



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен $12 - 12x$, четвёртый член равен $(x^2 + 4x)^2$, а восьмой равен $(-6x^2)$. Найдите x .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения $10x + 5y$ при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6, \\ |3x - 2y| \leq 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары (m, n) натуральных чисел, для которых одно из чисел $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$ и $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$ равно $17p^2$, а другое равно $15q^2$, где p и q – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе AX треугольника ABC , проходящая через середину M его стороны BC , пересекает сторону AC и продолжение стороны AB в точках Z и Y соответственно. Найдите BC , если $AC = 18$, $AZ = 6$, $YZ = 8$.

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат 7×7 клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике ABC на медиане AM и биссектрисе CL как на диаметрах построены окружности Ω и ω соответственно, пересекающиеся в точках P и Q . Отрезок PQ параллелен высоте треугольника ABC , проведённой из вершины B . Окружность Ω пересекает сторону AC повторно в точке N . Найдите длины сторон AC и BC , если $AB = 6$, $AN = 5$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

Пусть эта арифметическая прогрессия имеет
разность d , а её первый член равен a . Тогда

$$12 - 12x = a + d, (x^2 + 4x)^2 = a + 3d, -6x^2 = a + 7d. \text{ Значит,}$$
$$(x^2 + 4x)^2 = a + 3d = \frac{2}{3}(a + d) + \frac{1}{3}(a + 7d) = \frac{2}{3}(12 - 12x) +$$
$$+ \frac{1}{3} \cdot (-6x^2)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = -2x^2 - 8x + 8$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x + 1 = 9$$

$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ (x+2)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 + \sqrt{6} \\ x = -2 - \sqrt{6} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ: $-2; -2 \pm \sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- 1 2 3 4 5 6 7

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$\left\{ \begin{array}{l} |2x-3y| \leq 6 \\ |3x-2y| \leq 4 \end{array} \right.$$

$$10x+5y \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -6 \leq 3y-2x \leq 6 \\ -4 \leq 3x-2y \leq 4 \end{array} \right.$$

Значим, $10x+5y = 7(3y-2x) + 8(3x-2y) \geq 7 \cdot (-6) + 8 \cdot (-4) = -74$, приём рав-бо достигается при
 $x = -\frac{24}{5}; y = -\frac{26}{5}$

Ответ: -74

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n) \cdot (m-2n+13).$$

$$B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2).$$

По условию, число $B = 17p^2$, число $B = 15q^2$, т.е.

$$B > 0 \Rightarrow mn(m-2n-2) > 0 \Rightarrow m-2n-2 > 0 \Rightarrow m-2n \geq 3,$$

т.к. $m-2n \in \mathbb{Z}$. Пусть $x = m-2n$, тогда $A = x(x+13)$.

Рассмотрим 2 случая:

1) $A = 17p^2$ ($p - \text{натуральное}$):

$$x(x+13) = 17p^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x | 17p^2 \Rightarrow x = 1, 17, p, p^2, 17p, 17p^2$$

1) $x=1$

$$\begin{cases} x=1 \\ x+13=17p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ p^2=\frac{17}{16} \end{cases} \times$$

2) $x=17$

$$\begin{cases} x=17 \\ x+13=p^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=17 \\ p^2=30 \end{cases} \times$$

3) $x=p$

$$\begin{cases} x=p \\ x+13=17p \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{13}{16} \\ p=\frac{13}{16} \end{cases} \times$$

4) $x=p^2$

$$\begin{cases} x=p^2 \\ x+13=17 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 \\ p=2 \end{cases} \checkmark$$

5) $x=17p$

$$\begin{cases} x=17p \\ x+13=p \end{cases} \quad \begin{cases} x=-17 \cdot \frac{13}{16} \\ p=-\frac{13}{16} \end{cases} \times$$

6) $x=17p^2$

$$\begin{cases} x=17p^2 \\ x+13=1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=-12 \\ p^2=-\frac{12}{17} \end{cases} \times$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N3 (недоказано)

2) $A = 15q^2$ (q -целое):

$$x | 15q^2 \Rightarrow x = 3; 5; q; q^2; 3q^2; 5q^2; 15q^2 \text{ (м.к. } x \geq 3\text{)}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ x+13=5q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3 \\ q^2 = \frac{16}{5} \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x+13=3q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ q^2 = 6 \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=q \\ x+13=15-q \end{cases}$$

$$\begin{cases} q = \frac{13}{14} \\ x = \frac{13}{4} \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=q^2 \\ x+13=15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ q^2=2 \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=3q^2 \\ x+13=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-8 \\ q^2 = -\frac{8}{3} \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=5q^2 \\ x+13=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-10 \\ q^2 = -2 \end{cases} \times$$

$$\begin{cases} x=15q^2 \\ x+13=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-12 \\ q^2 = -\frac{4}{5} \end{cases} \times$$

Значит, считать $A = 15q^2$ невозможно $\Rightarrow A = 17p^2 =$

$$\Rightarrow p=2, m-2n=x=4, B=15q^2.$$

$$15q^2 = B = mn(m-2n-\frac{1}{2}) = 2mn \Rightarrow 15q^2 : 2 = q^2 : 2 =$$

$$\Rightarrow q : 2. \text{ М.к. } q \text{- целое, то } q=2 \Rightarrow mn = \frac{15q^2}{2} = 30$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА
3 из 3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

№3 (продолжение)

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ mh = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ mh = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{m = 2n + 4} \\ h(2n+4) = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ h^2 + 2hn - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 2n + 4 \\ (h+5)(h-3) = 0 \\ \therefore (m.k. n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} h = 3 \\ m = 10 \end{cases}$$

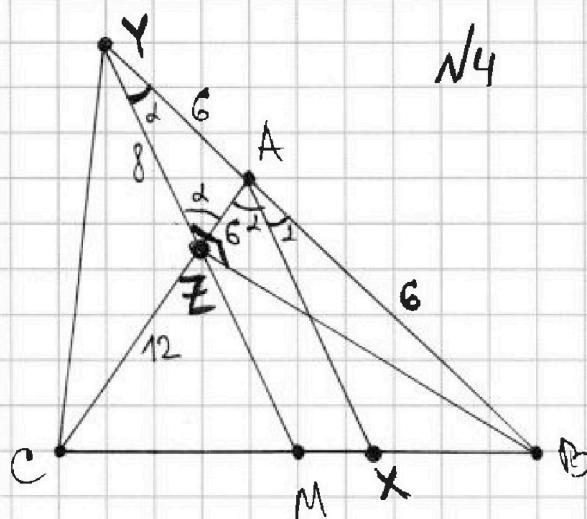
Ответ: (10; 3)

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N4

Решение:

1) Пусть $\angle XAC = \angle XAB = \alpha$. $\angle MVB = \angle XAB$ (сопоставименные),

~~$\angle AZY = \angle XAC = \alpha$~~ (наименее логичнее), ~~m.k.~~ $MY \parallel AX$ (но это неверно). Тогда $\angle AYZ = \angle AZY \Rightarrow \triangle AZY - h/d$ (но это неверно)

$\Rightarrow AY = AZ = 6$. $CZ = CA - AZ = 12$.

2) По теор. Менелая для $\triangle ABC$ и сек. $M-Z-Y$: $\frac{BM}{MC} \cdot \frac{CY}{YA} \cdot \frac{AZ}{ZC} = 1$.

$$\cdot \frac{CZ}{ZA} \cdot \frac{AY}{YB} = 1 \Rightarrow \frac{BM}{MC} = 1, \frac{CY}{YA} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow \frac{AY}{YB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BY = 2AY = 12 \Rightarrow AB = BY - AY = 6.$$

3) Медиана ZA б. $\triangle AZY$ равна $b = \frac{1}{2}BY = \frac{1}{2}12 = 6$. $\angle BZY = 90^\circ$.

Тогда из $\triangle BZY$: $\cos \alpha = \cos \angle BYZ = \frac{ZY}{BY} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

$$\Rightarrow \cos \angle BAC = \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{1}{3}.$$

4) По теореме косинусов: $BC^2 = BA^2 + AC^2 - 2BA \cdot AC \cdot \cos \angle BAC =$

$$= 384 \Rightarrow BC = 8\sqrt{6}.$$

Ответ: $8\sqrt{6}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N5

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3y} \stackrel{(1)}{=} 2y^5 - 4\sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

Решим отдельно ур-е (1):

$$2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3x} = 2y^5 + 4y^2 + 4\sqrt{3y}$$

Область определения — $x \in [0; +\infty)$, $y \in [0; +\infty)$

Пусть $f(t) = 2t^5 + 4t^2 + 4\sqrt{3t}$, тогда ур-е (1)

переписывается как $f(x) = f(y)$. Очевидно, что

при $t \geq 0$ функции $2t^5$, $4t^2$, $4\sqrt{3t}$ возрастают \Rightarrow

$\Rightarrow f(t)$ строго возрастают \Rightarrow из равн-ва $f(x) = f(y)$

следует равн-во $x=y$.

3 Возвращаемся к изначальной системе.

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ x=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y \\ 2\sqrt{(3-x)(x+4)} + \sqrt{3-x} - \sqrt{x+4} \stackrel{(2)}{=} 5 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N 5 (продолжение)

Решим отдельно ур-е (2). Пусть $a = \sqrt{3-x}$, $b = -\sqrt{x+4}$,
($a \geq 0, b \leq 0$). Тогда $-2ab + a + b = 5$ и $a^2 + b^2 = 7$

$$\begin{cases} -2ab = 5 - a - b \\ (a+b)^2 - 2ab = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2ab = 5 - a - b \\ (a+b)^2 - (a+b) - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2ab = 5 - a - b \\ (a+b+1)(a+b-2) = 0 \end{cases}$$

~~Проверка~~

$$\begin{cases} a+b = -1 \\ ab = -3 \end{cases} \Rightarrow \text{ко множ. вычеса } a+b - \text{корни ур-я}$$

$$t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow a = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, b = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \quad (\text{м.к. } a \geq 0)$$

$$\begin{cases} a+b = 2 \\ ab = -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow a \text{ и } b - \text{корни ур-я } t^2 - 2t - \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 + \sqrt{10}}{2}, b = \frac{2 - \sqrt{10}}{2} \quad (\text{м.к. } a \geq 0)$$

Вернёмся к x :

$$\sqrt{3-x} = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$\sqrt{3-x} = \frac{2+\sqrt{10}}{2}$$

$$x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

$$x = \frac{-1-2\sqrt{10}}{2}$$

Значит, у исходной системы 2 решения:
 $x = y = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$, $x = y = \frac{-1-2\sqrt{10}}{2}$. Ответ: $\left(\frac{\sqrt{13}-1}{2}; \frac{\sqrt{13}-1}{2}\right), \left(\frac{-1-2\sqrt{10}}{2}; \frac{-1-2\sqrt{10}}{2}\right)$

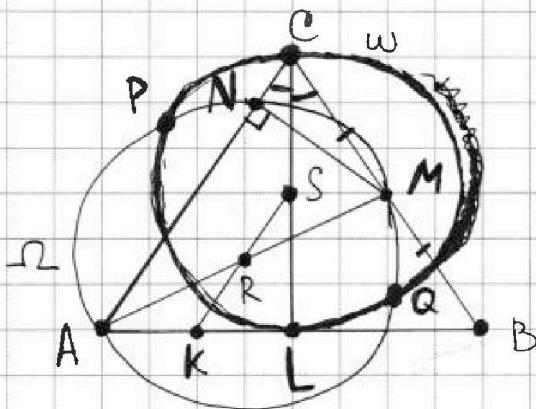


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

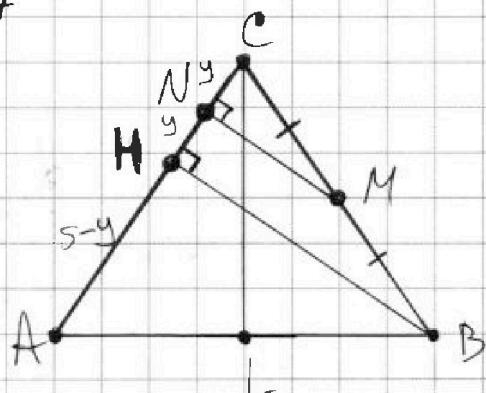
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
1 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



N7



Решение:

1) Пусть R и S - середины AM и CL соответственно, тогда R -чейзир ω , S -чейзир w , а PQ -прямая, проходящая через ч-ки пересечения ω и $w \Rightarrow$
 $\Rightarrow PQ \perp RS$. По условию, $PQ \parallel h$, где h - высота из вершины B в $\triangle ABC \Rightarrow PQ \perp AC \Rightarrow RS \parallel AC$.

2) Пусть K -серед. AL . Тогда KS -ср. линия $\triangle ASL \Rightarrow KS \parallel AC \Rightarrow K, R, S$ коллинеарны. // KR -ср. линия $\triangle AML \Rightarrow$
 $\Rightarrow ML \parallel KR \parallel AC$. Прямая ML проходит через середину BC (ч-к M) и параллельна $AC \Rightarrow ML$ -- ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow L$ -ср. $AB \Rightarrow CL$ -и медиана, и бисс-са $\Rightarrow \triangle ABC$ -- $\sim \triangle ABC$ и $AC=BC$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

СТРАНИЦА
2 ИЗ 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N7 (продолжение)

3) Пусть H - основание высоты из вершины B .

В окружности $\Omega <ANM$ отмечается диаметр $AM \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ANM = 90^\circ \Rightarrow MN \perp AB \Rightarrow MN \parallel BH$. Всё верно

MN проходит через середину BC ($m\text{-нк } M$) и параллельна $BH \Rightarrow MN$ -ср. линия $\triangle ABC \Rightarrow N$ -ср. чл.

4) Пусть $CN = NH = y$ $(y > 0)$, тогда $AH = AN - NH = 5 - y$, $AC = BC =$
 $= AN + NC = 5 + y$. По теореме Пифагора $AB^2 = BH^2 + AH^2$,
 $BC^2 = BH^2 + CH^2 \Rightarrow BC^2 - CH^2 = BH^2 = BA^2 - AH^2 \Rightarrow (5+y)^2 - (2y)^2 =$
 $= 6^2 - (5-y)^2$.

$$(5+y)^2 - (5-y)^2 = 4y^2 + 36$$

$$2(y^2 + 25) = 4y^2 + 36$$

$$2y^2 = 14$$

$$y^2 = 7$$

$$y = \sqrt{7} \quad (\text{m.k. } y > 0)$$

Тогда $AC = BC = 5 + y = 5 + \sqrt{7}$

Ответ: $5 + \sqrt{7}; 5 + \sqrt{7}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N2

$$3y - 2x \\ -6 \leq 2x - 3y \leq 6$$

~~4x + 5y = 10~~

$$-4 \leq 3x - 2y \leq 4$$

$$10x + 5y = 8(2x + y)$$

$$\cancel{10x + 5y} = \cancel{8(2x + y)} \\ \cancel{10x + 5y} \geq \cancel{\frac{7}{8}(3y - 2x) + \frac{8}{7}(3x - 2y)}$$

$$\cancel{10x + 5y} \geq \cancel{\frac{7}{8} \cdot (-6)} + \cancel{\frac{8}{7} \cdot (-4)} = \boxed{-74}$$

Решение:

$$\begin{cases} 3y - 2x = -6 & | \ 3 \ 2 \\ 3x - 2y = -4 & | \ 2 \ 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y = -26 \\ 5x = -24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{24}{5} \\ y = -\frac{26}{5} \end{cases}$$

$$10x + 5y \rightarrow \min$$

$$2x + 4y \rightarrow \min$$

$$1(2x + 4y) + 3(3y - 2x) = \\ = 2x + 4y$$

$$x(\cancel{2x + 4y}) + y(\cancel{3y - 2x}) = \\ 3y - 2x$$

$$= 2x + 4y$$

$$\begin{cases} 3y - 2x = 2 & | \ 3 \ 2 \\ 3x - 2y = 1 & | \ 2 \ 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y = 8 \\ 5x = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases}$$

$$x = 3 - \frac{7 - \sqrt{13}}{2} = \frac{\sqrt{13} - 1}{2}$$

$$(2 + \sqrt{10})^2 = 14 + 4\sqrt{10}$$

$$3 - \frac{7 + 2\sqrt{10}}{2} = -\frac{1 + 2\sqrt{10}}{2}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$\begin{cases} 12 - 12x = a + d \\ (x^2 + 4x)^2 = a + 3d \\ -6x^2 = a + 7d \\ -6x^2 + 12x - 12 = 6d \\ -x^2 + 2x - 2 = d \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2(a+d) + 3(a+7d) &= a+3d \\ (2+3)a + (2+7\beta)d &= a+3d \\ \begin{cases} d+\beta=1 \\ 2+7\beta=3 \end{cases} &\Rightarrow \beta=\frac{1}{3}, d=\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$a = 12 - 12x - d = 12 - 12x + x^2 - 2x + 2 = x^2 - 14x + 14$$

$$\begin{aligned} (x^2 + 4x)^2 &= x^2 - 14x + 14 + 3(-x^2 + 12x - 12) \\ x^4 + 8x^3 + 16x^2 &= -2x^2 + 22x - 22 \end{aligned}$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 - 22x + 22 = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

$$(x^2 + 4x)^2 = \frac{2}{3}(12 - 12x) + \frac{1}{3}(-6x^2)$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 = 8 - 8x - 2x^2$$

$$x^4 + 8x^3 + \cancel{18}x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$x^2(x^2 + \frac{1}{x^2} + 8(x + \frac{1}{x}) + 18) = 9$$

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x^2((x + \frac{1}{x})^2 + 8(x + \frac{1}{x}) + 16) = 9$$

$$x = -2 \pm 2$$

$$x^2(x^2 + \frac{1}{x^2} + 4)^2 = 9$$

$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + \cancel{m^2} + 4n^2 + 13m - 26n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) =$$

$$\underline{\underline{B = m^2 n - 2mn^2 - 2mn = mn(m-2n-2)}} = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$x = m-2n \geq 2$$

$$x(x+13) = 17p^2$$

$$\begin{cases} x=17 \\ x+13=p^2 \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} x=p^2 \\ x+13=17 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=p \\ x+13=17p \end{cases} \quad \times$$

$$A = 17p^2 \Rightarrow B = 15q^2$$

$$2mn = 15q^2 \Rightarrow q=2, mn=30$$

$$\begin{cases} m-2n=4 \\ mn=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=2n+4 \\ n(n+2)=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=2n+4 \\ (n+1)^2=16 \end{cases}$$

$$y^2 + 25 = 2y^2 + 18$$

$$y^2 = 7$$

$$(5+\sqrt{7})^2 - (2\sqrt{7})^2 = 6^2 - (5-\sqrt{7})^2$$

$$\boxed{x=4, p=2}$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x+13=3q^2 \end{cases} \quad \times$$

$$\begin{cases} x=3q \\ x+13=5q^2 \end{cases} \quad \times$$

$$36 - (32 - 10\sqrt{7}) = 4 + 10\sqrt{7}$$

$$\begin{cases} x=q^2 \\ x+13=15 \end{cases} \quad \times$$

$$2b^3(b+1) - 9b(b+1) - 4b^2 + 9 = 0$$

$$\begin{cases} n=3 \\ m=10 \end{cases}$$

$$4b^4 + 4b^3 + b^2 + b^2 + 10b + 25 =$$

$$= 28b^2 + 28b + 7$$

$$4b^4 + 4b^3 - 26b^2 - 18b + 18 = 0$$

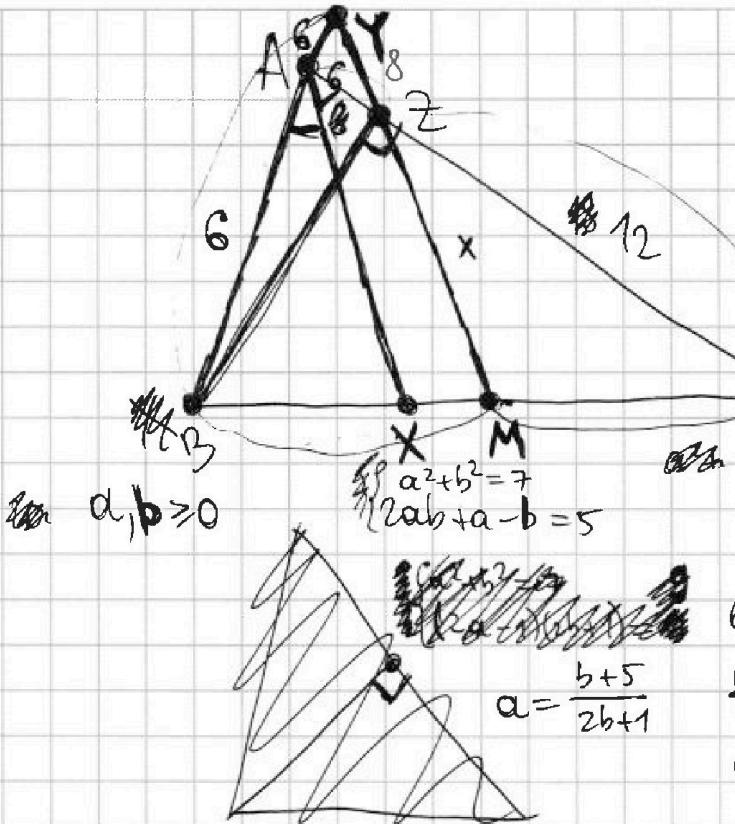
$$2b^4 + 2b^3 - 13b^2 - 9b + 9 = 0$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{6}{6} \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

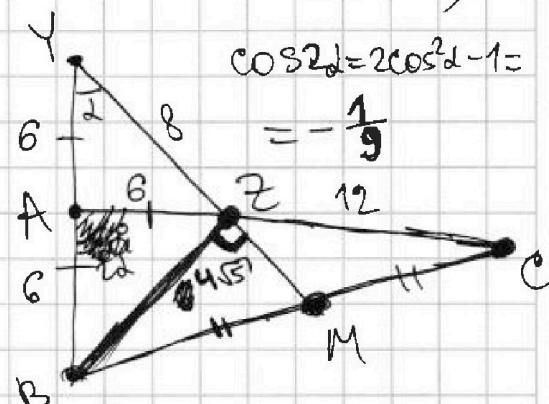
$$x=4$$

$$(b+5)^2 + b^2(2b+1)^2 = 7(2b+1)^2$$

$$\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$$

$$\cos 2\beta = 2\cos^2 \alpha - 1 =$$

$$-\frac{1}{9}$$



$$2x^5 + 4x^2 - 4\sqrt{3}y = 2y^5 -$$

$$-4\sqrt{3}x + 4y^2$$

~~144x^5~~

$$2x^5 + 4x^2 + 4\sqrt{3}x = 2y^5 + 4y^2 + 4\sqrt{3}y \Rightarrow x=y \geq 0$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2}$$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)} \quad l=a+b$$

$$2ab - a - b = 5, \quad (a+b)^2 - 2ab = 7 \Rightarrow l^2 - l = 12$$

$$4ab - 2a - 2b + 1 = 11 \Rightarrow (2a-1)(2b-1) = 11 \quad l^2 - l - 12 = 0$$

$$l = 4$$

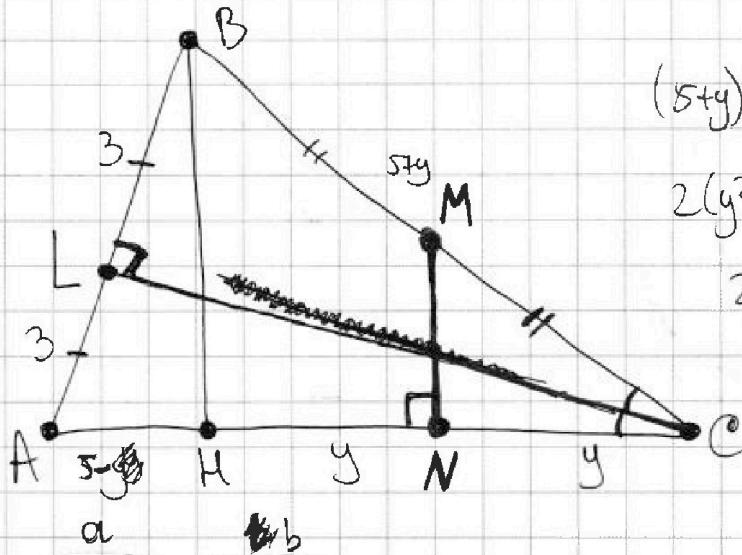


На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



$$(5+y)^2 - 3^2 = (2y)^2 - (5-y)^2$$

$$2(y^2 + 25) = 4y^2 + 9$$

$$2y^2 = 41$$

$$y = \sqrt{\frac{41}{2}}$$

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{(3-x)(x+4)}$$

$$(2\sqrt{x+4} + 1)(2\sqrt{3-x} - 1) = 9$$

$$x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\begin{cases} a+b+5 = -2ab \\ a^2+b^2 = 47 \end{cases}$$

окн

$$\boxed{\begin{cases} a = \frac{1 \pm \sqrt{41}}{2} \\ b = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2} \end{cases}}$$

окн

$$\begin{cases} ab+5 = -2ab \\ (a+b)^2 + ab + 5 = 7 \end{cases}$$

$$x = a^2 - 4 =$$

$$\begin{cases} ab+5 = -2ab \\ (ab+2)(ab-1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 1 \\ ab = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = -2 \\ ab = -\frac{3}{2} \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

