



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 6



1. [3 балла] Второй член арифметической прогрессии равен  $12 - 12x$ , четвёртый член равен  $(x^2 + 4x)^2$ , а восьмой равен  $(-6x^2)$ . Найдите  $x$ .

2. [4 балла] Найдите наименьшее значение выражения  $10x + 5y$  при условии

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leqslant 6, \\ |3x - 2y| \leqslant 4. \end{cases}$$

3. [5 баллов] Найдите все пары  $(m, n)$  натуральных чисел, для которых одно из чисел  $A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n$  и  $B = m^2n - 2mn^2 - 2mn$  равно  $17p^2$ , а другое равно  $15q^2$ , где  $p$  и  $q$  – простые числа.

4. [5 баллов] Прямая, параллельная биссектрисе  $AX$  треугольника  $ABC$ , проходящая через середину  $M$  его стороны  $BC$ , пересекает сторону  $AC$  и продолжение стороны  $AB$  в точках  $Z$  и  $Y$  соответственно. Найдите  $BC$ , если  $AC = 18$ ,  $AZ = 6$ ,  $YZ = 8$ .

5. [4 балла] Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2}, \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2. \end{cases}$$

6. [4 балла] На тетрадном листе нарисован квадрат  $7 \times 7$  клеток (стороны квадрата идут вдоль границ клеток), а все узлы сетки внутри квадрата или на его границе покрашены в чёрный цвет. Найдите количество способов перекрасить два узла в белый цвет, если раскраски, получающиеся друг из друга поворотом, считаются одинаковыми.

7. [6 баллов] В треугольнике  $ABC$  на медиане  $AM$  и биссектрисе  $CL$  как на диаметрах построены окружности  $\Omega$  и  $\omega$  соответственно, пересекающиеся в точках  $P$  и  $Q$ . Отрезок  $PQ$  параллелен высоте треугольника  $ABC$ , проведённой из вершины  $B$ . Окружность  $\Omega$  пересекает сторону  $AC$  повторно в точке  $N$ . Найдите длины сторон  $AC$  и  $BC$ , если  $AB = 6$ ,  $AN = 5$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $a$  - первая ширина,  $d$  - разность прорезин. По условию:

$$\begin{cases} a + d = 12 - 12x & (1) \\ a + 3d = (x^2 + 4x)^2 & (2) \\ a + 7d = -6x^2 & (3) \end{cases}$$

$$(1) - (2): d - 3d = 12 - 12x - (x^2 + 4x)^2$$

$$-2d = 12 - 12x - (x^2 + 4x)^2$$

$$d = \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2}$$

Подставим в (3)

$$12 - 12x - \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} + 7 \cdot \frac{(x^2 + 4x)^2 + 12x - 12}{2} = -6x^2 / 2$$

$$24 - 24x - (x^2 + 4x)^2 - 12x + 12 + 7(x^2 + 4x)^2 + 84x - 84 = -12x^2$$

$$6(x^2 + 4x)^2 + 48x - 48 + 12x^2 = 0 \quad | : 6$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2x^2 + 8x - 8 = 0$$

$$(x^2 + 4x)^2 + 2(x^2 + 4x) + 1 - 9 = 0$$

$$(x^2 + 4x + 1)^2 = 9$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x + 1 = 3 \\ x^2 + 4x + 1 = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases} \quad D = 16 + 8 = 24$$

$$x = \frac{-4 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x = -2 \pm \sqrt{6} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ:  $-2; -2 \pm \sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |12x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases} \quad |1| \cdot |6|$$

$$\begin{cases} |12x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases} \quad |1| \cdot |4|$$

$$\begin{cases} 6|12x - 3y| \leq 36 \\ 4|3x - 2y| \leq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4|12x - 3y| \leq 24 \\ 6|3x - 2y| \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -36 \leq 12x - 3y \leq 36 \\ -16 \leq 3x - 2y \leq 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -24 \leq 8x - 12y \leq 24 \\ -24 \leq 18x - 12y \leq 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -36 \leq -12x + 18y \leq 36 \quad (1) \\ -16 \leq 12x - 8y \leq 16 \quad (2) \end{cases} \quad \begin{cases} -24 \leq -8x + 12y \leq 24 \quad (3) \\ -24 \leq 18x - 12y \leq 24 \quad (4) \end{cases}$$

$$(1) + (2):$$

$$(3) + (4)$$

$$-52 \leq 10y \leq 52 \quad | \frac{1}{2}$$

$$-48 \leq 10x \leq 48$$

$$-26 \leq 5y$$

$$10x + 5y \geq -48 + (-26) = -74$$

Прием решения уравнения ~~уравнения~~  
при  $y = -\frac{26}{5}$ ,  $x = -\frac{24}{5}$

Проверим получаем ли они под условие.

$$|12x - 3y| = \left| -\frac{48}{5} + \frac{78}{5} \right| = \left| \frac{30}{5} \right| = 6 \leq 6 - \text{верно}$$

$$|3x - 2y| = \left| -\frac{24}{5} + \frac{52}{5} \right| = \left| \frac{28}{5} \right| = 4 \leq 4 - \text{верно}$$

Отвр.: -74.



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^2 - 4mn + 4n^2 + 13m - 26n = (m - 2n)^2 + 13(m - 2n) = \\ = (m - 2n)(m - 2n + 13)$$

$$B = m^2n - 2mn^2 - 2mn = mn(m - 2n - 2)$$

Пусть  $m - 2n = k \Rightarrow A = k(k + 13)$   
 $B = mn(k - 2)$

$p, q$  - простые,  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $m, n \in \mathbb{N}$

$$\begin{cases} k(k+13) = 17p^2 \\ mn(k-2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k(k+13) = 17p^2 \\ mn(k-2) = 15q^2 \end{cases}$$

т.к.  $k$  и  $k + 13$  - разные четности, то

$$17p^2 \vdots 2$$

$$15q^2 \vdots 2$$

т.к.  $p$  и  $q$  - простые.

$$p = 2$$

$$q = 2$$

$$\begin{cases} k^2 + 13k - 68 = 0 \\ mn(k-2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k^2 + 13k - 60 = 0 \\ mn(k-2) = 17p^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (k+17)(k-4) = 0 \\ mn(k-2) = 15q^2 \end{cases}$$

$$2 = 16q + 240 = 409$$

$$k = \frac{-13 \pm \sqrt{409}}{2} \notin \mathbb{Z}$$

1. 1.  $k = -17$

1. 2.  $k = 4$

$$-19mn = 15q^2 \quad 2mn = 15q^2$$

$$15q^2 \vdots 19, \text{ т.к. } q \text{-простое} \quad q = 19.$$

$$-19mn = 15 \cdot 19^2$$

$$15q^2 \vdots 2, \text{ т.к. } q \text{-простое } q = 2.$$

$$2mn = 15 \cdot 2^2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

1

2

3

4

5

6

7

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$mn = -19 \cdot 15$$

↓

$$\begin{cases} m < 0 \\ n < 0 \end{cases}$$

Но  $m, n \in \mathbb{N}$   
по условию

Противоречие

$$mn = 30$$

Возвращаем к  $m$  и  $n$ :

$$\begin{cases} m - 2n = 4 \\ mn = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ (4 + 2n)n = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ 2n^2 + 4n - 30 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n^2 + 2n - 15 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ (n+5)(n-3) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 4 + 2n \\ n = 3 \end{cases}$$

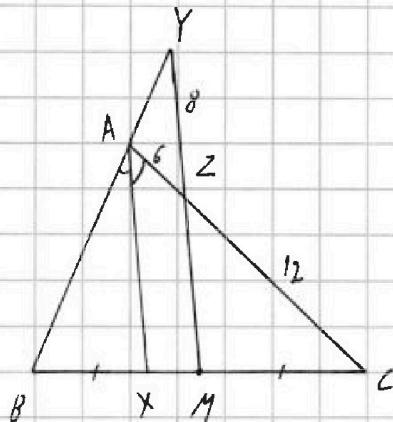
Ответ:  $(10, 3)$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!



Дано:  $\triangle ABC$ ;  $AX$  - бисс-са;  
 $M$  - сер  $BC$ ;  $Z \in AXC$ ;  
 $MZ \parallel XA$ ;  $MZ \cap AB = Y$

$$AC = 18; AZ = 6; YZ = 8$$

Найти  $BC$

Решение:

$$1. \angle C = AC - AZ = 18 - 6 = 12$$

$$2. \cancel{\text{Менелей}} \quad AX \parallel MY \Rightarrow \angle BAX = \angle BYM \quad (\text{как соответственные}) \\ \angle XAC = \angle AZY \quad (\text{как накрест лежащие})$$

$$\Rightarrow \angle AZY = \angle AYZ \Rightarrow \triangle AYZ - \text{р/з} \quad (\text{по признаку}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AY = AZ = 6 \quad (\text{по опр.})$$

3. По т. Менелая б в  $\triangle BCA$  и сен.  $M - Z - Y$ :

$$1 = \frac{BM}{MC} \cdot \frac{CZ}{AZ} \cdot \frac{AY}{BY} = 1 \cdot \frac{12}{6} \cdot \frac{6}{8Y} = \frac{12}{8Y} \Rightarrow BY = 12 \\ AB = BY - AY = 6$$

4. По т. Менелая б в  $\triangle AYM$  и сен.  $A - Z - C$ :

$$1 = \frac{AB}{AY} \cdot \frac{YZ}{ZM} \cdot \frac{MC}{BC} = \frac{6}{6} \cdot \frac{8}{ZM} \cdot \frac{1}{12} = \frac{4}{ZM} \Rightarrow ZM = 4$$

5. По м. косинусов б в  $\triangle AZY$ :

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \angle AZY$$

$$\cos \angle AZY = \frac{64}{2 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$6. \angle MZC = \angle AZY \quad (\text{как вертикальные}) \Rightarrow \cos(\angle MZC) = \\ = \cos(\angle AZY) = \frac{2}{3}$$

7. По м. косинусов б в  $\triangle MZC$ :

$$MC^2 = 16 + 144 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \cos(\angle AZY) = 160 - 64 = 96 \Rightarrow MC = 4\sqrt{6}$$

$$8. BC = 2MC = 8\sqrt{6}$$

Отвем:  $8\sqrt{6}$ .



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
2 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x^2 + x - 3 = 0 \\ x^2 + x + 24 = 0 \end{cases} D = 1 - 24 \cdot 4 < 0 \text{ - корней нет}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13 > 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

Будемки в систему, которая дала  
10 уравнено

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} - \sqrt{3-y} + 5 = 2\sqrt{12-x-y} \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3y} = 2y^5 - \sqrt[4]{3x} + 4y^2 \quad (2) \end{cases}$$

Если  $y = x = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$ , то (2) ур-е не имеет  
решения т. к.  $3y$  - отрицательное число  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  четвёртая из него будет корнем 4-ой  
степени.

$$\text{Если } y = x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}.$$

$$(2) \quad 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[4]{3x} = 2x^5 - \sqrt[4]{3x} + 4x^2$$

$$0 = 0$$

т. е. этот корень подходит.

$$\text{Ответ: } \left( \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \right).$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 2

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} & (1) \\ 2x^5 + 4x^2 - \sqrt[3]{y} = 2y^5 - \sqrt[3]{3x} + 4y^2 \end{cases}$$

Рассмотрим (1).

$$\sqrt{x+4} + 5 = 2\sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{3-x}$$

Правая часть удобнее, левая возрастает  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  данное уравнение имеет не более 1 корня.  
Найдем корень. Пусть  $x=y$

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{12-x-x^2} - 5 \quad |^2$$

$$\begin{cases} x+4 + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4(12-x-x^2) - 20\sqrt{12-x-x^2} + 25 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4(12-x-x^2) - 18\sqrt{12-x-x^2} + 18 = 0 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\text{Пусть } k = \sqrt{12-x-x^2}.$$

$$4k^2 - 18k + 18 = 0$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9 > 0$$

$$k = \frac{9 \pm 3}{2} = 3; 6$$

Вернемся к  $x$

$$\begin{cases} \sqrt{12-x-x^2} = 3 \\ \sqrt{12-x-x^2} = 6 \\ 12-x-x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12-x-x^2 = 9 \\ 12-x-x^2 = 36 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 из 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

Всего отмечено 64 чуда сложи  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \text{вариантов выбрать } 2: C_{64}^2 = \frac{64!}{62!2!} = \frac{63 \cdot 64}{2}$$

Но переворотом можно получить 4  
варианта, только если оба лезвия  
чуда не лежат на одной главной  
диагонали. Как-то спасабъ выбрать 2  
чуда из двух главных диагоналей.

$$2 \cdot C_8^2 = 2 \cdot \frac{8!}{6!2!} = 7 \cdot 8 = 56$$

Если 2 чуда лежат на одной диагонали,  
то переворотом можно получить  
только 2 варианта.

Всего спасабъ.

$$\frac{C_{64}^2 - 2C_8^2}{4} + \frac{2 \cdot C_8^2}{2} = \frac{63 \cdot 32 - 56}{4} + \frac{56}{2} = \\ = 63 \cdot 8 - 14 + 28 = 504 + 14 = 518$$

Ответ: 518.

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$12 - 12x \quad | \quad (x^2 + 4x)^2 \quad | \quad 12 - 12x \quad | \quad -6x^2$$

$$\alpha + 2d = 12 - 12x \quad | \quad 12 - 12x + 2d = (x^2 + 4x)^2$$

$$\alpha + 2d = (x^2 + 4x)^2 \quad | \quad 2d = (x^2 + 4x)^2 + 12x - 12$$

$$\alpha + 6d = -6x^2 \quad | \quad 3(x^2 + 4x)^2 + 6x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$12 - 12x + 3(x^2 + 4x)^2 + 36x - 36 = -6x^2 \quad | \quad x = 0$$

$$24x - 24 + 3x^4 + 24x^2 + 48x = -6x^2 \quad | \quad 2 + 5 = 2\sqrt{12 - y^2} \\ + 3\sqrt{3 - y^2}$$

$$3x^4 + 24x^2 + 54x^2 + 24x - 24 = 0$$

$$x^7 + 8x^5 + 18x^3 + 8x - 8 = 0$$

$$x^7 + 8x^5 + 18x^3 + 8x - 8 = 0 \quad | \quad 2d \quad | \quad 4d$$

$$12 \quad | \quad 12 - 12x \quad | \quad (x^2 + 4x)^2 \quad | \quad -6x^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 12x - 3y \leq 0 \\ 13x - 2y \leq 4 \end{array} \right.$$

$$64 - 652x - 3y \leq 0 \quad | \quad -6x^2 - (x^2 + 4x)^2 = 2((x^2 + 4x)^2 - (12 - 12x)) / 12$$

$$8 - 4 \leq 3x - 2y \leq 4 \quad | \quad 6x^2 + (x^2 + 4x)^2 = 2(16x^2 + 8x^3 - 16x)$$

$$-6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = 2(x^4 + 8x^3 + 16x^2 - 12 + 12x)$$

$$-6x^2 - x^4 - 8x^3 - 16x^2 = 2x^4 + 16x^3 + 32x^2 - 24 + 24x$$

$$3x^7 + 24x^5 + 54x^3 + 24x - 24 = 0$$

$$x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8x - 8 = 0 \quad | \quad x^4 - 8 + 18 - 8 - 8$$

$$x^2 + 8x + \frac{18}{x^2} + \frac{8}{x} - \frac{8}{x^4} = 0 \quad | \quad 16 - 64 + 72 - 32 - 8 =$$

$$x^2 - \frac{8}{x^2} + 8(x + \frac{1}{x}) + 18x = 0 \quad | \quad 256 - 246 + 18 \cdot 64 - 32 - 8$$

$$1 - 8 \quad | \quad 18 \quad 8 \quad > 8 \\ -2 \quad 1 \quad 6 \quad 24$$

Т

Т

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

 1 2 3 4 5 6 7СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} m^4 - 4mn + 4n^2 + 16m - 26n &= (m - 2n)^2 + 12(m - 2n) = (m - 2n)(m - 2n + 12) \\ m^2n - 2mn^2 - n &= (m^2 - 2mn + n^2) - n^3 - 2mn^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4y &\leq -2(x-y) \leq 4 \\ 1 &\leq 2(y-x) \leq 8 \\ -4 &\leq -8 \leq 4 \\ -4 &\leq -2(x-y) \leq 4 \end{aligned}$$

$$36 = 36 + 64 - 2 \cdot 48 - 165 \text{ и } \begin{cases} 64 \\ 48 \end{cases} = \frac{32}{2 \cdot 48} = \frac{2}{3} x^2 - 8 \quad \begin{cases} -4 \leq -2(x-y) \leq 4 \\ -6 \leq 2(y-x) \leq 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 105 &= 64 - 16 + 144 - 2 \cdot 48 - 165 \\ &= 96 + 144 - 64 = 96 = 4 \cdot 24 = 4 \cdot 6^2 = (4 \sqrt{6})^2 \\ &\Rightarrow 6 \leq 2(y-x) \leq 8 \quad -10 \leq y \leq 16 \end{aligned}$$

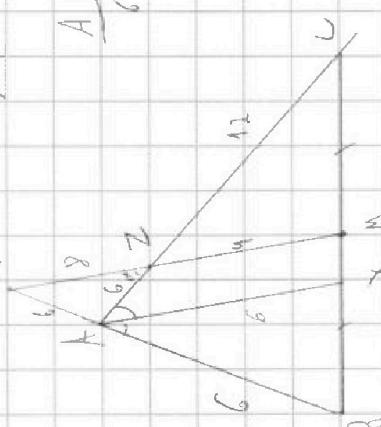


$$\begin{aligned} 1 &= \frac{12}{6} \cdot \frac{12}{8} = \frac{1}{2} x^2 - 8 \quad \begin{cases} -10 \leq y \leq 16 \\ -10 \leq -y \leq 10 \end{cases} \\ x &= 16 + 144 - 2 \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{2}{3} = 16 + 144 - 2 \cdot 4 \cdot 2 = 144 \end{aligned}$$

$$A(0)$$

$$\begin{aligned} \frac{AB}{6} &= 1 \Rightarrow \sqrt{6^2 + 6^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 6^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot 6 = 1 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{36} = \frac{1}{6} \cdot 6 = 1 \\ \frac{AC}{6} &= 1 \Rightarrow \sqrt{6^2 + 12^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{2 \cdot 6^2 + 2 \cdot 12^2} = 1 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot 6 = 1 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{36 + 144} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{180} = \frac{1}{6} \cdot 6\sqrt{5} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$Y$$



$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

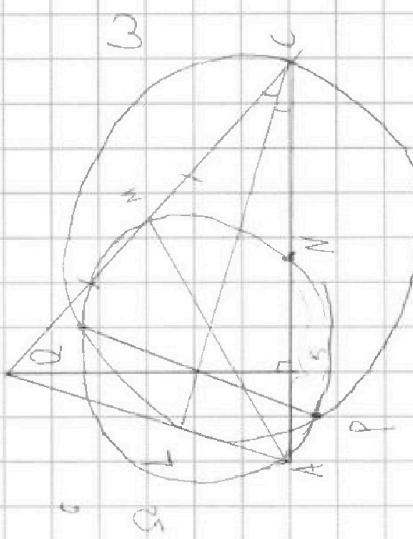
$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6 \leq x \leq 12 \\ -6 \leq y \leq 6 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$A = m^3 - 4mn + 4n^2 + 13m - 28n = (m-2n)^2 + 13(m-2n) = (m-2n)(m-2n+13)$$

$$B = m^4 n - 2mn^2 - 2mn = mn(mn(m-2n-2))$$

$$\begin{array}{r} m^4 n - 2mn^2 - 2mn \\ \hline m^4 n - 2mn^2 \\ \hline - 2mn \end{array}$$

$$- 2mn + 4n^2$$

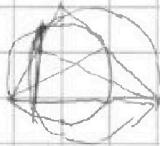
$$k^2 + 13k - 13 = 0$$

$$(k+13)/(k-4) = 0$$

$$\begin{cases} k(k+13) = 13^2 \\ mn(k-2) = 15^2 \end{cases} \Rightarrow q = 2$$

$$d = \frac{(x^4 + 4x)^2 + 12x - 12}{2}$$

$$24 - 24x - (x^4 + 4x)^2 - 12x + 12 = -12x^2$$



$$24 - 24x - (x^4 + 4x)^2 - 12x + 12 + 2((x^4 + 4x)^2 + 12x - 12) = -12x^2$$

$$24 - 36x - (x^4 + 4x)^2 + 2(x^4 + 4x)^2 + 84x - 84 = -12x^2$$

$$(x^4 + 4x)^2 + 8x + 2x^2 - 8 = 0 \quad -24 \leq -8x - 12y \leq 24$$

$$-36 \leq 12x + 12y \leq 36 \quad (x^4 + 4x)^2 + 2(x^4 + 4x) + 1 - 9 = 0 \quad -24 \leq 18x + 12y \leq 24$$

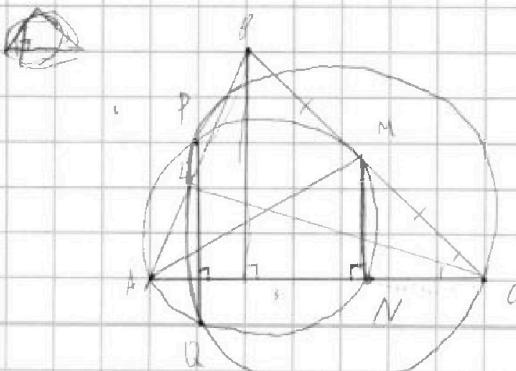
$$-16 \leq 12x - 8y \leq 16 \quad (x^4 + 4x + 1)^2 = 9 \quad -48 \leq 10x \leq 48$$

$$x^4 + 4x + 1 = \pm 3$$

$$-52 \leq 10y \leq 52 \quad \begin{cases} x^4 + 4x + 4 = 0 & x = -2 \\ x^4 + 4x - 2 = 0 & D/4 = 4+2 = 6 \end{cases} \quad x = -2 \pm \sqrt{10}$$

$$-26 \leq 5y \leq 26 \quad \begin{cases} x^4 + 4x + 4 = 0 & x = -2 \\ x^4 + 4x - 2 = 0 & D/4 = 4+2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+y}^2 - \sqrt{3-y}^2 + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} \\ 2x^5 + 4x^4 - \sqrt{3y} = 2y^5 - \sqrt{3x} + 4y^2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} x > 0, y > 0, y \leq 3 \\ x+y \leq 12 \\ x \leq 3 \end{array}$$



$$(N(N+5)) = \cancel{M}^2 - \frac{48}{5} + \frac{78}{5}$$

$$y = -\frac{26}{5} - \frac{32}{5} + \frac{72}{5} + \frac{6}{5}$$

$$x = -\frac{24}{5} - \frac{48}{5} + \frac{11}{5} + \frac{26}{5}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{x+y}^5 + 5 = 2\sqrt{12-x-y^2} + \sqrt{3-y}$$

$$2+5=2\sqrt{12-y^2}+\sqrt{3-y}$$

$$2x^5 + yx^2 - \cancel{y^5} = 2y^5 - \cancel{y^3x} + y^2 - \cancel{x^5y^2 - y^5}$$

$$2(x^5 - y^5) + 4(x^2 - y^2) = \cancel{y^3y^2} - \cancel{y^3x} - \frac{\cancel{y^5} - y^2}{x^5y^2 - y^5}$$

$$2(x-y)(x^5 + x^3y + x^3y^2 + xy^3 + y^4 + 2x + 2y)$$

$$2,2$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 1 \\ \hline 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0,84 \\ 0,84 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 4 \\ 4 \\ \hline 0,84 \end{array}$$

$$0,84$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 4 \\ 4 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$(x+y)(3-x) =$$

$$= -x^2 + 3x - 4$$

$$4x^2 - 12xy + 9y^2 \leq 36$$

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 \leq 16$$

$$|2x - 3y| \leq 6$$

$$|3x - 2y| \leq 9$$

$$a-6+5=2\cancel{ab}$$

$$\begin{array}{r} 8! \\ 2 \\ \hline 1.21 \end{array}$$

$$= \frac{8!}{2} = 28$$

$$72x^2 - 12 \cdot 18xy + 9 \cdot 18y^2 \leq 36 \sqrt{x+y} - \sqrt{3-x}^2 - 5 - 2\sqrt{12-x-x^2} - 5\sqrt{12}$$

$$18x^2 - 12 \cdot 2xy + 8y^2$$

$$x+y + 3-x - 2\sqrt{12-x-x^2} = 4\sqrt{12-x-y}$$

$$2+18\sqrt{12-x-x^2} = 48 - 4x - 4x^2 + 25 \quad \begin{array}{r} 64 \\ 16 \\ \hline 48 \end{array} = \frac{1}{16}$$

$$12\sqrt{12-x-x^2} = 66 - 4x - 4x^2$$

$$9\sqrt{12-x-x^2} = 33 - 2x - 2x^2$$

$$9\sqrt{12-x-x^2} = 9 + 2(12-x-x^2)$$

$$9k^2 = 9 + 2k^2$$

$$2k^2 - 9k + 9 = 0 \quad D = 81 - 72 = 9$$

$$k = \frac{9+3}{2} \text{ or } k = 3; k = 12$$

$$12 - x - x^2 = 9$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 12 = 13$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$12 - x - x^2 = 144$$

$$x^2 + x + 132 = 0 \quad D = 1 - 4 \cdot 132$$

$$1x +$$

$$+2$$

$$-20\sqrt{12-x-y}$$

$$-16$$

$$-12$$

$$-8$$

$$-4$$

$$0$$

$$+2$$

$$+6$$

$$+8$$

$$+50$$

$$+9$$

$$+1$$

$$+1$$

$$+1$$

$$+1$$

$$+1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.

СТРАНИЦА  
ИЗ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять только одну задачу. Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице. Также укажите номер страницы и суммарное количество страниц в решении каждой задачи отдельно.



- |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                                   | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

СТРАНИЦА  
1 ИЗ 1

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Страницы по каждой из задач нумеруются отдельно. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} |2x - 3y| \leq 6 \\ |3x - 2y| \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (1) \\ -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (2) \end{cases}$$

$$(1) + (2): \quad -10 \leq 5x - 5y \leq 10$$
$$-2 \leq x - y \leq 2$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ -2 \leq x - y \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 \\ -2 \leq y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 \\ -2 \leq y - x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 6 & (3) \\ -4 \leq -2x + 2y \leq 4 & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4 \leq 3x - 2y \leq 4 & (5) \\ -4 \leq -2x + 2y \leq 4 & (6) \end{cases}$$

$$(3) + (4): \quad -10 \leq -y \leq 10 \quad (5) + (6): \quad -8 \leq x \leq 8$$
$$-10 \leq y \leq 10$$

Наименшее значение  $10x + 5y$  достигается при наименьшем значении  $x$  и  $y$ , т.е.

$$\begin{cases} y = -10 \\ x = -8 \end{cases}$$

Здесь, что же мы получаем?  
от уравн.

$$10x + 5y = -80 - 50 = -130$$

Отвтв.: -130.