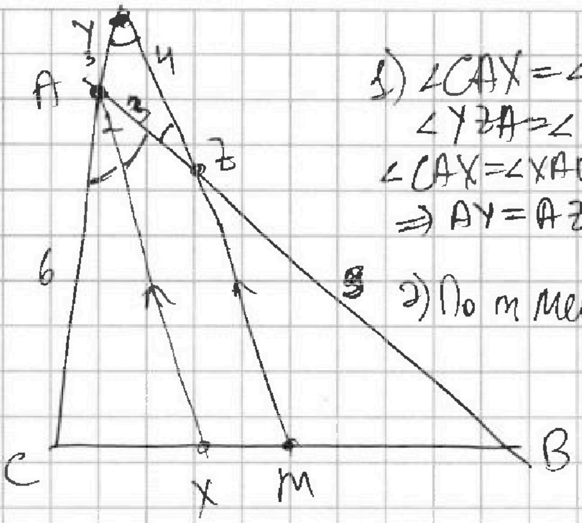
Итого всего таких пар (m,n) не сущ-ет.

Ответ: 0

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle CAX = \angle CYZ$ как соотв. при $AX \parallel ZM$,
$\angle YZA = \angle ZAX$ как внутр. накрест леж.,
$\angle CAX = \angle XAB \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AYZ$ р/б $\Rightarrow$
$\Rightarrow AY = AZ = 3$; $YC = YA + AC = 3 + 6 = 9$

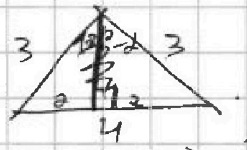
2) По т. Менелая для $\triangle ABC$ и сек. $M - Z - Y$:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{BZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$\boxed{BZ = 9}$$

Тогда $AB = AZ + ZB = 12$



3) Пусть $\angle BAC = \alpha$, тогда $\angle ZAY = 180° - \alpha$.

Из р/б $\triangle AYZ$, ~~проведя высоту - медиану, найдём~~
по th косинусов $4^2 = 3^2 + 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos\alpha \Rightarrow$
$(\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha)$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{16 - 9 - 9}{2 \cdot 9} = -\frac{1}{9}.$$

4) Тогда по th косинусов в $\triangle ABC$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{9} = 36 + 144 + 16 = 144 + 52 = 196 = 14^2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow BC = 14$

Ответ: 14

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 5

1) $\begin{cases} \sqrt{x+2}-\sqrt{7-y}+7=2\sqrt{14+5x-y^2} & (1) \\ x^3+3x-\sqrt{7y}=y^3-\sqrt{2x}+3y & (2) \end{cases}$ (*)

$(2) \Leftrightarrow x^3+3x+\sqrt{2x}=y^3+3y+\sqrt{7y}$. Ур-е ~~Система~~

имеет смысл только при $x,y\geq 0$ ~~(иначе при всех ...)~~

на $[0;+\infty)$ ф-я $f(t)=t^3+3t+\sqrt{2t}$ монотонно возрастает

$\Rightarrow x=y\geq 0$.

2) $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x=y\geq 0 \\ \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7=2\sqrt{(x+2)(7-x)} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}=2\sqrt{(x+2)(7-x)}-7 \Big|^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \cancel{x}+2+7-\cancel{x}-2\sqrt{(x+2)(7-x)}=\left(2\sqrt{(x+2)(7-x)}-7\right)^2$.

Пусть $y=2\sqrt{(x+2)(7-x)}$. Имеем

$9-y=(y-7)^2 \Leftrightarrow y^2-13y+40=0 \Leftrightarrow y=\frac{13\pm\sqrt{169-160}}{2}=$

$=\frac{13\pm 3}{2}=\left[\begin{array}{l}8\\5\end{array}\right.$. Значит,

$\left[\begin{array}{l} 2\sqrt{(x+2)(7-x)}=8 \\ 2\sqrt{(x+2)(7-x)}=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+5x+14=16 \\ -x^2+5x+14=\frac{25}{4} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-5x+2=0 \\ x^2-5x-7{,}75=0 \end{array}\right.$

$\frac{25}{4}=6{,}25$; $7{,}75=\frac{31}{4}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2} \\ 4x^2-20x-31=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2} \\ x=\frac{10\pm\sqrt{100+124}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{25+31}}{2}=\frac{5\pm 2\sqrt{14}}{2} \end{array}\right.$

56

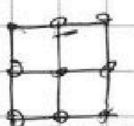
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



1) Всего есть $(10+1)^2 = 11^2 = 121$ чёрный узел.

I. ~~Пусть~~ Посчитаем сначала кол-во раскрасок, в которых центральный узел чёрный (это св-во инвариантно отн. поворотов).

Всего есть C_{120}^2 способов выбрать так два белых узла. Однако при таком подсчёте мы посчитали два раза способы выбрать с точностью до поворота два ~~узл~~ симметричных отн. центра узла, и четыре раза — все остальные ~~способы с точностью до поворота~~ классы способов.

Первых ~~способов~~ таких раскрасок ~~с точностью~~ всего $\frac{120}{2} = 60$, а с точностью до поворотов $\to 30$.

Остальных мы посчитали $C_{120}^2 - 60 = \frac{120 \cdot 119}{2} - 60 = 60 \cdot 118$, а с точностью до поворота их в 4 р. меньше, т.е. $\frac{60 \cdot 118}{4} = 30 \cdot 59$.

Итого всего здесь $30 + 30 \cdot 59 = 30 \cdot 60 = 1800$ классов ~~спос~~ раскрасок.

II. Если центральный узел белый, второй белый узел есть 120 способов выбрать, и каждая такая раскраска входит в один класс (мн-во раскрасок, переводящихся поворотами) с тремя другими.

Значит, классов здесь $\frac{120}{4} = 30$.

Итого всего $30 \cdot 60 + 30 = 30 \cdot 61 = 1830$ классов раскрасок

Ответ: 1830

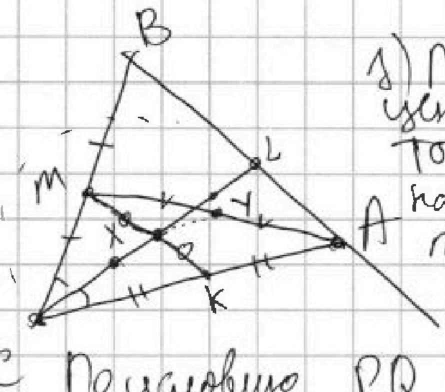
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

СТРАНИЦА 1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Задача 7



1) Пусть X и Y — середина CL и AM, центры ω и Ω.
Тогда рад. ось ω и Ω PQ перпендикулярна линии центров XY (т.к., например при симметрии отн. XY ω и Ω переходят в себя, P и Q меняются местами).

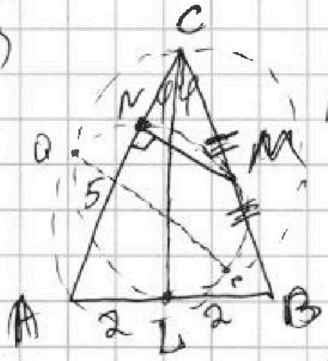
По условию $PQ \parallel BH \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow XY \parallel AC$.

2) Пусть K — сер. AC. Тогда середина X чевианы CL лежит на ср. линии MK $\triangle ABC$.

3) Теперь в $\triangle AMK$ $XY \parallel AK = AC$ и Y — середина AM. Тогда XY — ср. линия, и X — середина MK.

4) То есть в $\triangle CKM$ CX — бис. и медиана $\Rightarrow CM = CK \Rightarrow \boxed{AC = BC}$

5)

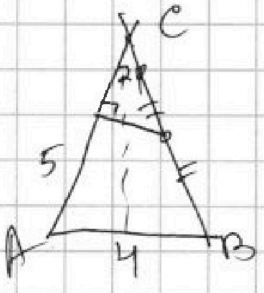


Пересечение N окр-ти Ω и AC — это проекция ~~стороны~~ M на AC, т.к. $\angle ANM = 90^\circ$

$AC = BC \Rightarrow AL = BL = \frac{AB}{2} = 2$. Пусть $\angle ACB = 2\varphi$.

6) $AC = BC = \frac{2}{\sin\varphi}$, $CN = CA - AN = \frac{2}{\sin\varphi} - 5$,

$CM = \frac{CB}{2} = \frac{1}{\sin\varphi}$, из $\triangle CNM$



$\frac{CN}{CM} = \cos 2\varphi = \frac{\frac{2}{\sin\varphi} - 5}{\frac{1}{\sin\varphi}} = 2 - 5\sin\varphi$,

$1 - 2\sin^2\varphi = 2 - 5\sin\varphi$

$2\sin^2\varphi - 5\sin\varphi + 1 = 0$

$\sin\varphi = \frac{5 \pm \sqrt{25-8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{4}$, но т.к. $\sin\varphi \leq 1$,

$\sin\varphi = \frac{5-\sqrt{13}}{4}$.

7) Тогда $AC = BC = \frac{2}{\left(\frac{5-\sqrt{13}}{4}\right)} = \frac{8}{5-\sqrt{13}} = \boxed{5+\sqrt{13}}$

Ответ: $(5+\sqrt{13};\ 5+\sqrt{13})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

СТРАНИЦА 2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

Подходят из полученных ровно те x, что лежат на отрезке $[0;7]$.

$0 \le \frac{5-\sqrt{17}}{2} \le 7$, $0 \le \frac{5+\sqrt{17}}{2} \le 7 \Leftrightarrow \sqrt{17} \vee 9$ ($\le$);

$\frac{5-2\sqrt{14}}{2} < 0$, $\frac{5+2\sqrt{14}}{2} \vee 7 \Leftrightarrow 2\sqrt{14} \vee 9 \Leftrightarrow 56 \vee 81$ ($<$), т.е.

подходят корни $\frac{5-\sqrt{17}}{2}$, $\frac{5+\sqrt{17}}{2}$, $\frac{5+2\sqrt{14}}{2}$.

Ответ: $\left\{\left(\frac{5-\sqrt{17}}{2}, \frac{5-\sqrt{17}}{2}\right), \left(\frac{5+\sqrt{17}}{2}, \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right), \left(\frac{5+2\sqrt{14}}{2}, \frac{5+2\sqrt{14}}{2}\right)\right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

$x^3+3x+\sqrt{2x}=y^3+3y+\sqrt{2y}$ $\quad x,y\geq 0$

$x=y$ $\quad 0\leq x\leq 7$

$\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7=2\sqrt{14+5x-x^2}$ $\quad \cdot\sqrt{x+2}+\sqrt{7-x}$

$(x+2)(7-x)$

$\cancel{\alpha-\beta+7=2\alpha\beta}$ $\quad \sqrt{x+2}-\sqrt{7-x}+7=2\cdot\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}$

$\cancel{7=2\alpha\beta-\alpha+\beta}$

$\cancel{3{,}5=\alpha\beta-\frac{1}{2}\alpha+\frac{1}{2}\beta}=(\alpha+\frac{1}{2})(\beta-\frac{1}{2})+\frac{1}{4}$

$\cancel{3{,}75=(\alpha+\frac{1}{2})(\beta-\frac{1}{2})}$ $\quad (a-b)(a+b)=a^2-b^2$

$x+2-7+x+7=2$

$x+1=\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}$ $\quad (\sqrt{x+2}+\sqrt{7-x})$

$\sqrt{\alpha}-\alpha-\beta+7=2\alpha\beta$

$\cancel{x+2+7-x-2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}+14(\sqrt{x+2}-\sqrt{7-x})}$

$x+2+7-x-2\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}=4(14+5x-x^2)+49-98\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{7-x}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черновик

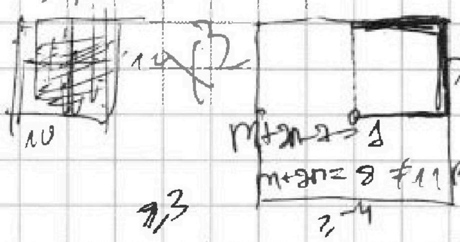
$m=n=1$

$m^2+4mn+4n^2-7m-14n=(m\quad n)(m\quad n)$

$m=n=p$

$m^2n+2mn^2+9mn=mn(m+2n+9)$

$m^2+4mn+4n^2-7m-14n=(m+2n)(m+2n-7)=11p^2$

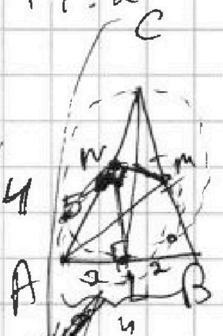


$m+2n-7=1$

$m+2n=8 \ne 11p^2$

$p^2-11 \vdots 7$

$m \vdots 2$



$(m+2n)(m+2n-7)=11p^2$

$11\cdot 49=t(t-7)$

$11=x(x-1)$

$p=7$

$2^2=4$

$mn(m+2n+9)=11p^2$

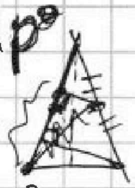
$m+2n-7=4$

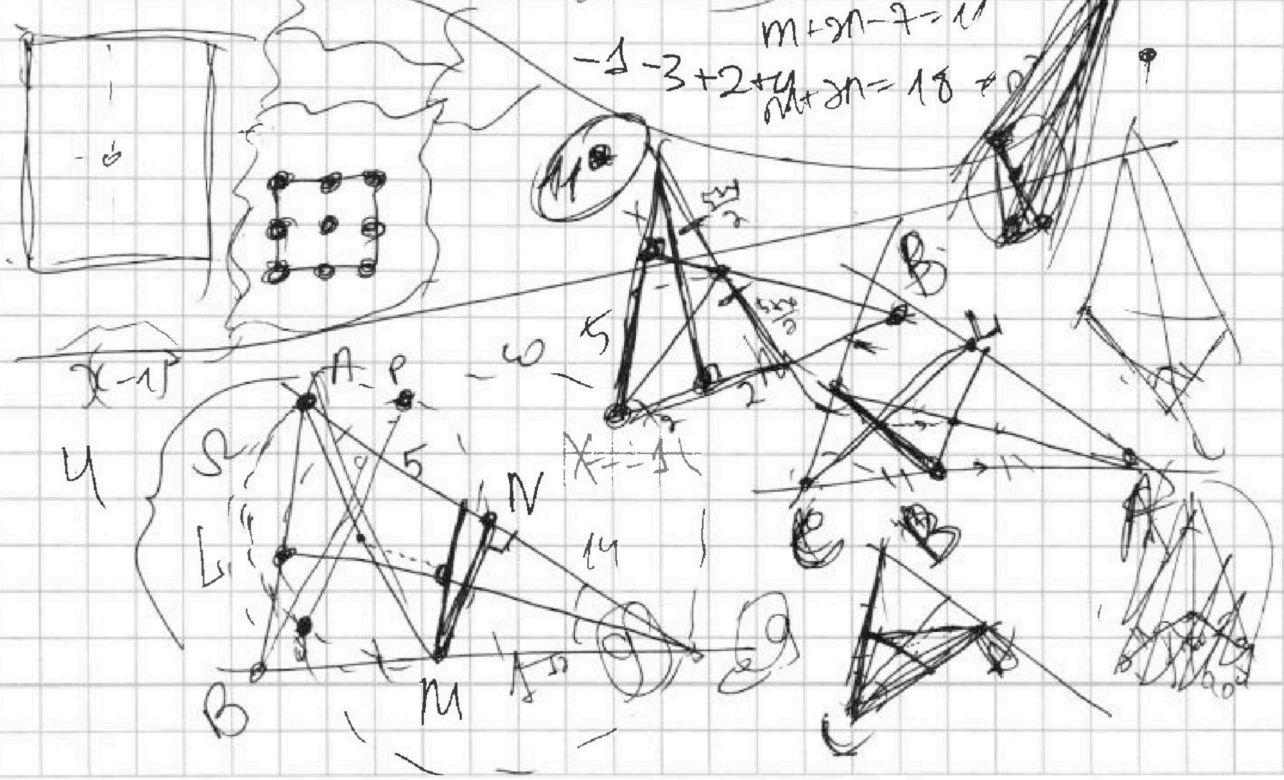
$m+2n=11$

$m+2n-7=11$

$-1-3+2+4$

$m+2n=18$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте **крестиком** номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1 ☒ 2 ☒ 3 ☒ 4 ☒ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☒

СТРАНИЦА __ ИЗ __

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. **Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно.** Порча QR-кода недопустима!

черновик

$16-32+4+24-4$

$x^4-4x^3+x^2+6x-4=0$

$|4x-a|\le 1$

$5x-2a=2$

$-2\le 2a-5x\le 2$

$-1\le a-4x\le 1$

$4x-1\le a\le 4x+1$

$\frac{5x-2}{2}\le a\le \frac{5x+2}{2}$

$|5x-2a|\le 2$

$|4x-a|\le 1$

max a

$(x^2-ax+2)(x^2-bx-2)=0$

$a+b=4$

$4-ab=1$

$(x^2-3x+2)(x^2-x-2)$

$(x-2)(x+1)$

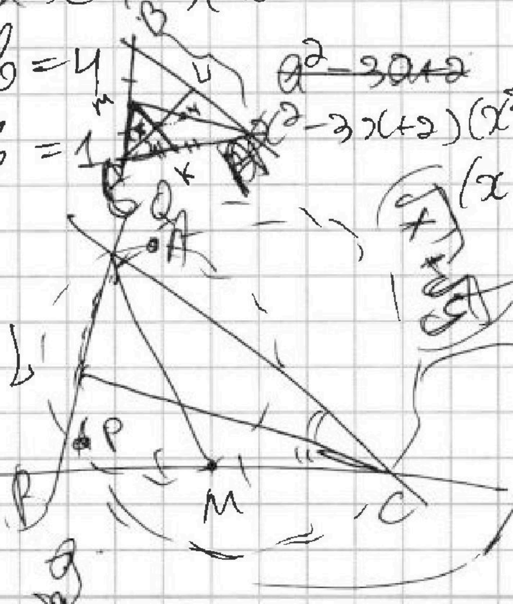
x^2-x-2

$y=a-3x$

$3y+6x=3a$

$5x-2a=2$

$x=\frac{2a+2}{5}$



$|x-2y|\le 2$

$|2x-y|\le 1$