



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

**10 КЛАСС. Вариант 5**



- [3 балла] Третий член арифметической прогрессии равен  $3x + 3$ , пятый член равен  $(x^2 + 2x)^2$ , а девятый равен  $3x^2$ . Найдите  $x$ .
- [4 балла] Найдите наибольшее значение выражения  $4y + 8x$  при условии

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3, \\ |3x - y| \leq 1. \end{cases}$$

- [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 + 2mn + n^2 - 9m - 9n$  и  $B = m^2n + mn^2 - 3mn$  равно  $13p^2$ , а другое равно  $75q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.
- [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AB$  и продолжение стороны  $AC$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .
- [4 балла] Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6-y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{x} + 5y^2. \end{cases}$$
- [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $8 \times 8$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.
- [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 10$ ,  $AN = 8$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7. Пусть  $a_n = a_1 + (n-1)d$  - арифметическая прогрессия, тогда:

$$a_3 = a_1 + 2d = 3(x+1)$$

$$a_5 = a_1 + 4d = x^2(x+2)^2$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2 \quad \text{тогда:}$$

$$\frac{a_3 + a_9}{2} = \frac{a_1 + a_3}{2} = a_1 + 5d = \frac{a_1 + 4d + d}{2} = \frac{x^2(x+2)^2 + d}{2} =$$

$$= \frac{3x^2 + 3x + 3}{2}, \text{ значит, } d = \frac{3x^2 + 3x + 3 - 2x^4 - 8x^3 - 8x^2}{2} =$$

$$= \frac{-2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 3x + 3}{2}, \text{ т.к.:}$$

$$a_9 - a_5 = 4d = -(x^4 + 9x^3 + 4x^2 - 3x^4) = -x^4 - 9x^3 - x^2$$

$$\Rightarrow -(x^4 + 9x^3 + x^2) = 4d = \left( \frac{-x^4 - 9x^3 - 5x^2 + 3x + 3}{2} \right) \cdot 4 =$$

$$= -4x^3 - 76x^2 - 20x^2 + 6x + 6,$$

$$3x^4 + 12x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0; \quad (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0; \quad (x+1)^2(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) = 0$$

Проверим, что при оценках  $x$  на  $a_3, a_5, a_9$  является арифметическая прогрессия:

$$x = -1: \quad a_n = -1 + \frac{(n-1)}{2}; \quad a_3 = 3(-1-1+1) = 0 = -1 + \frac{2}{2} - \checkmark.$$

$$a_5 = (-1)^2(-1)^2 = 1 = -1 + \frac{4}{2} = -1 + \frac{4}{2} = \checkmark.$$

$$x = -1 - \sqrt{3}: \quad a_n = -6\sqrt{3} - 4 + (n-1)\left(2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right); \quad a_3 = -3\sqrt{3} = -2\sqrt{3} - 4 + 4 + 3\sqrt{3} =$$

$$a_5 = (-1 - \sqrt{3})^2(1 - \sqrt{3})^2 = 4 = -6\sqrt{3} - 4 + 8 + 6\sqrt{3} = 4 - \checkmark = -3\sqrt{3} - \checkmark$$

$$a_9 = 3(-1 - 2\sqrt{3})^2 = 12 + 6\sqrt{3} = -6\sqrt{3} - 4 + 12 + 12\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 12 - \checkmark$$

$$x = \sqrt{3} - 1: \quad a_n = 6\sqrt{3} - 4 + (n-1)\left(2 - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right); \quad a_3 = 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 4 + 4 - 3\sqrt{3} =$$

$$a_5 = 4 = 6\sqrt{3} - 4 + 8 - 6\sqrt{3} = 4 - \checkmark = 3\sqrt{3} - \checkmark$$

$$a_9 = 12 - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 4 + 12 - 12\sqrt{3} = 12 - 6\sqrt{3} - \checkmark$$

Ответ:  $-1; -1 - \sqrt{3}; \sqrt{3} - 1$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

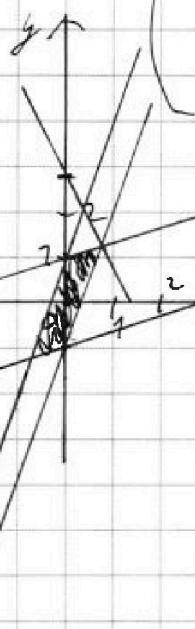
СТРАНИЦА  
7 ИЗ 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№

$$\begin{cases} |x - 3y| \leq 3 \\ |3x - y| \leq 7 \end{cases}$$

$\frac{1}{2}x$



$$\begin{cases} x \geq 3y \\ \frac{2}{3}x - y \leq 4 \\ x \leq 7y \\ y \leq 1 + \frac{1}{3}x \end{cases}$$

- Построил много - б  
этих линий.  
Видел, как - они:

Получи  $y = 4x + 8x = a$ .

$$y = \frac{2}{3}x - 2x$$

найдем  $a = ?$

Очевидно что макс  $a$ ,  
это  $a = 7$ ,

2. в. 8.

(Нужная  $y = \frac{2}{3}x - 2x$ )  
получаем один. точек.)  
Ответ:  $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$(2): m+n = p, \text{ тогда } A = p(p-9) = p^2 - 9p = 73p^2 \\ 27 - 9p = 12p^2 - 90 \rightarrow 0$$

$$(3): m+n = p^2, \text{ тогда } A = p^2(p^2-9) = p^4 - 9p^2 = 73p^2 \\ \rightarrow p^4 = 23p^2 \quad | :p^2(\neq 0) \quad p^2 = 23 \rightarrow p = \sqrt{23} \neq \text{целое}$$

$$(4): m+n = 73p; \text{ тогда } A = 73p(73p-9) = 769p^2 - 727p = 73p^2 \\ \rightarrow 756p^2 = 727p \quad | :p(\neq 0) \quad p = \frac{727}{756} \leftarrow \text{не целое}$$

$$(5): m+n = 73p^2; \text{ тогда } A = 73p^2(73p^2-9) = 769p^4 - 727p^2 \\ \rightarrow 769p^4 = 73p^2 \quad | :p^2(\neq 0); \quad p^2 = 73p^2$$

$$p^2 = \frac{730}{769} \rightarrow p = \sqrt{\frac{730}{769}} \leftarrow \text{не целое}$$

Поэтому мы получили, что  
проверка:  
 $A = 73p^2$ ,  
 $\begin{cases} m=3 \\ n=20 \end{cases}$

$$\text{и } A = (10+3)(10+3-9) = 23 \cdot 4 = 23 \cdot (2)^2 \quad (2=p-\text{простое число})$$

$$B = 20 \cdot 3 (20+3-3) = 300 = 75 \cdot (2)^2 \quad (2=q-\text{простое число})$$

$$2) \begin{cases} m=10 \\ n=3 \end{cases}: A = (10+3)(3+20-9) = 23 \cdot 4 = 23 \cdot (2)^2 \\ D = 2-\text{простое число}$$

$$B = 20 \cdot 3 (20+3-3) = 300 = 75 \cdot (2)^2 \quad (2=q-\text{простое число}).$$

Ответ:  $(3; 20); (20; 3)$

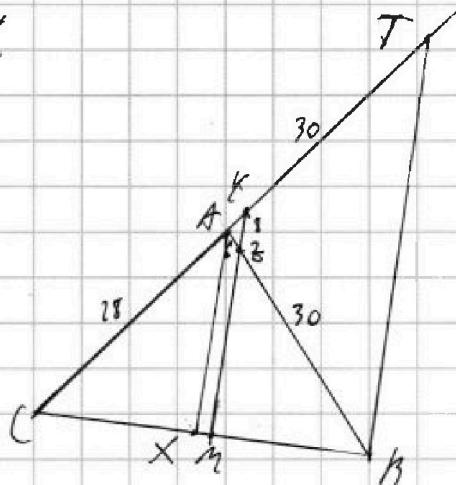


1  2  3  4  5  6  7

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№4.



Ищем:

1)  $\angle T \in \triangle A C$ :  $AT \parallel AC$ , тогда

~~AT~~  $\parallel AC$   $\Rightarrow$   $\angle T = \angle C$

$\angle T = \angle C$   $\Rightarrow$   $\angle C = 24^\circ$  (из  $\triangle ABC$  (попр-ку сп. внеш))

$\Rightarrow$  по определению:

$\angle C = \angle T$ ,  $\angle C = 24^\circ$

$\angle T = 24^\circ$  (из  $\triangle ABC$ )

$$2) \angle XAC = \angle XAB \quad \text{п.к.} \quad \angle ZY \parallel AX, \text{ то}$$

как попр. вспомогущ. углы:  $\angle XAY = \angle XAC$ .

как соотв. углы:  $\angle XAC = \angle ZYA$

$\Rightarrow \angle XAY = \angle ZYA$

$$\angle ZYA = \angle XAB = \angle XAC = \angle ZYA.$$

$\Rightarrow \angle XAY = \angle ZYA \Rightarrow \angle ZAY - \text{пр.,} \text{ отв-к} \quad (\text{из пр-ку}, \text{ узнаем})$

$$AY = AZ = 6 \text{ (из } \triangle AYZ\text{)}:$$

$$3) AT = (Y - AC + AZ = 78 + 6 = 84 \Rightarrow YT = 24$$

$$\Rightarrow AT = YT + YT = 30$$

$$4) ZY \parallel BT \Rightarrow \text{как соотв. углы: } \angle ZYB = \angle A + \angle B \Rightarrow \angle ZYB = \angle AYT$$

$$\Rightarrow \angle AYT = \angle ZYB \text{ (из 2 угла)} \Rightarrow \frac{AT}{AY} = \frac{AZ}{AT} \quad (12 = 6 = 6)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AT} = 7 \Rightarrow AB = AT = 30.$$

5) норм. косинус (из  $\triangle ZAY$ ):

$$ZAY^2 = 12^2 + 4Y^2 - 2 \cdot 12 \cdot 4Y \cdot \cos \angle ZAY$$

$$\Rightarrow \cos \angle ZAY = \frac{36 + 36 - 64}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{8}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{2}{9}; \angle ZAY = 770^\circ - \angle ZAY \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \angle CTA = -\cos \angle ZAY = -\frac{2}{3}$$

$$6) \text{норм. косинус (из } \triangle AYB\text{)}: BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos \angle AYB} =$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - \sqrt{6y} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2} & (1) \\ x^4 + 5x^2 - \sqrt{y} = y^4 - \sqrt{2} + 5y^2 & (2) \end{cases}$$

(2) *решение из системы*  
*расомножим*  
*(2) упр-ши:*

$$\begin{aligned} x^4 - y^4 + 5x^2 - 5y^2 + \sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \\ (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) + 2\sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0 \quad (x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)) \\ (x+y)(x-y) + 2\sqrt{x} - \sqrt{y} &= 0. \end{aligned}$$

$(x+y)(x-y) + 2\sqrt{x} - \sqrt{y} + 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y.$

Поэтому, из (2) упр-ши *решение из системы:*  $x = y$  *(x, y > 0).*

$$\begin{cases} \sqrt{y+1} - \sqrt{6y} + 5 = 2\sqrt{6+5y-y^2} & (1) \\ \sqrt{x} = \sqrt{y}. & (2) \end{cases}$$

(2) *решение из системы*  
*расомножим (1)*  
*упр-ши:*

$$\sqrt{y+1} + 5 = 2\sqrt{6+5y-y^2} + \sqrt{6y} \quad |^2$$

$$y+1 + 25 + 10\sqrt{y+1} = 4(6+5y-y^2) + 6y + 4\sqrt{6y}(6+5y-y^2)$$

$$\cancel{y+1} + \cancel{25} + \cancel{10\sqrt{y+1}} = 2y + 20y - 4y^2 + 6y + 8(6-y)\sqrt{6y}$$

$$\cancel{y+1} + \cancel{25} + \cancel{10\sqrt{y+1}} = 2y + 20y - 4y^2 + 6y + 8(6-y)\sqrt{6y} = 0$$

$$\begin{cases} 2y^2 - 71y - 84 + \sqrt{6y}(20 - 24 + 4y) = 0 \\ 2y \\ (2y) \end{cases}$$

*решение из уравнения*  $2y^2 - 71y - 84 = 0$   
*ищем корни:*

$$\begin{aligned} D &= 800 - 96 = 704 \\ D &= 2\sqrt{196} = 28 \\ y &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{71 \pm 28}{4} \\ y &= \frac{99}{4} \text{ или } y = \frac{43}{4} \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{y+7}(2y+7) = 2 + 9y - 2y^2 \\ y \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (y+7)(4y^2 + 4y - 28) = (2y^2 - 2y)^2 \\ 2y^2 - 2y - 2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y^3 + 28y^2 - 28y^2 - 4y^2 + 4y^2 + 4y - 28 = 8y^3 + 8y^2 + 4y - 8y^2 - 36y^2 + 36y^2 \\ (y - \frac{3\sqrt{14}}{2})(y - \frac{1 - \sqrt{14}}{2}) \leq 0 \end{cases}$$

$$y^2 - 8y^3$$

$$\textcircled{10} \quad \sqrt{y+7} - \sqrt{6-y} + 6y + 2y - 2 = 2\sqrt{(6-y)(7y)}$$

$$\begin{aligned} & \cancel{\sqrt{y+7}(\sqrt{y+7}+7)} + \cancel{\sqrt{6-y}(\sqrt{6-y}-7)} \\ & \cancel{(y+7-7)(\sqrt{6-y}+7)} + \cancel{(7y+7-7)(\sqrt{7y}+7)} = \\ & = \cancel{\sqrt{6-y}(\sqrt{7y}+7)} + \cancel{\sqrt{7y}(\sqrt{6-y}-7)} \\ & (\sqrt{6-y}-7)(\sqrt{7y}-\sqrt{6-y}-7) + (\sqrt{7y}+7)(\sqrt{6-y}-\sqrt{7y}+7) = 0. \end{aligned}$$

$$(7y+7)(\sqrt{6-y}+7-\sqrt{7y}) - (\sqrt{6-y}-7)(\sqrt{6-y}+7-\sqrt{7y}) = 0$$

$$(\sqrt{6-y}+7-\sqrt{7y})(7y+7-\sqrt{6-y}+7) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sqrt{6-y}+7 = \sqrt{7y} \\ 7y+7 = \sqrt{6-y} \end{cases} \quad \begin{cases} 6-y+4+2\sqrt{6-y} = 7y \\ 7y+4+4\sqrt{7y} = 6-y \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{1: } 25-14y = 0 \\ \text{2: } 5+4\sqrt{7y} = 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} \sqrt{6-y} = 4 - 3 \\ 4\sqrt{7y} = 7 - 4y \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = 3 \\ 6-y = y^2 - 6y + 9 \\ 7y+7 = 2y+2y^2 \\ 2y^2 + 6y = 7y^2 - 4y + 7 \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 - 5y + 3 = 0 \\ y_1 = 3 \\ y_2 = 2 \\ 4y^2 - 20y - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{5 - \sqrt{19}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{19}}{2} \end{cases}, \quad \text{верхняя и нижняя ветви: } \begin{cases} y = \frac{5 - \sqrt{19}}{2} \\ y = \frac{5 + \sqrt{19}}{2} \\ \sqrt{2y+7} = \sqrt{y} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{1: } 25-14y = 0 \\ \text{2: } 25+2\sqrt{2y+7} = 0 \\ \text{3: } -14y = \sqrt{2y+7} \end{array}$$

Ответ:  $(\frac{5 - \sqrt{19}}{2}, \frac{5 + \sqrt{19}}{2})$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№7. Пусть  $a_n = a_1 + (n-1)d$  — арифметическая прогрессия, тогда

$$a_3 = a_1 + 2d = 3(a_1 + d)$$

$$a_5 = (x(x+2))^2 = a_1 + 4d$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 3x^2$$

$$a_5 = x^2/x+2)^2 = x^4 + 4x^3 + 4x^2 = x^4 + 4x^2(x+1) = x^4 +$$

$$\frac{a_9 + a_3}{2} = \frac{3x^2 + 3x + 3}{2} = a_1 + 5d = x^4 + 4x^2(x+1) + d$$

$$d = \frac{3x^2 + 3x + 3 - 2x^4 - 8x^3 - 8x^2}{2} = -2x^4 - 8x^3 - 5x^2 + 3x + 3 \quad (1)$$

$$a_9 - a_5 = 4d = 3x^2 - x^4 - 4x^3 - 4x^2 = -4x^4 - 76x^3 - 20x^2 + 6x + 6$$

$$3x^4 + 72x^3 + 9x^2 - 6x - 6 = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 2x - 2 = 0 \quad (x+1)(x^3 + 3x^2 - 2) = 0$$

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 2 \cancel{|x+1|} \\ -x^4 - x^3$$

$$3x^3 + 3x^2$$

$$-3x^3 - 3x^2$$

$$-2x - 2$$

$$-2x - 2$$

$$0$$

$$(x+1)^2(x^2 + 2x - 2) = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x = -1 \pm \sqrt{3}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + 3x^2 - 2 \\ x^3 + 3x^2 - 2 \end{array} \quad |x+1|$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x \\ x^2 + 2x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x - 2 \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2x - 2 \\ -2x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow x = -1; -1 \pm \sqrt{3}$$

$$x = -1; \quad a_3 = 0.$$

$$a_5 = 1 \quad (2(\sqrt{3}-1))^2$$

$$a_9 = 3 \quad (-1)^2$$

$$a_9 = -1 + 8 \cdot \frac{1}{2} = 3$$

$$a_9 = x = \sqrt{3} - 1$$

$$a_1 + 4 + 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 4$$

$$a_1 + a_2 + a_3 =$$

$$= 6\sqrt{3} - 4 + 8 - 8\sqrt{3} = 4$$

$$a_3 = 3\sqrt{3}$$

$$a_5 = ((\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1))^2 = 4$$

$$a_9 = 3(\sqrt{3}-1)^2 = 3(3+1-2\sqrt{3}) = 12-6\sqrt{3}$$

$$3 - 2 \quad |x+1|$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$N3 \quad A = m^2 + 2mn + n^2 - 9(mn) = (m+n)(m+n-9)$$

$$B = mn(mn) - 7mn = mn(mn-7)$$

? сл. когда  $A=759^2$

$B=73p^2$ , тогда рассмотрим 1:

$A = (m+n)(m+n-9)$ , заметим, что  $m+n \equiv m+n-9 \pmod{9}$ , значит, если  $m+n \equiv 3$ , то  $m+n-9 \equiv 3$  /, но  $A=759^2 \equiv 3$ , если  $m+n \equiv 9$ , то  $m+n-9 \equiv 9$

значит, откуда  $m+n-9 \equiv 3 \pmod{9}$  (без остатка), тогда

2-ой член - это  $m+n \equiv 3 \pmod{9}$ , тогда

$A=759^2 \equiv 9$ , значит  $9^2 \equiv 3 \Rightarrow 9 \equiv 3 \pmod{9}$

и тогда  $A \equiv 759^2 \equiv 75 \cdot 9 \equiv 27 \Rightarrow 600 \equiv m+n \pmod{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow m+n \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow A = 759^2 \equiv 81$ , но  $759^2 \not\equiv 81$

⇒ решения нет.

? сл. когда  $A=73p^2$ , рассмотрим 1:

$$B=759^2$$

$$A = (m+n)(m+n-9) = 73p^2 \geq 0 \Rightarrow m+n \geq 9, \text{ значит, } \\ \begin{cases} m+n-9 = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \\ m+n-9 = 11, & (3) \\ m+n = 11, & (4) \\ m+n-9 = 13, & (5) \\ m+n = 13, & (6) \end{cases} \quad \begin{cases} m+n-9 = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} m+n-9 = 11, & (3) \\ m+n = 11, & (4) \end{cases} \quad \begin{cases} m+n-9 = 13, & (5) \\ m+n = 13, & (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \end{cases} \quad \text{и тогда } 73 \pmod{60} \text{ б. о.}$$

$$\begin{cases} m+n = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \end{cases} \quad B = m \cdot n \cdot (m+n-3) = m \cdot n \cdot 20 = 759^2$$

$$\begin{cases} m+n = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \end{cases} \quad 759^2 \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow 9 \equiv 2, \text{ тогда}$$

$$\begin{cases} m+n = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \end{cases} \quad m \cdot n \cdot 20 \equiv 9 \pmod{9} \Rightarrow m \cdot n = 30,$$

$$\begin{cases} m+n = 73, & (1) \\ m+n = 73, & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \\ n=20 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} m=20 \\ n=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m+n = 73, & (1) \\ m+n = 30, & (2) \end{cases} \quad \begin{cases} m=3 \\ n=20 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} m=20 \\ n=3 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} &= \sqrt{324 + 900 + 2 \cdot 18 \cdot 30 \cdot \frac{7}{3}} = \sqrt{324 + 900 + 720} = \\ &= \sqrt{900 + 444} = \sqrt{1344} = 2\sqrt{336} = 4\sqrt{84} = 8\sqrt{21}. \\ &\text{Ответ: } 8\sqrt{21}. \end{aligned}$$



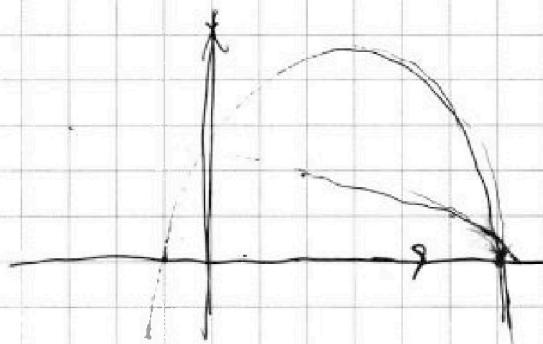


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{25 - x^2} = \sqrt{64 - 16x}$$

$$6-x = 8-x$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} - 6 = \frac{25}{4} - 6$$

$$(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{9}{4} = 0$$

$$\rightarrow x \in [0; \frac{5}{2}] \text{ и}$$

$$[\frac{5}{2}; 6]$$

$$\rightarrow x \in [\frac{5}{2}; 6]$$

$$\sqrt{64 - x^2}$$

$$c^2_{87} = \frac{87 \cdot 80}{2} =$$

$$2\sqrt{64 - x^2} = 3\sqrt{8}$$

$$36 - 2x^2 = 90$$

$$2 = \frac{5}{2}; \quad \frac{\sqrt{64 - x^2}}{8} + \frac{\sqrt{64 - x^2}}{8} + 5 = \sqrt{64 - x^2} = \frac{7}{2}$$

4:

$$5: \quad 18 - 10x = 16 \Rightarrow$$

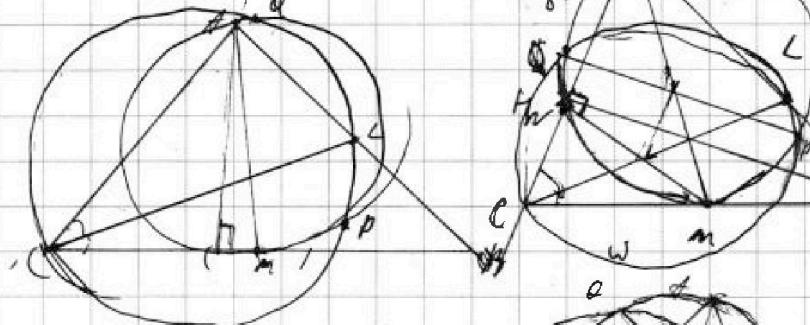
$$\sqrt{18 - 10x} = \sqrt{16}$$

$$18 - 10x + 10x = 16 + 10x \Rightarrow 18 = 16 + 10x$$

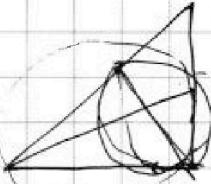
$$BL = \frac{20}{AB}$$

$$4R^2 - 10x^2$$

20.

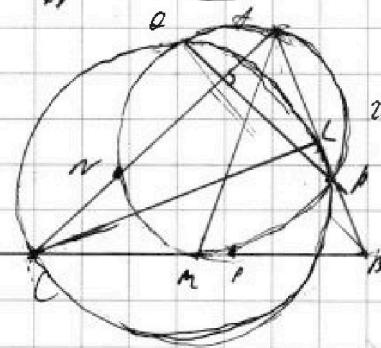


10.

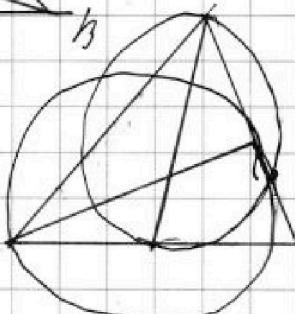


$$CM \cdot CL = CN \cdot CB$$

$$BP \cdot PM = BN \cdot NA$$



2a





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
— ИЗ —

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                                     |                          |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = (m+n)(m+n-9) = 23p^2 \quad x^4 - y^4 + 2x^2 - y^2 + 5(x^2y^2) = 0$$

$$B = mn(m+n-3) = 75q^2 \quad (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5) + 2x^2 - y^2 = 0$$

$$mn > 3 \quad (x-y)(x+y)(x^2 + y^2 + 5) + 2x^2 - y^2 = 0$$

$$m+n-3 = 5, \quad m+n = 8 \quad x^2 - 8x + 25q^2 = 0$$

$$mn = 75q^2, \quad mn = 15q^2 \quad x^2 = 8x - 25q^2 = 0$$

$$6 \cdot 2 (5) = 60 - 0 \quad m+n = 8 \quad x = 4$$

$$m+n = 3+25 \quad m+n = 29 \quad (x^2 - y^2)(x^2 + y^2 + 5)(x^2 + y^2 + 1) = 0$$

$$m+n = 13, \quad m+n(20) = 25q^2 + 9 = 27 \quad 2 \cdot 3 - 7 = 5.$$

$$m+n = p \quad m+n = 15 \quad m+n \cdot 5 = 750$$

$$m+n = p^2. \quad m+n = 30$$

$$m+n = 23p^2 \quad p(p-9) = 13p^2 \quad m+n = 73 \quad 20 \cdot 3$$

$$m+n = 73p^2. \quad p^2 - 9p = 13p^2 \quad -p = 72p^2 - 0 \quad 7344$$

$$p^2(p^2 - 9) = p^2 - 9p^2 = 73p^2. \quad p^2 = 22 - 0$$

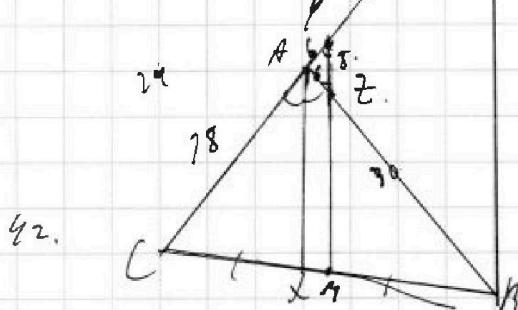
$$p^2 = 22p^2 \rightarrow p^2 = 22 - 0$$

$$73p(73p-9) = 769p^2 - 217p = 73p^2. \quad 72p = 9$$

$$756p^2 = 217p. \quad p = \frac{217}{756} \leftarrow 2 - 0$$

$$m+n = 73p^2 (73p^2 - 9) \quad 769p^2 - 217p = 73p^2 \quad \therefore p^2.$$

$$20 \cdot 3(20+3-3) = 300 = 75 \cdot 4 = 300 \quad p^2 = \sqrt{\frac{217}{756}} \leftarrow 2 - 0$$



$$672 \cdot 2 = 336 \cdot 4 = 84 \cdot 84 \cdot 26 = 27 \cdot 64 \cdot 26 \quad \therefore n_1 = 8\sqrt{27}$$

$$\sqrt{x^2} - \sqrt{6-y^2} + 5 = 2\sqrt{6+5x-y^2}, \quad \sqrt{x^2} - \sqrt{6-y^2} + 5 = \sqrt{6+5y-y^2}$$

$$x^2 + 5x^2 - y^2 = y^2 - 6 + 5y^2 \quad y^2 - 5y + 6 = \sqrt{6+5x-y^2} \quad \sqrt{6+5x-y^2} = \sqrt{6-y^2}(7+y)$$

$$\sqrt{6+5x-y^2} = \sqrt{6-y^2} + 5 \quad (y+7)(y+6) / 6 \cdot 2y^2 - 7 \cdot 46 [-716]$$

$$y^2 + 2y + 49 = 6 + 5y^2 + 25 - 20\sqrt{6+5x-y^2} \quad 8 - 402y^2 + 18y^2$$

$$t = 2\sqrt{6+5y^2} - 49$$

$$\frac{36+36-64}{26 \cdot 6} = \frac{?}{9} \quad 720$$

$$324 \cdot 900 + 2 \cdot \frac{?}{3} \cdot 78 \cdot 30 =$$

$$= 324 \cdot 900 + 120 = 7344$$