



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 7



1. [3 балла] Четвёртый член арифметической прогрессии равен $6 - 9x$, шестой член равен $(x^2 - 2x)^2$, а десятый равен $9x^2$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения $3y + 6x$ при условии

$$\begin{cases} |x - 2y| \leq 2 \\ |2x - y| \leq 1. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n$ и $B = m^2n + 2mn^2 + 9tn$ равно $11p^2$, а другое равно $75q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AB и продолжение стороны AC в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 6$, $AZ = 3$, $YZ = 4$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14 + 5x - y^2}, \\ x^3 + 3x - \sqrt{2y} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 10×10 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 4$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть первый член $a_0 + d$, тогда $a_4 = a_0 + 4d$,
второй член $a_1 = a_0 + d$. Тогда $a_4 = a_0 + 4d$

(четвертый член), $a_6 = a_0 + 6d$, $a_{10} = a_0 + 10d$.

Имеем: $\begin{cases} a_0 + 4d = 6 - 9x \\ a_0 + 6d = (x^2 - 2x)^2 \\ a_0 + 10d = 9x^2 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} 2d = (x^2 - 2x)^2 - 6 + 9x \\ 4d = 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 \end{cases} \quad (*)$

$$\Rightarrow 9x^2 - (x^2 - 2x)^2 = 2((x^2 - 2x)^2 + 9x - 6) \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 18x + 12 = 3(x^2 - 2x)^2 \quad | :3 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4 = (x^2 - 2x)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^3 - 3x^2 - 2x + 4) = 0 \quad | (x-1)(x^2 - x - 4) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-2)^2(x+1) = 0. \quad | \quad \boxed{x=1} \quad \boxed{x=-1} \quad \boxed{x=2}$$

И при каждом

таком x и d , удовлетворяющим $(*)$, получим требуемую прогрессию.

Ответ: $\{-1, 1, 2\}$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 - 2x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \pm \sqrt{5} \end{cases} \quad | \text{ при каждом}$$

таком x $\frac{a_{10} - a_6}{4} = \frac{a_6 - a_1}{2}$, а значит, видим

$d = \frac{a_{10} - a_6}{4}$ и $a_0 = a_{10} - 10d$, получим исходную арифметическую прогрессию.

Ответ: $\{1, 1+\sqrt{5}, 1-\sqrt{5}\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

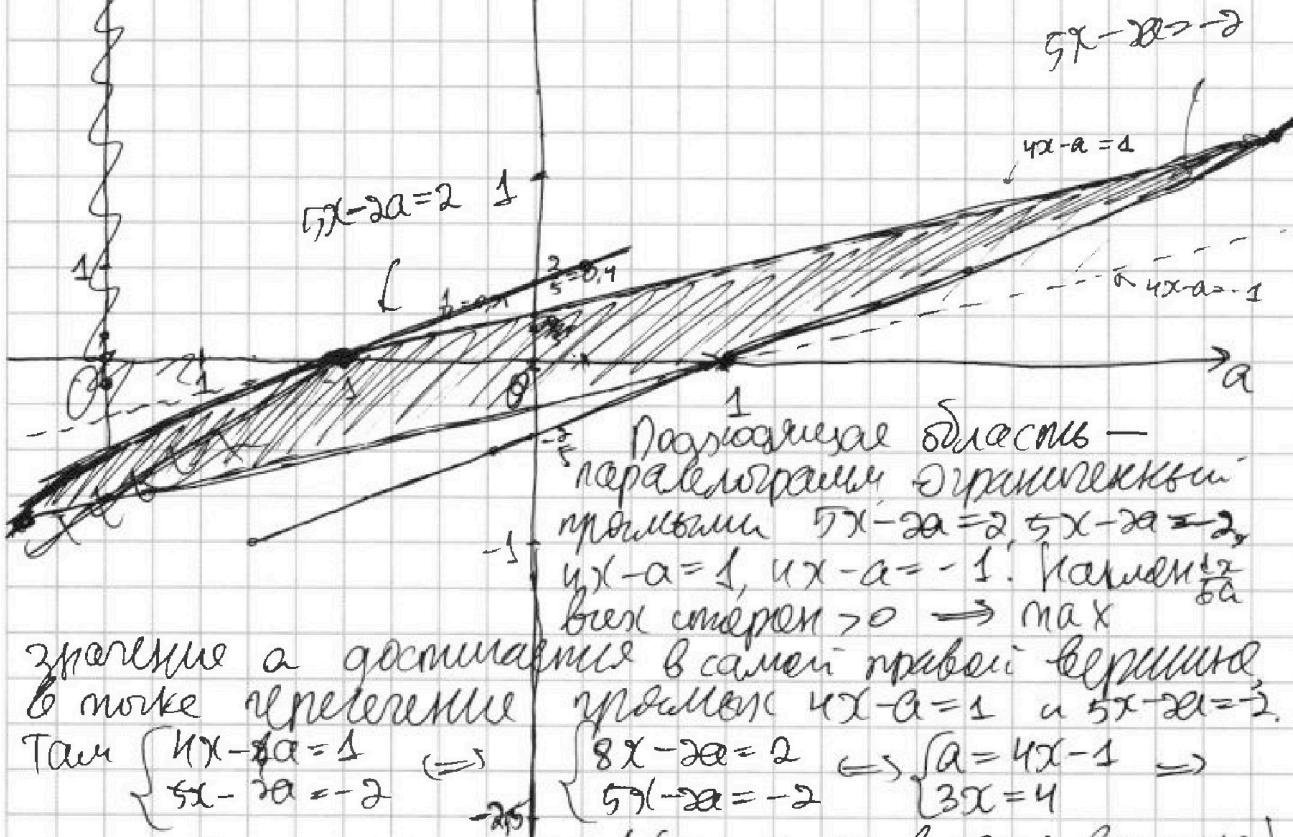
Задача ②

Пусть $3a = 3y + 6x$. Тогда $3y + 6x$ максимальна тогда и только тогда, когда и $a = y + 2x$ максимальны.

$$y = a - 2x \Rightarrow \text{имеем ограничения } |x - 2(a - 2x)| \leq 2$$

$$\begin{cases} 5x - 2a \leq 2 \\ 4x - a \leq 1 \end{cases}$$

Чтобы решить в координатах (0,0):



Получаемая область — параллограмм с вершинами
представляет $5x - 2a = 2$, $5x - 2a = -2$,
 $4x - a = 1$, $4x - a = -1$. Найдем
все стороны $> 0 \Rightarrow$ максимум

значение a достигаемое в самой правой вершине
в тоже время уравнение $4x - a = 1$ и $5x - 2a = -2$.

$$\text{Так } \begin{cases} 4x - a = 1 \\ 5x - 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2a = 2 \\ 5x - 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4x - 1 \\ a = 5x + 2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{4}{3}, a = \frac{16}{3} - 1 = \frac{13}{3}. \quad \left(\text{Если мы не в этой вершине, можно сдвигнуться // сократив } a \text{ в 2 раза и увеличив } x \right)$$

но тогда некое значение

$$3y + 6x = 3a = \frac{13}{3} \cdot 3 = 13.$$

Ответ: 13

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача ③

$$A = m^2 + 4mn + 4n^2 - 7m - 14n = (m+2n)(m+2n-7)$$

$$B = m^2n + 2mn^2 + 8mn = mn(m+2n+8).$$

I. Пусть $A=11p^2$, $B=75q^2$.

1) $(m+2n)(m+2n-7) = 11p^2$. $11p^2$ можно разложить на 2 множителя, только как $1 \cdot (11p^2)$, $p \cdot (11p)$, $(p^2) \cdot 11$. один из которых тоже квадрат. $m+2n \geq 3$, значит, если можно записать 1, то это $m+2n-7=1$, тогда $m+2n=8$ и $11p^2=8$, что не бывает верно.

2) Если $\{m+2n, m+2n-7\} = \{p, 11p\}$, то разность множителей равна ± 7 и дальше должна быть равна $\pm 10p$, что не бывает.

3) Тогда $m+2n$ и $m+2n-7$ это p^2 и 11 в каком-то порядке. $11+7=18 \neq p^2$, значит $m+2n=11$, $m+2n-7=4=2^2$.

Таким образом (m, n) удовлетворяет условию на А здесь при $m+2n=11$ и только при них.

2) Тогда $B = mn(m+2n+9) = m \cdot n \cdot (11+9) = 20mn = 75q^2$ можно выполнить лишь при $q=2$, т.к. 25×2 . Тогда $\begin{cases} 20mn = 75 \cdot 4 \\ m+2n = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \cdot 2n = 3^4 \\ m+2n = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 2^3 \\ t^2 - 4t + 3 = 0 \end{cases}$

$m, 2n = 10$ и это одр. вр. $D_A = 4 - 34 < 0$ и нет реш.

Кернл. Значит при таких условиях A и B не получали решения вообще.

II. Пусть $mnpq^2$ $A=75q^2$, $B=11p^2$.

1) $mn(m+2n+9) = 11p^2$. Имеем $m+2n+9 \geq 12$, $m+2n+9 > m, n$.

Всего есть разложение $11p^2$ как $1 \cdot 1 \cdot 11p^2$, $11 \cdot p^2 \cdot 1$, $11p \cdot p \cdot 1$,

$11 \cdot p \cdot p$.

При $m=1$ $m+2n+9 \geq 12 \Rightarrow$ решения нет. Если же

$11p^2 \geq 2$, т.е. $p=2$. Тогда $n(2n+10)=11 \cdot 4$, $n(n+10)=22=2 \cdot 11$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

решение бывшего не получалось.
Значит, $m > 1$.

Если $n=1$, получаем $m(m+11) = 11p^2$. При $m \neq 1$,

$m(m+11) \neq 11$, при $m \neq 1$ $m(m+11) : 11^2 \rightarrow 11p^2 : 11^2 \rightarrow p=11$, иначе $m=11m$,

$11\tilde{m}(11\tilde{m}+11) = 11 \cdot 11^2 : 11^2 \rightarrow \tilde{m}(\tilde{m}+1) = 11$,
значит не бывает ($2 \cdot 3 = 6$, $3 \cdot 4 = 12 > 11$) при $\tilde{m}(\tilde{m}+1)$
может только 1 на 11.

• Тогда остается лишь варианты разложением
(если $p=11$, то $m=11$, получаем, что остаток $m+2n+9 : 2$ и
 $p=2$, то $11 \cdot n(2n+20) = 11 \cdot 4 \Rightarrow n(2n+20) = 4$, вдем наст.
решения, м.р. $2n+20 \geq 22$, $n \geq 1$.

2) Если $n=11$, иначе $m \cdot 11 \cdot (m+31) = 11p^2$

$m(m+31) = p^2$ возможна лишь при $m=1$, $m+31 = p^2$, то
единственное тут не возможене

3) Тогда как было сказано, $m+2n+9 \geq 12 \Rightarrow$ не может
быть равно 11.

Значит, разложение $11p^2 = p \cdot p \cdot 11$ тоже не
дает ли решений.

Итако все таких пар (m, n) не существует.

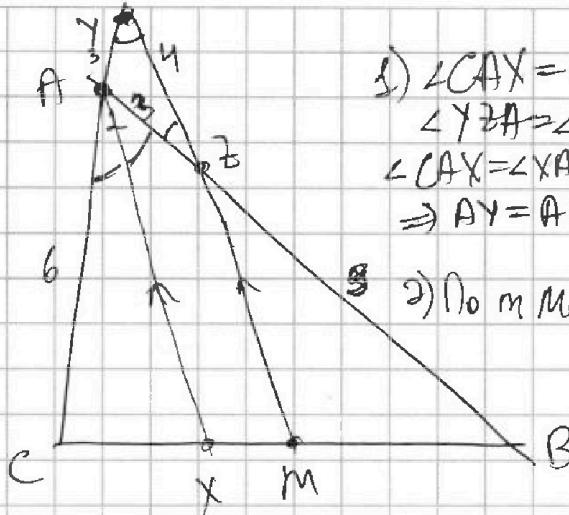
Ответ: 0

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



1) $\angle CAZ = \angle CYZ$ как соотв. при $AZ \parallel YM$,
 $\angle YZA = \angle ZAX$ как внешн. прилесм. YM ,
 $\angle CAZ = \angle XAB \Rightarrow \angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \angle AYZ = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow AY = AZ = 3; \angle c = \angle A + \angle C = 3 + 6 = 9$

2) По тм Менделеева $\triangle ABC$ не ср. $M - Z - Y$:

$$\frac{CM}{MB} \cdot \frac{BZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YC} = 1$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{BZ}{3} \cdot \frac{3}{9} = 1$$

$$BZ = 9$$

$$\text{Тогда } AB = AZ + ZB = 12$$

3) Пусть $\angle BAC = d$, тогда $\angle ZAY = 180^\circ - d$.

By p.5 $\angle AYZ$, проверяя формулу - менделееву, получаем —
по тм косинусов $4^2 = 3^2 + 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos d \Rightarrow$
 $\cos d = \frac{16 - 9 - 9}{2 \cdot 3} = -\frac{1}{3}$.
 $(\cos(180^\circ - d) = -\cos d)$

4) Тогда по тм косинусов $b^2 = AB^2$

$$BC^2 = 6^2 + 12^2 + 2 \cdot 6 \cdot 12 \cdot \frac{1}{3} = 36 + 144 + 16 = 144 + 52 = 196 = 14^2 \Rightarrow$$
 $\Rightarrow BC = 14$

Объем: 14



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \text{Задача 5} \\ 1) & \sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2} \quad (1) \\ & \sqrt{x^3+3x-\sqrt{2y}} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y \quad (2) \end{aligned}$$

~~$$\begin{aligned} & \cancel{\sqrt{x+2} - \sqrt{7-y} + 7 = 2\sqrt{14+5x-y^2}} \\ & \cancel{\sqrt{x^3+3x-\sqrt{2y}} = y^3 - \sqrt{2x} + 3y} \end{aligned}$$~~

$$(2) \Leftrightarrow x^3 + 3x + \sqrt{2y} = y^3 + 3y + \sqrt{2y} \quad \text{Ур-е}$$

Имеем смысл только при $x, y \geq 0$ (после ~~при всех~~)
на $[0; +\infty)$ ф-я $f(t) = t^3 + 3t + \sqrt{2t}$ монотонно возрастает

$$\Rightarrow x = y \geq 0.$$

$$\begin{aligned} 2) (2) \Leftrightarrow & \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 7 = 2\sqrt{(x+2)(7-x)} \Rightarrow \\ & \sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{(x+2)(7-x)} - 7 \Big|^{12} \Rightarrow \\ & x+2+7-x-2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 49 \left(2\sqrt{(x+2)(7-x)} - 7 \right)^2. \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } y = 2\sqrt{(x+2)(7-x)}. \text{ Имеем}$$

$$\begin{aligned} 9 \leftarrow y &= (y-7)^2 \Leftrightarrow y^2 - 13y + 49 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{13 \pm \sqrt{169-160}}{2} = \\ & = \frac{13 \pm 3}{2} = \frac{8}{5}. \text{ Значит,} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 8 \\ 2\sqrt{(x+2)(7-x)} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x + 14 = 16 \\ -x^2 + 5x + 14 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 2 = 0 \\ x^2 - 5x - 7,75 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ 4x^2 - 20x - 31 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{10 \pm \sqrt{100+124}}{4} \end{cases} = \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{25+31}}{2} = \frac{5 \pm 2\sqrt{14}}{2} \\ x = \frac{56}{4} = 14 \end{cases} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6



Всего есть $(10+1)^2 = 11^2 = 121$ центральный узел.

I. Пусть посчитали сколько либо раскрасок, в которых центральный узел гербовый (это с.в. симметрично относительно поворотов).

Всего есть C_{120}^2 способов выбрать такую раскраску. Однако при таком подсчете мы посчитали два рисунка симметричных относительно центра узла, и четыре рисунка симметричных относительно четырех сторон узла, и четыре рисунка симметричных относительно диагональных осей.

Первых способов раскрасок естественно всего $\frac{120}{2} = 60$, а симметричных относительно поворотов $\rightarrow 30$.

Остальные мы посчитали $C_{120}^2 - 60 = \frac{120 \cdot 119}{2} - 60 = 60 \cdot 118$, а симметричных относительно поворотов всего 6 чр. меньше, т.е.

$$\frac{60 \cdot 118}{4} = 30 \cdot 59.$$

Итого всего зеркал 30 + 30 · 59 = 30 · 60 = 1800 способов раскраски.

II. Если центральный узел белый, первый белый узел есть 120 способов выбрать, и каждое такое раскраска входит в один класс (или-бо раскрасок, переводящихся поворотами) с четырьмя другими.

$$\text{Значит, зеркал } \frac{120}{4} = 30.$$

Итого всего $30 \cdot 60 + 30 = 30 \cdot 61 = 1830$ способов раскраски

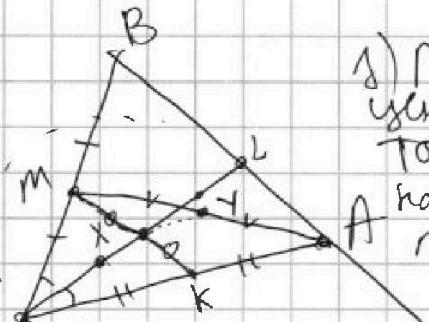
Ответ: 1830



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
4 ИЗ 4

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Задача 7

1) Пусть X и Y - середина сегмента AB ,
чтобы $\omega \perp BC$.

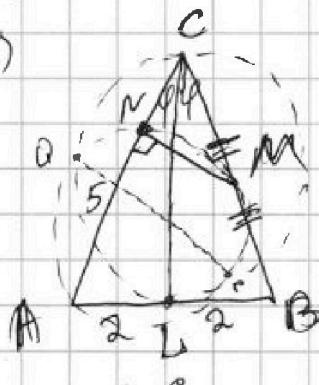
Тогда радиус оси $\omega \perp BC$. PQ перпендикулярна линии центров XY (т.к. наружные промежутки отн. XY и $\omega \perp BC$ переходят в седло, PQ меняет места).

2) По условию $PQ \parallel BC \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow XY \parallel AC$.

3) Пусть K -сер. AC . Тогда середина X лежит на ср. линии MK в $\triangle ABC$.

4) Теперь в $\triangle AMK$ $XY \parallel AK = AC$ и Y -середина AM . Тогда XY -ср. линия, и X -середина MK .

5) То есть в $\triangle CMK$ CX -бисс. и медиана $\Rightarrow CM = CK \Rightarrow [AC = BC]$



Преобразование N к вершине BC и AC - это проекции сторон AB и AC на AE , т.к. $\angle ANM = 90^\circ$

$AE = BC \Rightarrow AB = BC = \frac{AB}{2} = 2$. Пусть $\angle ACB = \varphi$.

6) $AC = BC = \frac{2}{\sin \varphi}$, $CN = CA - AN = \frac{2}{\sin \varphi} - 5$,

$$CM = \frac{CA}{2} = \frac{1}{\sin \varphi} > 5 \Rightarrow CN > CM$$

$$\frac{CN}{CM} = \cos 2\varphi = \frac{\frac{2}{\sin \varphi} - 5}{\frac{1}{\sin \varphi}} = 2 - 5 \sin \varphi,$$

$$1 - 2 \sin^2 \varphi = 2 - 5 \sin \varphi$$

$$2 \sin^2 \varphi - 5 \sin \varphi + 1 = 0$$

$$\sin \varphi = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 8}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{4}, \text{ но } m, n. \sin \varphi \leq 1,$$

$$\sin \varphi = \frac{5 - \sqrt{13}}{4}.$$

$$7) \text{Тогда } AC < BC = \frac{2}{(\frac{5 - \sqrt{13}}{4})} = \frac{8}{5 - \sqrt{13}} = [5 + \sqrt{13}]$$

$$\text{Ответ: } (5 + \sqrt{13}, 5 + \sqrt{13})$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Подходит из полученных ровно две x, что лежат на отрезке [0; 7].

$$0 < \frac{5 - \sqrt{17}}{2} \leq 7, \quad \cancel{\frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2}, 10 \leq \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \leq 7 \Leftrightarrow \sqrt{17} \leq 9};$$

$\cancel{5 - \frac{2\sqrt{14}}{2} \leq 0, \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \leq 7} \Rightarrow 2\sqrt{14} \leq 3 \Leftrightarrow 56 \leq 81$, не подходит корни $\frac{5 - \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2}$.

Объем: $\left(\frac{5 - \sqrt{17}}{2}, \frac{5 - \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right), \left(\frac{5 + \sqrt{17}}{2}, \frac{5 + \sqrt{17}}{2} \right)$,
 $\left(\frac{5 + 2\sqrt{14}}{2}, \frac{5 + 2\sqrt{14}}{2} \right)$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
_ ИЗ _

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$x^3 + 3x + \sqrt{2}x = y^3 + 3y + \sqrt{2}y$$

\downarrow

$$x = y$$

$$x, y \geq 0$$

\circlearrowleft

$$0 < x \leq 2$$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 2 = 2\sqrt{14 + 5x - x^2} \cdot \sqrt{x+2} + \sqrt{7-x}$$

~~$$2\beta = 2\alpha$$~~

$$\sqrt{x+2} - \frac{(x+2)(7-x)}{\sqrt{7-x} + 2} = 2\sqrt{x+2} \sqrt{7-x}$$

~~$$\alpha = 2\beta - 2 + \beta$$~~

~~$$3,75 = 2\beta - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\beta = (\alpha + \frac{1}{2})(\beta - \frac{1}{2}) + \frac{1}{4}$$~~

~~$$3,75 = (2 + \frac{1}{2})(\beta - \frac{1}{2}) + \frac{1}{4}$$~~

~~$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 2 = 2$$~~

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{7-x}$$

~~$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} + 2 = 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{7-x}$$~~

~~$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{7-x}$$~~

~~$$\sqrt{x+2} - \sqrt{7-x} = 2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{7-x}$$~~



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$x = \frac{x^2 - 2}{(x-2)(x+2)}$ ЧРКовик $m=n=1$
 $m^2n^2 + 4mn^2 - 2m - 14n = (m-n)(m+n)$ $M=p$
 $m^2n^2 + 2mn^2 + 9mn = mn(m+2n+9)$ ~~11P~~
 $m^2n^2 + 4mn^2 + 4mn = (m+2n)(m+2n+4) = 11P$

 $m+2n=3$ $m+2n=9 \neq 11P$
 $m+2n=7$ $P=11 \neq 7$
 $m+2n=11$
 $(m+2n)(m+2n-7) = (P^2)(P^2-4) = P^2(P^2-1) = P^2(P-1)(P+1)$
 $P=7$ $11 = 7(7-1)$
 $m+2n=7 = 11$

 $m+2n-7=11$
 $m+2n=18 \neq 11P$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

